

УДК 622:538

А.С. Самерханова**ВЛИЯНИЕ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИХ И УПРУГИХ
СВОЙСТВ ГОРНЫХ ПОРОД НА ПРОЦЕСС
ХРУПКО-ПЛАСТИЧЕСКОГО РОСТА ТРЕЩИН
ПРИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОМ ВОЗДЕЙСТВИИ****Семинар № 3**

Имеющиеся данные, свидетельствующие об эффекте разупрочнения безжелезистых минералов, позволили выдвинуть предположение о распространении имеющихся в минерале трещин при воздействии импульсного электромагнитного поля.

В статье [1] был рассмотрен подход, который, при использовании базовых законов кулоновского взаимодействия и условия хрупкого разрушения при распространении трещин в минералах, позволил получить зависимость электромеханической чувствительности от диэлектрической проницаемости и модуля упругости минералов. При этом трешину рассматривалась в микроскопическом масштабе. Поэтому была поставлена задача - определить влияние диэлектрических и упругих свойств горных пород на процесс образования и раскрытия трещин при электромагнитном воздействии, пользуясь классическими методами оценки теории хрупкого разрушения и образования трещин.

Современная теория трещин и хрупкого разрушения исходит из представлений о теле как о сплошной хрупкой среде, которая подчиняется закону Гука (линейность связи напряжений и деформаций) вплоть до разрушающих напряжений и которая описывается классической теорией

упругости. Первоначально рассматривалась задача теории упругости для тела, находящегося под действием растягивающих нагрузок и обладающего полостью эллиптического сечения, в частности, тонким разрезом, который может имитировать трещину. Рассмотрение упругого равновесия тела позволяет определить поля напряжений и деформаций, в том числе и профиль растянутого разреза, но решение оказывается возможным при любых размерах разреза. Кроме того, профиль конца трещины оказывается закругленным (рис. 1, 2), а напряжения и деформации тела вблизи края трещины — бесконечными при любых конечных нагрузках и размерах разреза. Но данное решение противоречило реальным процессам роста трещин, поскольку тело разрушалось при довольно малых нагрузках.

Выход из этого противоречия был указан Гриффитсом (1920 г.), работа которого была основополагающей для теории трещин. Гриффитс первый понял, что нельзя построить адекватную теорию трещин с помощью одних лишь понятий теории упругости. Необходимо ввести в рассмотрение дополнительные величины, характеризующие молекулярные силы сцепления и сопротивляемость материала разрыву. В качестве такой величины он использовал энергети-

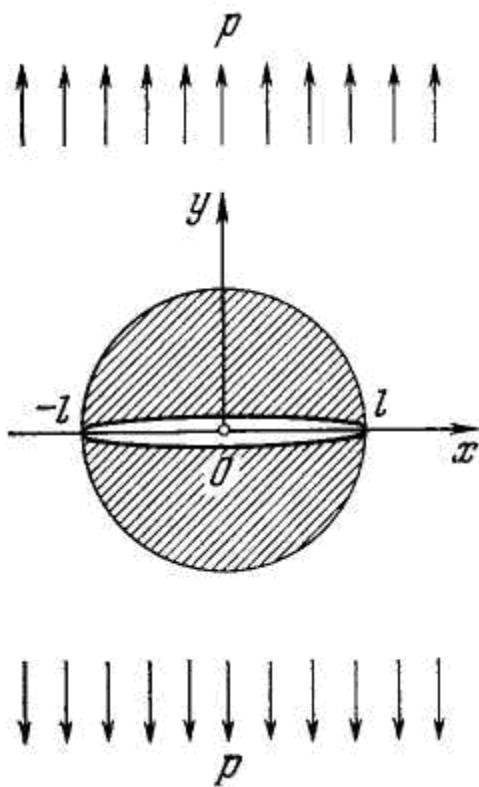


Рис. 1. Модель неустойчивой трещины при энергетическом подходе (задача Гриффитса)

