

УДК 622:553

**Н.В. Черданцев, В.Т. Преслер, В.Ю. Изаксон**

**ПОСТРОЕНИЕ ОБЛАСТЕЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ  
ДВУХСВЯЗНОГО МАССИВА ГОРНЫХ ПОРОД  
С ПРОЧНОСТНОЙ АНИЗОТРОПИЕЙ**

*Рассмотрена модель геомеханического состояния многосвязного массива, обеспечивающая проведение исследований устойчивости и степени нарушенности массивов в окрестности системы вырезов с произвольными формами их поперечных сечений.*

*Ключевые слова: массив осадочных горных пород, метод граничных элементов, модель геомеханического состояния массива.*

**Семинар № 4**

**N.V. Cherdantsev, V.T. Preler,  
V.Y. Izakson**

**THE MODELING OF THE  
UNSTABLE ZONES OF THE DOUBLY  
CONNECTED ROCK MASS WITH THE  
STRENGTH ANISOTROPISM**

*The model of the geomechanical state of the multi-connected rock mass that secures the study conduction on the stability and the disturbance degree in the area of the cutting system with the random forms of the cross-section is reviewed.*

*Key words: sedimentary rock mass, boundary-element method, model of the geomechanical rock mass state.*

**Р**азработка месторождений полезных ископаемых, в частности угля, горючих сланцев производится в массивах осадочных горных пород. При этом сооружается большое количество вырезов - горных выработок и их систем различных форм поперечных сечений. Задача о напряжённом состоянии в окрестности выреза в геомеханике формулируется следующим образом: на бесконечности действуют вертикальные напряжения  $\sigma_{33}^a = \gamma H$  и горизонтальные  $\sigma_{22}^a = \sigma_{11}^a = \lambda \gamma H$ , где  $\lambda$  — коэффици-

ент бокового давления,  $\gamma$  — объёмный вес породы,  $H$  — глубина заложения выреза. Требуется найти напряжённое состояние в любой точке массива в окрестности выреза. Если он имеет длину, значительно превышающую поперечные размеры, то породы окрестности такого протяжённого выреза находятся в условиях плоского деформированного состояния. Для решения поставленной задачи авторы использовали метод граничных элементов, вытекающий из численного решения граничного интегрального уравнения краевой задачи теории упругости [1, 2]. Этот метод даёт непрерывное поле напряжений, что важно для формулирования условий прочности в массиве с регулярными поверхностями ослабления.

Сушность данного метода в следующем. К контуру выреза прикладывается компенсирующая (фиктивная) нагрузка, напряжения от которой определяются путём интегрирования решения Кельвина о силе в бесконечном пространстве в пределах контура выреза. В результате чего условия на контуре приводятся к интегральному уравнению [1]

$$\frac{1}{2}a_q(Q_0) - \int_L \Gamma_{qm}(Q_0, M_0) a_m(M_0) dL_{M_0} = (1)$$

$$= n_q(Q_0) \sigma_{qm}^\infty - F_q(Q_0)$$

в котором  $\Gamma_{qm}(Q_0, M_0)$  — тензор влияния определяется как

$$\Gamma_{qm} = \frac{1}{4\pi(1-\nu)r^2} \left\{ (1-2\nu)(x_q n_m - x_m n_q) + \left[ (1-2\nu)\delta_{qm} + 2\frac{x_q x_m}{r^2} \right] \frac{x_t n_t}{r} \right\},$$

где  $\nu$  — коэффициент Пуассона, индексы  $q, m, t = 2, 3$  — номера координатных осей ( $x = x_1, y = x_2, z = x_3$ ),  $Q_0$  и  $M_0$  — соответственно точки на контуре исследуемого выреза,  $r$  — расстояние между точками  $Q_0$  и  $M_0$ ,  $\delta_{qm}$  — символ Кронекера ( $\delta_{qm} = 1$  при  $q = m$ ,  $\delta_{qm} = 0$  при  $q \neq m$ )  $\sigma_{qq}^\alpha$  — тензор напряжений на бесконечности,  $L$  — длина контура выреза,  $n_q, n_t$  — направляющие косинусы нормалей к контуру выреза в точках  $Q_0, M_0$ ,  $F_q(Q_0)$  — вектор реакции крепи, если она установлена.

