

УДК 622:51:001.57

А.Л. Рутковский, И.И. Болотаева
МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРОЦЕССА
КАЛЬЦИНАЦИИ ГЛИНОЗЕМА
ВО ВРАЩАЮЩЕЙСЯ ПЕЧИ

Рассмотрены математические модели процесса кальцинации во вращающейся печи: при плавных изменениях, а так же при быстрых и больших по величине изменениях загрузки печи.

Ключевые слова: глинозём; окись алюминия, глинозём; кальцинация; режимы работы; математическая модель.

A.L. Rutkowski, I.I. Bolotaeva
MATHEMATICAL MODEL OF THE
CALCIFICATION PROCESS IN A
ROTATING FURNACE

Research of the mathematical models of calcification process in a rotating furnace: by tapering and quick large change by quantity of loading variations

Key words: argil, alumina, calcification, working conditions (tool usage parameters), mathematical model.

Кальцинация – это завершающий передел при всех способах производства глинозема. Качество глинозема для электролиза определяется чистотой, зернистостью и фазовым составом.

Значение чистоты и влияние ее на качество алюминия не требует пояснения. Зернистость различно влияет на показатели электролиза – при большой доле тонких частиц увеличиваются потери при распыле, а грубые частицы медленно растворяются в электролите и образуют настывы в ванне.

Зернистость глинозема определяется в основном размерами частиц гидрата, поэтому ее определяют только при поставках глинозема на заводы абразивной промышленности, а для выдачи на электролиз зернистость глинозема оценивают по зернистости исходного гидрата.

Изменение дисперсного состава при прохождении его через отдельные температурные зоны печи кальцинации изучали как в лаборатории, так и на производстве, сопоставляя результаты ситовых анализов суточных проб из цеха кальцинации и исходного гидрата [1].

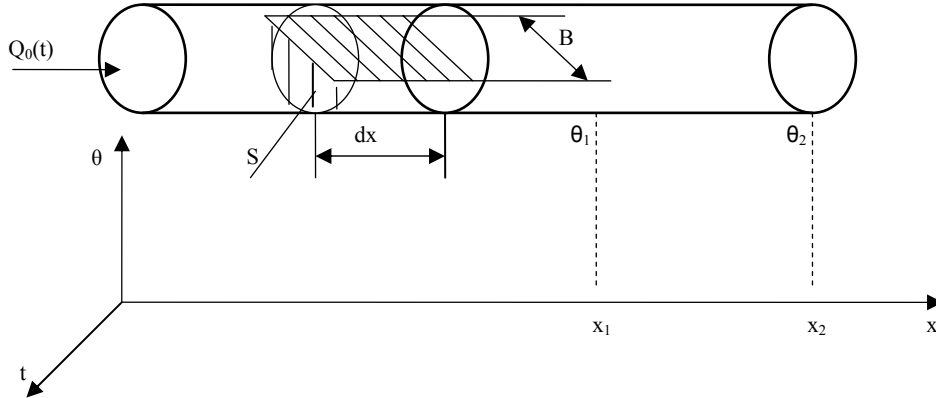
Математическое описание процесса кальцинации можно получить на основе следующих соображений. Входом объекта является производительность по питанию $Q_0(t)$, м³/сек.; измеряемыми выходами – температура $\theta_1(t)$ и $\theta_2(t)$, град., представленные на рисунке. Требуется найти математические зависимости, связывающие эти величины.

Вдоль печи x , м, выделим малый элемент материала dx . Для него баланс тепловых потоков

$$\rho CS dx \frac{\partial \theta(x,t)}{\partial t} = \rho C Q(x,t) \theta(x,t) - \quad (1)$$

$-\rho C Q(x+dx,t) + h B dx [\theta_{\text{газ}}(x,t) - \theta(x,t)]$
где θ – плотность материала, кг/м³; C – его удельная теплоемкость, Дж/кг. град.; S площадь поперечного сечения материала, м²; h – коэффициент теплопередачи от горячего газа к материалу, Вт/м²град; $B dx$ – площадь контакта материала с газом, м²; $\theta_{\text{газ}}(x,t)$ – температура газа в точке x в момент t , град.

