

УДК 622.831+539.3

В.Е. Миленков

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНО-АНАЛИТИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ ДЕФОРМИРОВАНИЯ ПОРОД, ВМЕЩАЮЩИХ ПЛАСТ ПОЛЕЗНОГО ИСКОПАЕМОГО*

Проведен экспериментально-аналитический расчет деформирования пород, вмещающих пласт полезного ископаемого.

Ключевые слова: напряженно-деформированное состояние, задачи теории упругости, технология отработки пласта.

Семинар № 3

Добра полезных ископаемых, таких как уголь, при технологии сжигания его в пласте с последующим отводом тепла, газ, нефть и т.п., исключающих присутствие человека под землей, производится в плохо контролируемых условиях. При этом процесс сгорания угля и продвижение этого фронта или вытеснение газа и нефти по пласту, фронт которых также нельзя считать сплошным и фиксированным на каждый момент времени.

Чтобы управлять изменением напряженно-деформированного состояния вмещающих пород при таких процессах необходимо моделировать ситуацию и иметь экспериментальные данные, обеспечивающие возможность формулировки граничных условий. Если в [1] использовались натурные замеры вертикальных компонент смещений кровли выработки в качестве одного граничного условия, принимая для второго априорные предположения отсутствия касательных напряжений по границе с угольным пластом в условиях глубокого заложения. Существенным при этом является доступ к отрабатываемому пласту и возможность вести замеры и воздействовать на массив закладкой или оставлением целиков. При безлюдной выемке такой возможности нет, имеется только ряд скважин, обеспечивающих добчу. Возникает проблема получения информации о деформировании массива пород в процессе добычи.

Простейший случай для реализации задачи расчета деформирования, когда можно воспользоваться известными подходами [2–4] при формулировке граничных условий для всех трех основных задач теории упругости, сводится к снесению всех сведений о пласте на прямолинейный разрез, что допустимо в случаях малости толщины и максимального отклонения пласта от горизонтального разреза по сравнению с глубиной заложения, т.е. моделируем породы кровли полосой, а полезный пласт занимает разрез длиной $2a$ (рис. 1).

Дополнительно будем считать, что породы почвы достаточно жесткие и можно пренебречь их деформированием. В этом случае известны следующие варианты формулировки граничных условий на продолжении разреза для Γ_1 [1–4]:

*Работа выполнена при финансовой поддержке Государственного контракта № 02.515.11.5028 и РФФИ (проект № 07-05-00004).

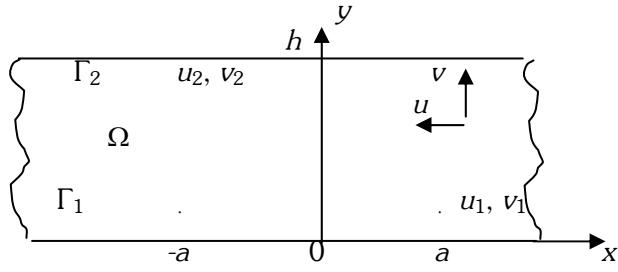


Рис. 1. Расчетная схема пород кровли

$$\begin{aligned}
 & (1) \quad u = v = 0, \quad a \leq |x| < \infty; \\
 & (2) \quad v = \tau = 0, \quad a \leq |x| < \infty; \\
 & (3) \quad v = v_0(x), \quad \tau = 0 \quad \text{на} \quad |x| < \infty; \\
 & (4) \quad v = v_0(x), \quad u = 0 \quad \text{на} \quad |x| < \infty,
 \end{aligned}$$

где u, v – компоненты смещений, τ – касательные напряжения.

В условиях большой неопределенности процесса деформирования, достаточно сильных априорных предположениях типа (1)–(4), тем не менее, в рамках принятых допущений расчеты напряжений и смещений будем проводить аналитически, что является основным стержнем, вокруг которого возможно проводить уточнения в любом направлении.