Уравнение (1) решается численно. Сначала контур выреза заменяется конечным числом  $N$  линейных элементов, а интеграл заменяется суммой [1, 2]. Затем производится интегрирование по каждому элементу, при этом считается, что в его пределах интенсивности  $a$  и  $F$  постоянны. В результате этой процедуры интегральное уравнение (1) приводится к следующим  $N$  векторным уравнениям:

$$\frac{1}{2}a_{q,i}^* - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N \Gamma_{qm,ij} a_{m,j}^* \Delta L_j = n_{q,i} t_{qm,i}^\infty - F_{q,i}^*$$

где  $i$  — номер точки на контуре выреза, в которой формулируется граничное условие,  $j$  — номер текущей точки на контуре, а суммирование производится по всем точкам контура за исключением  $j = i$ . В уравнении (2) (и в дальнейшем) индексы тензоров и векторов отделены точками от индексов точек контура.

После решения уравнений (2) относительно  $a_{q,i}$  тензор напряжений  $\sigma_{qt}$  в любой точке  $k$  расчётной области массива, построенной вокруг выреза в виде сетки, определяется на основе принципа суперпозиции:

$$\sigma_{qm,k} = \sigma_{qmt,ij} a_{i,j}^* + \sigma_{qq,k}^\infty,$$

где  $\sigma_{qmt}$  — тензор напряжений от единичной нагрузки (тензор Кельвина), определяемый как [1]

$$\sigma_{qmt}^* = \frac{1}{4\pi(1-\nu)r^2} \times$$

$$\times \left[ (1-2\nu)(\delta_{mt} x_q + \delta_{qt} x_m - \delta_{qm} x_t) + \frac{2x_q x_m x_t}{r^2} \right]$$

Массивы, имеющие упорядоченные поверхности ослабления, разрушаются в окрестностях вырезов, прежде всего, по этим поверхностям, образуя зоны нарушения сплошности, в которых условие прочности формулируется согласно теории прочности Мора-Кузнецова следующим образом [3]

$$\tau_n \geq \sigma_n n + K, \quad (3)$$

где  $n$  и  $K$  — соответственно коэффициенты внутреннего трения и сцепления поверхностей ослабления, а  $\tau_n$  и  $\sigma_n$  — соответственно касательное и нормальное напряжения по поверхности ослабления, которые определяются с учётом всех компонентов тензора напряжений  $\sigma_{qm}$  действующих в окрестности выреза (системы вырезов)

$$\sigma_v = \sigma_{qm} l_q l_m,$$

$$p_v^2 = \sum_{q=2}^3 (\sigma_{qm} l_m)^2 + (\sigma_{11} l_1)^2, \quad \tau_v = \sqrt{p_v^2 - \sigma_v^2}$$

где  $l_q, l_t$  — направляющие косинусы углов нормали к поверхности ослабления с координатными осями  $x_1, x_2, x_3$ ,  $p_v$  — полное напряжение по поверхности ослабления.

Совокупность точек вокруг выреза, в которых произошло разрушение пород по поверхностям ослабления

согласно критерию прочности (3), образуют зоны нарушения сплошности. Для оценки степени нарушенности массива в окрестности вырезов введён интегральный критерий, представленный объёмным коэффициентом нарушенности и интенсивностью нарушения, определяемыми по формулам (4)

$$k_{n,o} = \int_0^L k_n(x) S(x) dx / V,$$

$$I_n = k_{n,o} / L, \quad k_n(x) = S_n(x) / S(x),$$

где  $S(x)$  — площадь поперечного сечения,  $V$  — объём,  $L$  — длина выреза,  $k_n(x) \sim$  коэффициент нарушенности массива, а  $S_n(x)$  — площадь зоны нарушения сплошности в сечении  $x$ .