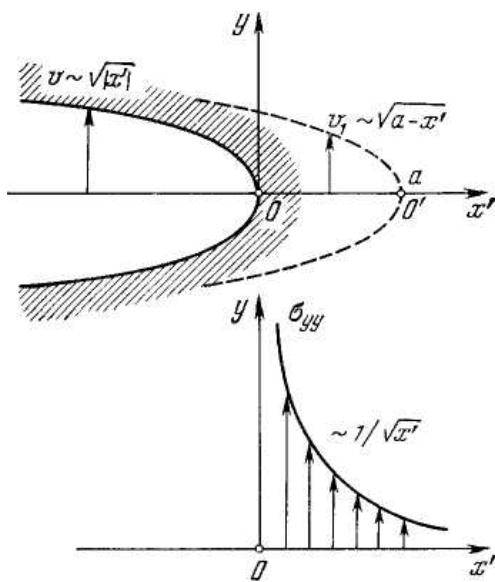
В механике разрушения трещину представляют в виде поверхности разрыва смещений, размеры которой изменяются под действием приложенных к телу внешних нагрузок. В хрупком теле радиус кривизны и точные размеры трещины измерить невозможно, поэтому нельзя определить величину максимального напряжения. Очевидно лишь одно утверждение: если максимальное напряжение в вершине дефекта достигнет теоретического предела прочности, произойдет хрупкое разрушение и длина трещины увеличится.

Оценим критическое напряжение, при котором трещина начнёт неограниченно расширяться. Для этого рассмотрим бесконечное тело, находящееся в однородном поле растягивающих напряжений. Пусть в теле имеется прямолинейная трещина, которая представляет собой полосу шириной $2l$ (рис. 1).

Идеальное тело, не обладающее трещиной, имеет упругую энергию $p^2/2E$ на единицу объема (p – растягивающее напряжение, Па, создаваемое постоянной нагрузкой; E – модуль упругости материала, Па). Если в материале появится разрез, то под действием нагрузки на материал разрез «раскроется» и напряжения в его окрестности ослабеют (рис. 1). Следовательно, высвободится упругая энергия $W \sim (p^2/2E) \cdot (2l)^2$ (Дж) в расчете на единицу длины трещины l (м). С другой стороны, при раскрытии трещины затрачивается работа на преодоление сил сцепления, действующих между противоположными берегами разреза, и эта работа, или поверхностная энергия трещины, равна

ческую константу — удельную поверхностную энергию γ , т. е. работу, необходимую для образования единицы новой поверхности.

Надо отметить, что Ирвин и Орован расширили класс материалов, к которым можно применять теорию трещин, заметив, что некоторые пластичные при обычных испытаниях вещества ведут себя как хрупкие при образовании трещин. Пластические деформации в таких материалах сосредоточиваются в тонком приповерхностном слое трещины, и вместо поверхностного напряжения γ следует просто использовать некоторую эффективную величину $\gamma_{\text{эфф}}$, включающую в себя затраты энергии на пластические деформации. Заметим, что теоретически величина $\gamma_{\text{эфф}}$, которая оказывается на два-три порядка больше γ , до сих пор не получена.



$A = 2\gamma \cdot 2l$ на единицу длины тела (коэффициент 2 учитывает образование двух поверхностей) [2].

Путём точного расчёта, с использованием результатов Инглиса для величины W , Гриффитс нашел точное значение критического напряжения для случая плоского деформированного состояния:

$$p_K = \sqrt{\frac{2 \cdot \gamma \cdot E}{\pi \cdot l \cdot (1 - \nu^2)}}, \quad (1)$$

где ν - коэффициент Пуассона.

Для плоского напряжённого состояния [3]:

$$p_K = \sqrt{\frac{2 \cdot \gamma \cdot E}{\pi \cdot l}}, \quad (2)$$

Скорость освобождения упругой энергии при увеличении площади трещины, которая, в сущности, определяет критические условия, вычисляется легко только в простейших случаях. При неоднородных нагрузках или непростой форме трещины вычисление упругой энергии представляет

Рис. 2. Устье трещины и эпюра напряжений при энергетическом подходе

собой весьма сложную задачу. Эта трудность была преодолена Ирвином.

На самой свободной поверхности трещины напряжения, естественно, отсутствуют, потому в получающемся решении уравнений упругого равновесия профиль края трещины оказывается закругленным (рис. 2). По этой причине деформация среды, а следовательно, и напряжение в точке O со стороны среды оказываются бесконечными, а напряжение в этой точке терпит разрыв.