Для области Ω , ограниченной контуром $\Gamma = \Gamma_1 + \Gamma_2$, имеют место соотношения, связывающие значения компонент напряжений и смещений [5],

$$\begin{aligned}
 & f(t_0) + 2\mu g(t_0) = \frac{1}{\pi i} \int_{\Gamma} \frac{f(t) + 2\mu g(t)}{t - t_0} dt, \\
 & \kappa \overline{f(t_0)} - 2\mu \overline{g(t_0)} = \frac{1}{\pi i} \int_{\Gamma} \frac{\kappa \overline{f(t)} - 2\mu \overline{g(t)}}{t - t_0} dt - \\
 & - \frac{1}{\pi i} \int_{\Gamma} [f(t) + 2\mu g(t)] d \frac{\bar{t} - \bar{t}_0}{t - t_0}, \tag{5}
 \end{aligned}$$

где κ, μ – упругие постоянные;

$$f(t) = i \int_0^t (X_n + iY_n) ds,$$

(6)
 X_n, Y_n – значения напряжений в направлении осей x и y , соответственно; $g = u + iv$; $t \in \Gamma$, t_0 – аффикс точки границы; черточка под функцией обозначает сопряженное значение; i – мнимая единица.

На дневной поверхности Γ_2 граничные условия сформулируем в виде

$$\sigma_n = \tau_n = 0, \quad |x| < \infty \quad (7)$$

С учетом (7) из (5) компоненты смещений для границ Γ_1 и Γ_2 определяются из уравнений

$$\begin{aligned} 4\mu u_1(x) &= (\kappa - 1)f_{11}(x) - \frac{1}{\pi} \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(\kappa + 1)f_{12}}{s - x} ds - \right. \\ &\quad \left. - \int_{-\infty}^{\infty} \frac{4\mu h u_2}{(s - x)^2 + h^2} ds - \int_{-\infty}^{\infty} \frac{4h[(s - x)^2 - h^2]\mu u_2 + 8h^2(s - x)\mu v_2}{[(s - x)^2 + h^2]^2} ds \right\}, \\ 4\mu v_1(x) &= (\kappa - 1)f_{12}(x) + \frac{1}{\pi} \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(\kappa + 1)f_{11}}{s - x} ds + \right. \\ &\quad \left. + \int_{-\infty}^{\infty} \frac{4\mu h \mu v_2}{(s - x)^2 + h^2} ds + \int_{-\infty}^{\infty} \frac{8h^2(s - x)\mu u_2 - 4h[(s - x)^2 - h^2]\mu v_2}{[(s - x)^2 + h^2]^2} ds \right\}; \\ 4\mu u_2(x) &= -\frac{1}{\pi} \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} \frac{[(1 - \kappa)f_{11}(s) + 4\mu u_1(s)]h}{(s - x)^2 + h^2} ds - \right. \\ &\quad \left. - \int_{-\infty}^{\infty} \frac{2h[(s - x)^2 - h^2](f_{11} + 2\mu u_1) + 4h^2(s - x)(f_{12} + 2\mu v_1)}{[(s - x)^2 + h^2]^2} ds \right\}, \\ 4\mu v_2(x) &= \frac{1}{\pi} \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(\kappa + 1)(s - x)f_{11} - h[(\kappa - 1)f_{12} - 4\mu v_1]}{(s - x)^2 + h^2} ds + \right. \\ &\quad \left. + \int_{-\infty}^{\infty} \frac{4h^2(s - x)(f_{11} + 2\mu u_1) + 2h[(s - x)^2 - h^2](f_{12} + 2\mu v_1)}{[(s - x)^2 + h^2]^2} ds \right\}, \end{aligned} \quad (8)$$

где $f = f_{11} + if_{12}$ на Γ_1 .

Таким образом, соотношения (8) можно рассматривать как решение в квадратурах задачи определения компонент смещений границ пород кровли. Подстановка (1)–(4) в уравнения (8) однозначно определяет решение таких четырех задач для полосы Ω .

Границные значения напряжений для $|x| \leq a$ формулируются как изменения напряженного состояния за время наблюдения, т.е.

$$\sigma_y = \sigma_{y0}(x), \quad \tau = \tau_0(x), \quad |x| \leq a. \quad (9)$$

Главное в рассматриваемой задаче связано с достоверностью формулировки граничных условий на Γ_1 .

Возможность наступления динамических явлений связана со сдвиговыми деформациями, определяемыми касательными напряжениями. В качестве таких критериев примем:

1. Условие Треска

$$\tau_{\max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = k ,$$

(10)

где k – предел текучести при сдвиге; σ_1, σ_3 – главные напряжения

2. Условие Мизиса

$$\sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - \sigma_x \sigma_y + 3\tau^2} = \sigma_t ,$$

(11)

где σ_t – напряжение текучести.