Введённый критерий создаёт методическую основу для исследования любых модельных сред в зависимости от параметров модели (объёмный и плоский случай) пространственно-многосвязных массивов с прочностной плоскостной анизотропией.

Массив, вмещающий систему протяжённых вырезов, расположенных в непосредственной близости друг к другу, называется многосвязным. При определённых его характеристиках, а также вариантах взаимного расположения вырезов могут возникать ситуации, при которых образующиеся вокруг каждого выреза зоны нарушения сплошности, сливаются (смыкаются) в единую зону (область неустойчивости). При этом целик между вырезами, попадающий в область неустойчивости, разрушается, что приводит к образованию единого выреза больших размеров. Исходная система нескольких вырезов перестаёт существовать. Поэтому важно установить причины образования областей неустойчивости и определить их положение и размеры.

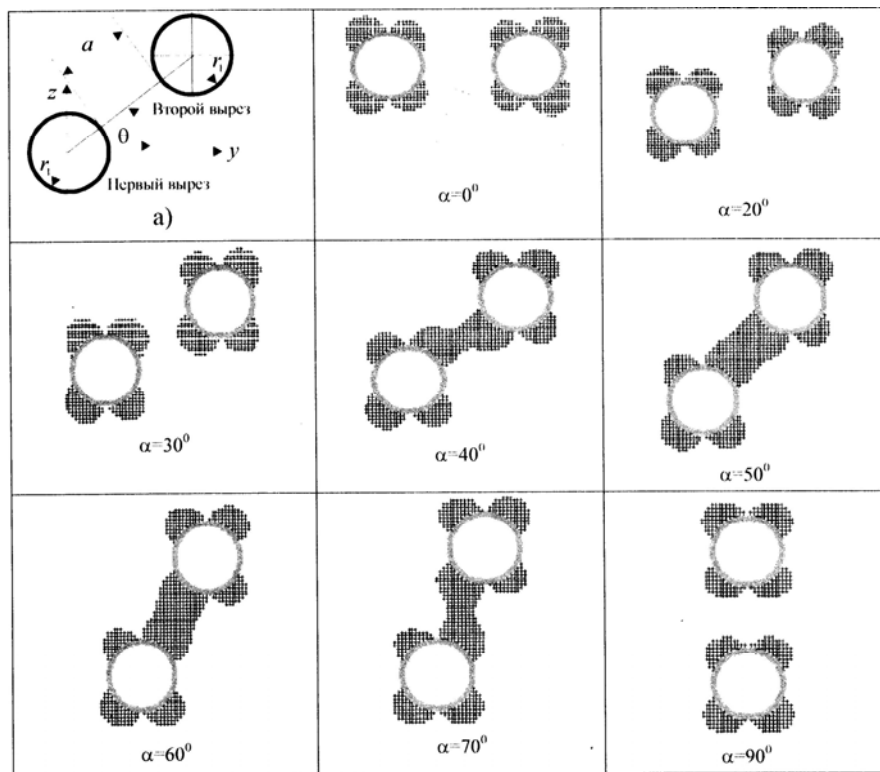
На рис. 1, а — приведена расчётная схема протяжённых вырезов круглого поперечного сечения, а на осталь-

ных фрагментах этого рисунка показаны зоны нарушения сплошности в их окрестности при некоторых значениях угла  $\theta$  и расстоянии между контурами  $2r_1$ . Характеристики среды приняты следующими