Если рассматривать какой-либо участок трещины у края, а начало координат O поместить в точку края трещины, то асимптотически профиль края $v(x)$ на продолжении плоскости трещины на расстояниях $|x'|$, малых по сравнению с размерами всей трещины, ведут себя как [2]

$$v = \frac{4 \cdot (1 - \nu^2) \cdot N \cdot \sqrt{x'}}{E}, \quad (3)$$

где v - раскрытие трещины в её устье, m ; N - коэффициент интенсивности напряжений, $H/m^{3/2}$; x' - расстояние вблизи устья трещины, m ; E - модуль упругости материала, Па. Коэффициент N полностью определяет поведение поля напряжений и деформаций у края трещины и подтверждает определяющую роль края трещины.

Предположим, что трещина расширилась и её край O сместился вправо на небольшое расстояние a , такое, что при $|x'| \sim a$ ещё справедлива асимптотическая формула (3). Пусть это произошло при неподвижных границах тела, к которым приложены нагрузки, так что работа внешних сил равна нулю. Найдём изменение упругой энергии тела, которое в этом случае связано только с расши-

рением трещины. Представим, что вдоль плоскости трещины сделан разрез от $x' = 0$ до $x' = a$ и предположим, что к поверхностям разреза приложены фиктивные «внешние» силы, так, чтобы поверхности удерживались вместе. Пусть эти силы постепенно ослабевают до нуля. Поверхности при этом так же постепенно расходятся до окончательного нового профиля $v_1(x') = v(x' - a)$ (см. рис. 2). Работа, совершенная фиктивными силами при раскрытии разреза, и будет равна изменению упругой энергии тела. Освобождение энергии на единицу длины трещины, очевидно, равно

$$\Delta W = \frac{2 \cdot \pi \cdot (1 - \nu^2)}{E} \cdot N^2 \cdot a, \quad (4)$$

Ирвин получил критерий роста («начала быстрого распространения») трещины

$$\frac{\pi \cdot (1 - \nu^2) \cdot N^2}{E} \geq \gamma_e, \quad (5)$$

γ_e - удельная поверхностная энергия тела, связанная с предельной вязкостью разрушения при плоском деформированном состоянии.

Если на основе решения задачи теории упругости для тела с данными нагрузками и разрезом данной формы, но пока не известного размера, составить выражение для коэффициента интенсивности напряжений N , то уравнение (5) даст искомую связь между размером и нагрузками:

$$\frac{\pi \cdot (1 - \nu^2) \cdot N^2}{E} = \gamma \quad (6)$$

Уравнение, определяющее ширину равновесной трещины [2]

$$N = \frac{K}{\pi}, \quad (7)$$

где через K (м^{-1}) обозначена величина

$$K = \sqrt{\frac{\pi \cdot E \cdot \gamma}{(1 - \nu^2)}}, \quad (8)$$

Единственная константа материала K , которая входит в зависимость размера трещины от нагрузок, на первый взгляд предстает как комбинация других констант E , ν , γ . Однако эта величина имеет непосредственный физический смысл, который станет понятным при рассмотрении силового подхода теории трещин.

В сущности, теория, основанная на энергетическом подходе, содержит некоторую внутреннюю непоследовательность. Неограниченно нарастающие деформации и напряжения описываются уравнениями линейной теории упругости, которые по смыслу справедливы лишь при малых деформациях. И в то же время не учитываются деформации и напряжения в среде, создаваемые силами сцепления, которые реально действуют между противоположными сторонами разреза. Работа, затраченная на преодоление сил сцепления, не фигурирующих в уравнениях механического равновесия тела, вводится в виде некоторой эмпирической константы в условие стационарности свободной энергии или термодинамического потенциала, которым приходится дополнять уравнения теории упругости. Эта последняя операция, выходящая за рамки представлений теории упругости, и возмещает указанную неполноту исходных уравнений механического равновесия.