В равенстве (1) левая часть характеризует скорость изменения температуры



К составлению уравнения динамики процесса кальцинации.

θ элемента материала dx ; первый член правой части – это приток тепла в элемент dx вместе с входящим потоком материала Q ; второй член – отток тепла с материалом; третий член – приток тепла от газа по закону Ньютона.

Простой вариант уравнения модели получается из равенства (1) при условии, что поток $Q(x,t) = Q_0(t)$ не зависит от x :

$$\rho CS \frac{\partial \theta(x,t)}{\partial t} + \rho C Q_0(t) \frac{\partial \theta(x,t)}{\partial x} + hB\theta(x,t) = hB\theta_{\text{газ}}(t) \quad (2)$$

Его можно переписать в виде

$$a \frac{\partial \theta(x,t)}{\partial t} + a \frac{Q_0(t)}{S} \frac{\partial \theta(x,t)}{\partial x} + \theta(x,t) = \theta_{\text{газ}}(t) \quad (3)$$

где $a = \frac{\rho CS}{hB}$.

Пусть температура материала на входе в печь при $x=0$ известна (как граничное условие)

$$\theta(0,t) = \theta_0(t) \quad (4)$$

Тогда решение уравнения (4) имеет вид

$$\theta(x,t) = e^{-\frac{x}{a}} \left\{ \theta_0(t) \left[x - \frac{1}{S} \int_0^x Q_0(t) dt \right] \right\} + \frac{1}{a} \int_0^x \theta_{\text{газ}}(t) \cdot e^{\frac{t}{a}} dt \quad (5)$$

где $0 \leq x - \frac{1}{S} \int_0^x Q_0(t) dt \leq x_{\text{max}}$.

Оно предсказывает изменение температуры материала $\theta(x,t)$ в пространстве и времени при следующих заданных входах и возмущениях $Q_0(t)$, $\theta_0(t)$, $\theta_{\text{газ}}(t)$; в частности оно предсказывает величину выходных сигналов $\theta_1(t) = \theta(x_1, t)$ и $\theta_2(t) = \theta(x_{\text{max}}, t)$ используемых в САУ.

Эта модель пригодна для случаев плавных изменений загрузки печи.

Более сложными получаются модели, учитывающие зависимость потока $\theta(x,t)$ от x ; такой учет может потребоваться при быстрых и больших по величине изменениях загрузки печи. Рассмотрим эти модели.

Если поток материала $\theta(x,t)$ от t и от x , то равенство (1) записывается в виде:

$$\rho CS \frac{\partial \theta(x,t)}{\partial t} + \rho C \left[\frac{Q(x,t) \frac{\partial \theta(x,t)}{\partial x} + \theta(x,t) \frac{\partial Q(x,t)}{\partial x} \right] + hB\theta(x,t) = hB\theta_{\text{газ}}(x,t) \quad (6)$$

$$+ hB\theta(x,t) = hB\theta_{\text{газ}}(x,t)$$

Оно содержит две неизвестные функции: $\theta(x,t)$ и $Q(x,t)$.

Для определения $Q(x,t)$ требуется еще одно уравнение, учитывающее ско-

рость перетекания сыпучего материала. Простое уравнение есть уравнение транспортной линии с чистым запаздыванием τ :

$$Q(x,t) = Q_0(t-\tau) = Q_0\left(t - \frac{x}{v}\right). \quad (7)$$

Система уравнений (6) и (7) является первой из упомянутых моделей; решение ее определяет выход $\theta(x,t)$, а также промежуточный выход $Q(x,t)$, по известным входам $Q_0(t)$, $\theta_0(t)$; $\theta_{\text{газ}}(x,t)$.