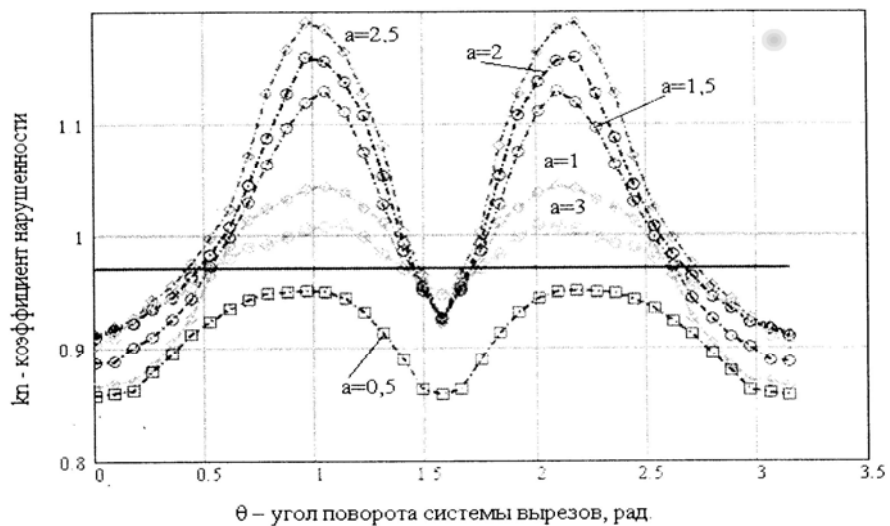
$$\alpha = 0^\circ, K/\gamma H = 0, \varphi = 20^\circ, \lambda = 1.$$

На рис. 2 приведены графики зависимостей коэффициентов нарушенности от угла  $\theta$  при его изменении в пределах  $0^\circ$ — $180^\circ$  с интервалом в  $5^\circ$ . Для сравнения показана сплошная линия значения коэффициента нарушенности для круглого одиночного выреза. Графики симметричны относительно вертикали  $x = \pi/2$ . Из них следует, что по сравнению с одиночным вырезом коэффициент нарушенности имеет большие значения на отдельных участках диапазона изменения угла  $\theta$  в первой и второй четверти декартовой системы.

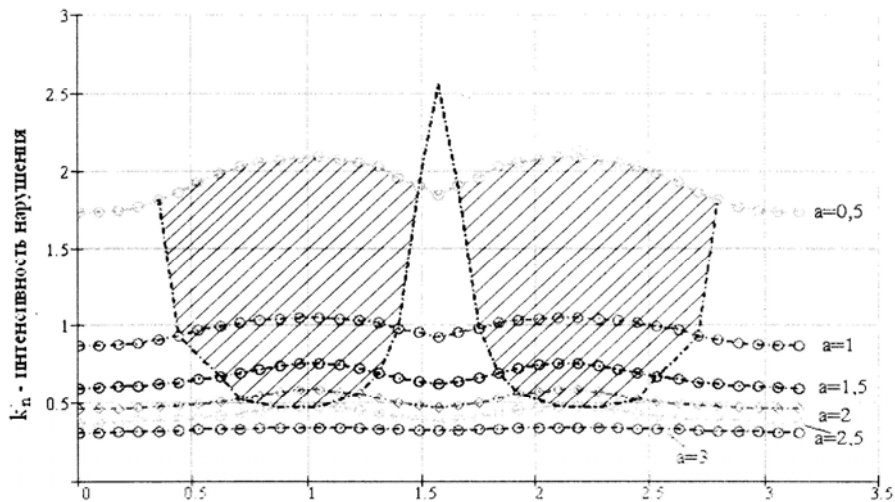
Для более детального исследования зон нарушения сплошности в окрестности вырезов и наглядного представления областей неустойчивости введено понятие интенсивности нарушения —  $k'_n$ , определяемое как отношение коэффициента нарушенности к расстоянию между вырезами. На рис. 3 показаны диаграммы интенсивностей нарушения в прямоугольной системе, на которых граничные точки начала (конца) смыкания зон нарушения сплошности, соединены линией. Заштрихованная область является областью неустойчивости системы вырезов и целиков между ними. В третьей и четвёртой четвертях (в нижней координатной полуплоскости) области симметричны относительно оси  $\theta = 0^\circ$  двум верхним областям. Как показывают результаты вычислительного эксперимента, четыре области неустойчивости не меняют размеров и формы при повороте поверхностей ослабления на угол  $\alpha$ , они



**Рис. 1.** Расчётная схема двухсвязного массива с круглыми вырезами (а) и с зонами нарушения сплошности в их окрестности