Факт неограниченного нарастания напряжений в материале вблизи края трещины, который следует из теории упругости, если считать поверхность разреза совершенно свободной, свидетельствует о том, что решение задачи в столь «макроскопической» постановке несправедливо в некоторой окрестности края трещины. Физиче-

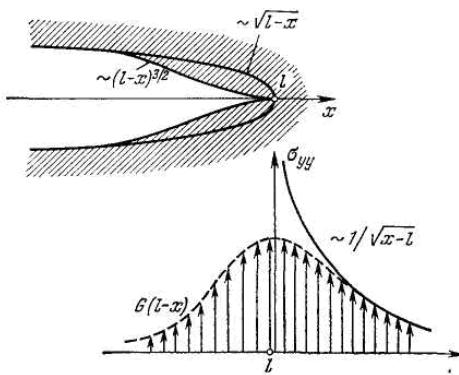


Рис. 3. Устье трещины и эпюра напряжений при силовом подходе

ская причина этого обстоятельства предельно ясна. При расслоении материала молекулярные силы сцепления, реально действующие между противоположными сторонами разрываемого материала, преодолеваются постепенно, т. е. поверхность у края трещины на самом деле не свободна. Благодаря действию сил сцепления берега трещины смыкаются, образуя не закругленный профиль, как следует из формулы (3), а плавный, как показано на рис. 3. Поэтому деформации и напряжения в теле около края конечны.

Более совершенным и внутренне последовательным является иной, «силовой» подход к задаче о равновесии тела с трещиной, при котором силы сцепления с самого начала вводятся в уравнения механического равновесия упругого тела, как внешние по отношению к сплошной среде, ограниченной изнутри поверхностями трещины. Никаких дополнительных условий энергетического характера при таком подходе вводить не приходится, так же как не приходится специально вводить чуждое теории упругости понятие поверхностной энергии.

«Силовой» подход к задаче о трещине расширяет возможности ее исследования, так как является менее «макроскопическим», чем энергетический.

Он позволяет учесть реальную дополнительную деформацию тела, производимую силами сцепления, незначительную на протяжении большей части поверхности трещины, но чрезвычайно существенную вблизи ее края, где силы сцепления коренным образом меняют форму профиля и распределение напряжений. Поскольку силы сцепления очень быстро убывают с расстоянием между поверхностями, практически они действуют только в малой области около конца трещины, где раскрытие очень мало, так что во всей остальной, «макроскопической», части трещины поверхность остается свободной и профиль разреза здесь не отличается от того, который диктуется теорией, не учитывающей сил сцепления.

С другой стороны, в той области, где силы сцепления фактически действуют, поверхностная плотность сил на несколько порядков больше напряжений, создаваемых в этом месте внешними нагрузками в отсутствие трещины, которые, очевидно, порядка реальной прочности (материал разрывается вследствие концентрирования напряжений вблизи конца трещины до теоретической прочности). Поэтому разрывающие нагрузки мало влияют на профиль конца трещины, который устанавливается под действием гораздо больших сил сцепления и, следовательно, имеет универсальную для данного материала форму, не зависящую от приложенных нагрузок и размеров трещины (то есть, имеет место «автономность» края трещины).

Поскольку разрыв материала происходит как раз в концевой области трещин, для любого рассмотрения

механизма и деталей процесса разрушения необходимо иметь правильные представления о структуре концевой области, профиле трещины, распределении напряжений, что невозможно получить без учета сил сцепления. Представления о структуре концевой области необходимы для изучения механизма распространения трещин под действием нагрузки (кинетики роста трещин), рассмотрения усталостной прочности материалов. Все это придает особое значение полученным силовым методом результатам, касающимся структуры концов трещины.

Если учесть условие конечности напряжений $N_t = 0$, даёт уравнение

$$N_t = N + N_G = 0, \quad (9)$$

где N_G – коэффициент интенсивности с учётом сил сцепления, равный

$$N_G = -\frac{K}{\pi}, \text{ где } K \text{ – константа, характерная для данного материала и интегральным образом зависящая от сил сцепления:}$$

$$K = \int_0^{\infty} \frac{G(t) dt}{t^{1/2}}, \quad (10)$$

где $t = l - x$.

Сравнивая полученные уравнения для коэффициентов интенсивности напряжений, полученные при помощи силового и энергетического подходов, можно сделать вывод о тождественности этих уравнений, при условии тождественности материальных констант K , определяемых формулами (8) и (10) [2].