Пусть, например, управляющий вход $Q_0(t)$ изменяется скачком от нуля до $b = \text{const}$ в момент времени $t_0=0$:

$$Q_0(t) = b\bar{1}(t). \quad (8)$$

Тогда согласно уравнению (7):

$$Q(x,t) = b\bar{1}\left(t - \frac{x}{v}\right). \quad (9)$$

Подставляя выражение (9) в уравнение (6), получаем уравнение, содержащее только одну неизвестную функцию $\theta(x,t)$:

$$\rho CS \frac{\partial \theta(x,t)}{\partial t} + \rho C b \bar{1}\left(t - \frac{x}{v}\right) \frac{\partial \theta}{\partial x} - \rho C \frac{b}{v} \delta\left(t - \frac{x}{v}\right) \theta + h B \theta(x,t) = h B \theta_{\text{газ}}, \quad (10)$$

где $\delta\left(t - \frac{x}{v}\right)$ есть δ -функция.

Решая это уравнение, найдем “ступенчатую переходную функцию” объекта $\theta_{\text{ст}}(x,t)$: далее, придавая величине x два фиксированных значения $x=x_1$ и $x=x_{\text{max}}$, получим ступенчатые переходные функции для двух изменяемых температур на выходе объекта:

$$\theta_{1\text{ст}}(t) = \theta_{\text{ст}}(x_1,t) \text{ и } \theta_{2\text{ст}}(t) = \theta_{\text{ст}}(x_{\text{max}},t).$$

В общем случае, при произвольно изменяющемся управляющем входе $Q_0(t)$, уравнение этой модели:

$$\rho CS \frac{\partial \theta}{\partial t} + \rho C Q_0\left(t - \frac{x}{v}\right) \frac{\partial \theta}{\partial x} + \rho C Q_0'\left(t - \frac{x}{v}\right) \theta + h B \theta = h B \theta_{\text{газ}}, \quad (11)$$

где $Q_0'\left(t - \frac{x}{v}\right) = \frac{dQ_0(t)}{dt}$ при замене

$$t = t - \frac{x}{v}.$$

Оно относится математически к классу уравнений вида

$$A \frac{\partial \theta}{\partial t} + F_1(x,t) \frac{\partial \theta}{\partial x} + F_2(x,t) = F(x,t), \quad (12)$$

где A, F_1, F_2, F_3 - известные количества.

В следующей модели взамен уравнения (7) для определения $Q(x,t)$ вводится другое уравнение, учитывающее переменность сечения материала и другие факторы. Для элемента материала представленного на рисунке составим уравнение материального баланса

$$dx \frac{\partial S(x,t)}{\partial t} = Q(x,t) - Q(x+dx,t) \quad (13)$$

или

$$\frac{\partial S(x,t)}{\partial t} = -\frac{\partial Q(x,t)}{\partial x} = -\frac{\partial}{\partial x} [S(x,t)v(x,t)]. \quad (14)$$

Здесь учтено равенство:

$$Q(x,t) = S(x,t) \cdot v(x,t), \quad (15)$$

где S - площадь поперечного сечения материала.

Кроме того, принимаем следующую оценку скоростей движения слоев материала по высоте потока. В нижнем слое составляющая сила тяжести, действующая на единицу объема частиц материала вдоль потока, равна:

$$\rho g \sin \alpha, \quad (16)$$

где $\alpha = \text{const}$ - угол наклона оси печи, g - ускорение силы тяготения.

Ей противодействует сила кулонова трения:

$$F_{\text{кул}} = \text{const}. \quad (17)$$

И сила вязкого трения, пропорциональная скорости движения:

$$F_{\text{мп}} = -k_{\text{мп}} \cdot v_n. \quad (18)$$

Баланс сил $\rho g \sin \alpha - F_{\text{кул}} - k_{\text{мп}} \cdot v_n = 0$ дает величину скорости нижнего слоя:

$$v_n = \frac{\rho g \sin \alpha - F_{\text{кул}}}{k_{\text{мп}}} = \text{const} \quad (19)$$

(силой инерции пренебрегаем).