**Рис. 2.** Графики зависимостей коэффициентов нарушения от угла поворота системы вырезов при различных расстояниях между их контурами и угле наклона поверхностей ослабления  $\alpha = 0^\circ$



**Рис. 3. Графики зависимостей интенсивности нарушения от угла поворота системы вырезов при различных расстояниях между их контурами и горизонтально расположенных поверхностях ослабления**

лишь перемещаются параллельно исходному состоянию вдоль оси абсцисс, причём, если  $\alpha > 0$ , то области перемещаются влево, а при  $\alpha < 0$  — вправо.

Изменение интенсивности нарушения на границе области смыкания зон нарушения сплошности на рис. 4 представлено в полярной системе координат. На ней интенсивность нарушения для устойчивых областей массива с горизонтальными поверхностями ослабления расположены внутри фигуры, представляющей собой форму креста. Для наклонных поверхностей ослабления фигура поворачивается на угол  $\alpha$ . На круговой диаграмме (рис. 5) области неустойчивости двухсвязного массива с горизонтальными поверхностями ослабления представлены «лепестками», симметрично расположенными относительно горизонтальной оси. При угле наклона поверхностей ослабления  $\alpha$  «лепестки» также поворачиваются на угол  $\alpha$ . Для того, чтобы установить,

устойчив ли массив, надо нанести на график точки, соответствующие вырезам, и повернуть на угол  $\alpha$  «лепестки» неустойчивых областей. Если вторая точка окажется внутри лепестка, то это значит, что двухсвязный массив в окрестности вырезов неустойчив, т.е. целик между вырезами разрушится.

На рис. 6 построены области неустойчивости двухсвязного массива с  $\alpha = 45^\circ$ ,  $K/\gamma H = 0,1$ ;  $\lambda = 1$  при некоторых значениях угла простираия  $\beta$ . Угол  $\beta$ , лежащий в пределах от  $25^\circ$  до  $75^\circ$ , увеличивает области неустойчивости массива по сравнению с  $\beta = 90^\circ$ . График изменения площадей областей неустойчивости (на рис. 6 заштрихованные фигуры) в окрестности двух круглых вырезов в зависимости от угла  $\beta$  показан на рис. 9, а.

По результатам вычислительного эксперимента построены области неустойчивости двухсвязного массива с  $\alpha = 45^\circ$ ,  $\lambda = 1$ ;  $\beta = 90^\circ$  при некоторых значениях коэффициента сцепления

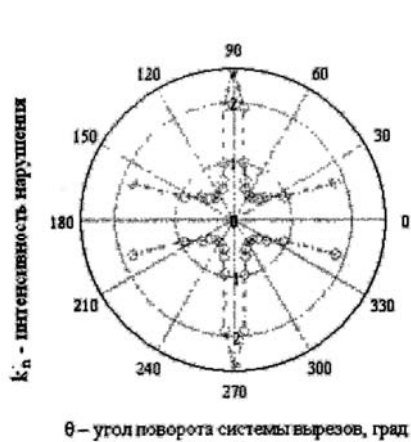


Рис. 4. Графики зависимости интенсивности нарушения от угла поворота системы вырезов на границе областей неустойчивости для горизонтально расположенных поверхностей ослабления



Рис. 5. Области неустойчивости двухсвязного массива с горизонтально расположенными поверхностями ослабления

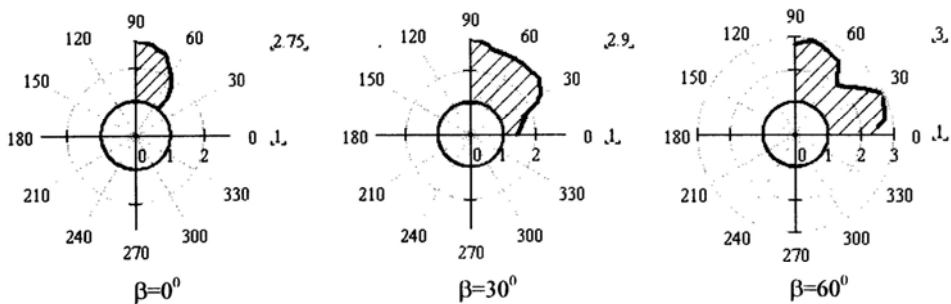


Рис. 6. Области неустойчивости двухсвязного массива при различных углах простираения