Учитывая, что силовой подход основывается на силах сцепления в устье трещин, можно утверждать, что может быть справедливым предположение о наличии на поверхностях трещины нескомпенсированных зарядов

и силах действующих на дислокации, что выражается следующими уравнениями [1]

$$q = 4 \cdot \sqrt{\pi \cdot \varepsilon \cdot \varepsilon_0 \cdot \gamma \cdot l \cdot b}, \quad (11)$$

где q – нескомпенсированный заряд на поверхности трещины, Кл, K ; ε – относительная диэлектрическая проницаемость материала; $\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ – диэлектрическая проницаемость вакуума, $\frac{F}{m}$; b – расстояние между атомами в решётке (постоянная решётки), m ; l – длина трещины, m [4].

$$F = q \cdot E_e, \quad (12)$$

где F – сила кулоновского взаимодействия между берегами трещины, Н (фактически это и есть силы сцепления).

Тогда напряжения σ (Па), возникающие при воздействии электрического поля напряженности E (В/м)

$$\sigma = \frac{F}{l \cdot b} = \frac{q \cdot E_e}{l \cdot b} = 4 \cdot E_e \cdot \sqrt{\frac{\pi \cdot \varepsilon \cdot \varepsilon_0 \cdot \gamma}{l}}, \quad (13)$$

является допустимым при оценке роста малых трещин.

Дополнительно оценим размер раскрытия малых трещин. Для этого воспользуемся уравнением (3)

$$\nu = \frac{4 \cdot (1 - \nu^2) \cdot N \cdot \sqrt{x'}}{E},$$

где N можно выразить из критерия Ирвина (критерий роста трещины), выраженного формулой (6)

$$N = \sqrt{\frac{E \cdot \gamma}{\pi \cdot (1 - \nu^2)}} \quad (14)$$

Подставляя в (3) уравнение (14), получим размер раскрытия трещины:

$$v = 4 \cdot \sqrt{\frac{\gamma \cdot (1 - \nu^2) \cdot x'}{\pi \cdot E}},$$

при $\gamma \approx 10 \text{ Дж/м}^2$; $\nu = 0,3$; $x' = 10^{-9} \text{ м}$; $E = 10^{11} \text{ Па}$, получим следующее значение

$$v = 4 \cdot \sqrt{\frac{10 \cdot 10^{-9} (1 - 0,3^2)}{3,14 \cdot 10^{11}}} \approx 7 \cdot 10^{-10}, \text{ м.}$$

Следовательно, в окрестности устья трещины на расстоянии $x' \sim 10 \text{ нм}$, раскрытие трещины составляет $0,7 \text{ нм}$, что соответствует атомным взаимодействиям.

Выше приведённый анализ позволяет сделать следующие выводы:

- в устье трещины на очень маленьких расстояниях действуют как вандерваальсовы силы, так и кулоновские силы взаимодействия, имеющие один порядок;

- если основными силами сцепления являются кулоновские силы взаимодействия между берегами трещины, то необходимо учитывать не только упругие свойства материала (т.е. модуль упругости), но и его диэлектрические свойства (формула (13), статья [1]).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ананьев П.П., Гридин О.М., Самерханова А.С. Взаимосвязь свойств электромеханической чувствительности природных минералов – М.: ГИАБ 2008, №5.
2. Райзер Ю.П. Физические основы теории трещин хрупкого разрушения – М.: Успехи физических наук, 1970 г. февраль, Т. 100, вып.2.
3. Каркашадзе Г.Г. Механическое разрушение горных пород: Учеб. пособие для вузов. – М.: Издательство Московского государственного горного университета, 2004. – 222с.
4. Гончаров С.А., Ананьев П.П., Иванов В.Ю. Разупрочнение горных пород под действием импульсных электромагнитных полей – М.: Издательство Московского государственного горного университета, 2006. – 91 с. ГИАБ

Коротко об авторе

Самерханова А.С. – аспирантка, кафедра ФГПиП, Московский государственный горный университет.

Доклад рекомендован к опубликованию семинаром № 3 симпозиума «Неделя горняка-2008». Рецензент д-р техн. наук, проф. С.А. Гончаров.