Скорость же верхнего слоя v_v не постоянна. Для него составляющая сила тяжести вдоль поверхности слоя, наклоненного под углом α_v , равна:

$$\rho g \sin \alpha_v \approx \rho g \alpha_v = -\rho g \frac{\partial S(x,t)}{\partial x}, \quad (20)$$

ей противодействуют те же силы, что и в нижнем слое. Баланс сил

$$-\rho g \frac{\partial S}{\partial x} - F_{\text{кул}} k_{\text{мп}} v_v = 0 \text{ дает:}$$

$$v_v = \frac{-\rho g \frac{\partial S}{\partial x} - F_{\text{кул}}}{k_{\text{мп}}}. \quad (21)$$

Среднюю скорость потока примем:

$$v(x,t) = \frac{1}{2}(v_n + v_v) = -\frac{\rho g}{2k_{\text{мп}}} \cdot \frac{\partial S}{\partial x} + \frac{\rho g}{2k_{\text{мп}}} \sin \alpha - \frac{F_{\text{кул}}}{k_{\text{мп}}} = K_1 - K_2 \frac{\partial S(x,t)}{\partial x}, \quad (22)$$

$$\text{где } K_1 = \frac{\rho g}{2k_{\text{мп}}} \sin \alpha - \frac{F_{\text{кул}}}{k_{\text{мп}}} = \text{const} > 0;$$

$$K_2 = \frac{\rho g}{2k_{\text{мп}}} = \text{const} > 0.$$

Суть постоянные коэффициенты.

Имеем три уравнения (14), (15) и (22),

содержащие три неизвестные функции $Q(x,t)$; $v(x,t)$ и $S(x,t)$. Исключая функции v и S , получим уравнение, определяющее $Q(x,t)$; оно и должно заменить уравнение (17) предыдущей модели.

Для приближенного исключения v и S продифференцируем по t равенство

$$Q = S \left(K_1 - K_2 \frac{\partial S}{\partial x} \right):$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} = K_1 \frac{\partial S}{\partial t} - K_2 \frac{\partial S}{\partial t} \cdot \frac{\partial S}{\partial x} - K_2 S \frac{\partial S}{\partial x \cdot \partial t}.$$

Величиной $\frac{\partial S}{\partial t} \cdot \frac{\partial S}{\partial x}$ второго порядка ма-

лости пренебрегаем. Используя равенства

$$\frac{\partial S}{\partial t} = \frac{\partial Q}{\partial x} \text{ и } \frac{\partial S}{\partial t} \cdot \frac{\partial S}{\partial x} = \frac{\partial^2 Q}{\partial x^2},$$

получим приближенно:

$$\frac{\partial Q(x,t)}{\partial t} = K_2 S_0 \frac{\partial^2 Q(x,t)}{\partial x^2} - K_1 \frac{\partial Q(x,t)}{\partial x}, \quad (23)$$

где $S_0 = \text{const}$ – среднее сечение потока материала.

Математически это есть уравнение типа Фоккера-Планка. Оно определяет $Q(x,t)$ при известных K_1 , K_2 , S_0 и краевых условиях.

Итак, данная модель определяется системой уравнений (6) и (23) или более точно нелинейной системой уравнений (6), (14), (15) и (22).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Лайнер А.И. // Производство глинозема // Учебное пособие, М.,- 1961. С. 619.

ИИАС

Коротко об авторах

Рутковский А.Л. – доктор технических наук, Северо-Кавказский горно-металлургический институт (ГТУ), профессор кафедры ТАМПП, Rutkowski@mail.ru
 Болотаева И.И. – кандидат технических наук, Северо-Кавказский горно-металлургический институт (ГТУ), доцент кафедры ТАМПП, bolotaeva@mail.ru