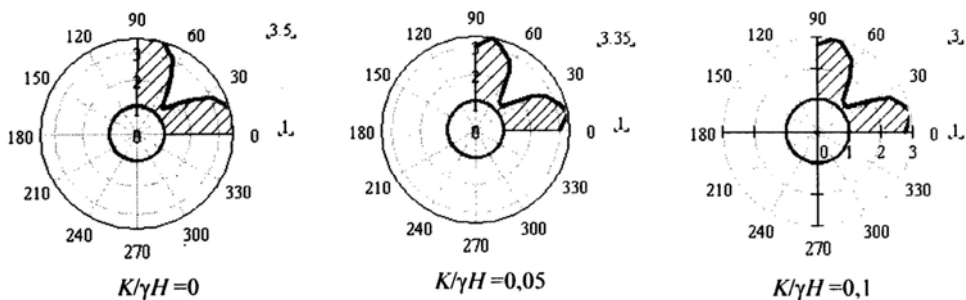
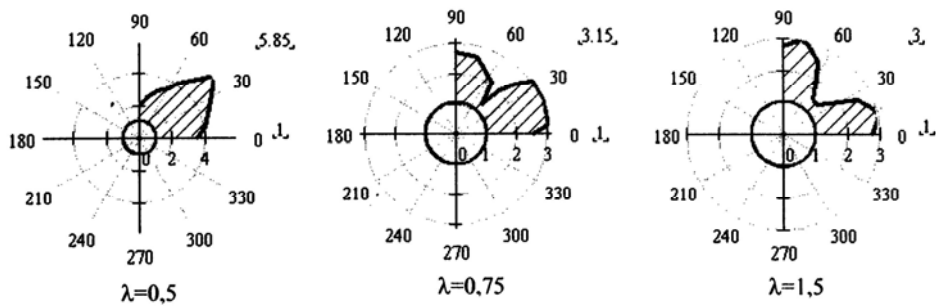
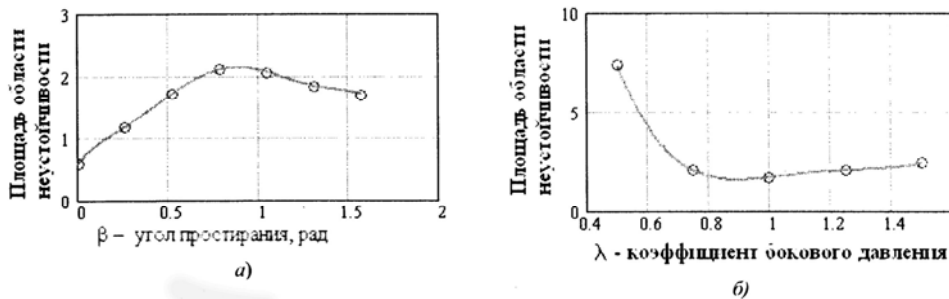


Рис. 7. Области неустойчивости двухсвязного массива при различных значениях K



**Рис. 8. Области неустойчивости двухсвязного массива при различных коэффициентах бокового давления**



**Рис. 9. Изменение площадей областей неустойчивости в зависимости от угла простираия  $\beta$  (а) и коэффициента бокового давления  $\lambda$  (б)**

$K/\gamma H$ , представленные на рис. 7, из которого следует, что увеличение коэффициента сцепления уменьшает эти области.

Результаты вычисления областей неустойчивости двухсвязного массива с  $\alpha = 45^\circ$ ,  $K/\gamma H = 0,1$ ;  $\beta = 90^\circ$  при некоторых значениях коэффициента бокового давления  $\lambda$ , представлены рисунком и графиками изменения площадей областей неустойчивости в зависимости от коэффициента бокового давления  $\lambda$ , (рис. 9 б), показывают, что наименьшая область неустойчивости массива соответствует  $\lambda = 1$ . Коэффициент  $\lambda = 0,5$  увеличивает площадь области неустойчивости по сравнению  $\lambda = 1$  в 3,5 раза.

В отличие от кривой изменения площади области неустойчивости в зависимости от  $\beta$ , имеющей максимум 2,2 при  $\beta = 0,9$  с последующим нисходящим её выполаживанием кривая изменения площади этой области в зависимости от  $\lambda$  имеет минимум тоже 2,2 при  $\lambda = 0,9$  с последующим восходящим выполаживанием. Причём в обоих случаях влияние параметров до точек экстремума носит крутой характер. Кривая на рис. 9, б зеркально отражает кривую рис. 9, а относительно горизонтальной линии, соответствующей площади 2,2 единицы.

#### Выводы

1. Установлено, что двухсвязный массив с двумя протяжёнными

вырезами круглого поперечного сечения при определённых условиях теряет устойчивость (отдельные участки зон нарушения сплошности вырезов смыкаются между вырезами в единую зону — область неустойчивости). Область неустойчивости при  $\lambda = 1$ ,  $\beta = 90^\circ$ ,  $K/\gamma H = 0$  независимо от угла  $\alpha$  представляют собой четырёхлепестковую диаграмму, которая при  $\alpha \neq 0$  поворачивается на угол  $-\alpha$ . Коэффициент нарушения в интервале  $25^\circ \leq \beta \leq 75^\circ$  принимает большие зна-

чения, чем при  $\beta = 90^\circ$ . При росте коэффициента сцепления степень нарушения падает, а при коэффициенте бокового давления, отличном от 1, наоборот, увеличивается.

2. Рассмотренная в докладе модель геомеханического состояния многосвязного массива обеспечивает проведение исследований устойчивости и степени нарушения массивов в окрестности системы вырезов с произвольными формами их поперечных сечений.

---

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Черданцев Н.В., Изаксон В.Ю. Некоторые трёхмерные и плоские задачи геомеханики. — Кемерово: КузГТУ, 2004. — 190 с.

2. Метод граничных интегральных уравнений. Вычислительные аспекты и приложе-

ния в механике. Под ред. Т. Круза и Ф. Риццо. — М: Мир. — 1978. — 210 с.

3. Ержанов Ж.С., Изаксон В.Ю., Станкус В.М. Комбайновые выработки шахт Кузбасса. Опыт поддержания и расчёт устойчивости. — Кемерово: Кемеровское книжное изд.-во, 1976. — 216 с. **ГИАН**

#### Коротко об авторах

Черданцев Н.В., Преслер В.Т., Изаксон В.Ю. — Институт угля и углехимии СО РАН, iuu@kemsc.ru



---

#### РУКОПИСИ,

#### ДЕПОНИРОВАННЫЕ В ИЗДАТЕЛЬСТВЕ МОСКОВСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО ГОРНОГО УНИВЕРСИТЕТА

Рахимов С.Н. ОБОГАЩЕНИЕ ЗОЛОТОСОДЕРЖАЩИХ РУД УЗБЕКИСТАНА (КЫЗЫЛКУМСКИЙ РЕГИОН) (706/25-09 от 25.05.09) 4 с.

Приведены типы (виды) применяемых технологий обогащения золота для Навоийского горно-металлургического комбината (НГМК). Приведены результаты применения гравитационно-сорбционной технологии переработки золотосодержащих руд, а также бактериально-химического окисления сульфидных руд, кучного выщелачивания и методов интенсивной гравитации.

The article gives the types (species) of the technologies of enrichment of gold to Navoi Mining and Metallurgical Combine (NGMK). The results of the use of gravitational-sorption technology for the processing of gold ores and bacterial-chemical oxidation of sulphide ores, heap leaching methods and intense gravity.