Рассчитав напряженное состояние из (8) для (1)–(4) и (9) по формулам (10), (11) определяются области повышенных напряжений, где возможны сдвиги, т.е. наихудшие и наилучшие ситуации к которым нужно стремиться изменения, например, технологию – очередность повышения (понижения) дебита скважин. Для расчета напряжений из (8) необходимо проводить численное дифференцирование f_{11} и f_{12} , что приводит к потере точности. Чтобы избежать этого прорифференцируем по x первые два уравнения (8), получим

$$\begin{aligned} 4\mu u_1'(x) &= -(k-1)\sigma_{y1} - \frac{1}{\pi} \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(k+1)\tau_1}{s-x} ds - \right. \\ &\quad \left. - \int_{-\infty}^{\infty} \frac{8\mu h(s-x)u_2}{[(s-x)^2+h^2]^2} ds - \int_{-\infty}^{\infty} \frac{8h\mu \{(s-x)[(s-x)^2-3h^2]u_2 + h[3(s-x)^2-h^2]v_2\}}{[(s-x)^2+h^2]^3} ds \right\}, \\ 4\mu v_1'(x) &= (k-1)\tau_1(x) + \frac{1}{\pi} \left\{ - \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(k+1)\sigma_{y1}}{s-x} ds + \right. \\ &\quad \left. + \int_{-\infty}^{\infty} \frac{8h\mu(s-x)v_2}{[(s-x)^2+h^2]^2} ds + \int_{-\infty}^{\infty} \frac{8\mu h\{h[3(s-x)^2-h^2]u_2 - (s-x)[(s-x)^2-3h^2]v_2\}}{[(s-x)^2+h^2]^3} ds \right\}, \end{aligned} \quad (12)$$

Если вести наблюдения за поведением дневной поверхности с начала отработки пласта, то возможно, используя эти данные, определить приведенный модуль Юнга пород кровли. При наличии достаточного количества данных о смещениях на Γ_2 представляется возможным уточнить условия (1)–(4) с последующим уточнением решения (8) и областей, где достигаются предельные значения (10), (11). Нормальные и касательные напряжения σ_y и τ определяются при решении системы (8) с соответствующими граничными условиями из (1)–(4). Для определения σ_x, σ_y и τ входящие в (10), (11), воспользуемся соотношениями [6]

$$\sigma_x + \sigma_y = 4\operatorname{Re}\phi'(z)$$

$$\sigma_y - i\tau = 2\operatorname{Re}\phi'(z) + z\overline{\phi''(z)} + \overline{\psi'(z)} \quad (13)$$

Границные значения функций, входящих в правые части (13), имеют вид

$$(k+1)\phi(t_0) = [f(t_0) + 2\mu g(t_0)]$$

$$(\kappa + 1)\psi(t_0) = \kappa \overline{f(t_0)} - 2\mu \overline{g(t_0)} - \bar{t} \varphi'(t) \quad (14)$$

Следовательно, из (14), согласно [6], получаем

$$\begin{aligned} (\kappa + 1)\varphi'(z) &= \frac{1}{2\pi i} \int_{\Gamma} \frac{f + 2\mu g}{(t-z)^2} dt, \\ (\kappa + 1)\varphi''(z) &= \frac{1}{\pi i} \int_{\Gamma} \frac{f + 2\mu g}{(t-z)^3} dt, \\ (\kappa + 1)\psi'(z) &= \frac{1}{2\pi i} \int_{\Gamma} \frac{\kappa \bar{f} - 2\mu \bar{g}}{(t-z)^2} dt - \frac{1}{2\pi i} \int_{\Gamma} \frac{\bar{t}(f + 2\mu g)}{(t-z)^3} dt, \end{aligned} \quad (15)$$

что полностью определяет правые части (14) не производя численного дифференцирования $f(t_0)$ и $g(t_0)$.

Для границы области Ω из первого уравнения (13) с учетом (14) имеем

$$\sigma_x = \frac{4}{\kappa + 1} [\sigma_y + 2\mu u'] - \sigma_y = \frac{3 - \kappa}{\kappa + 1} \sigma_y + \frac{8\mu}{\kappa + 1} u' \quad (16)$$

Подставляя первое уравнение (12) в (16) окончательно получим для Γ_1

$$\begin{aligned} \sigma_{x1} = \sigma_{y1} + \frac{1}{\pi} \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\tau_1}{s-x} ds + \int_{-\infty}^{-\infty} \frac{8\mu h(s-x)u_2}{[(s-x)^2 + h^2]^2} ds + \right. \\ \left. + \int_{-\infty}^{-\infty} \frac{8h\mu \{(s-x)[(s-x)^2 - 3h^2]u_2 + h[(s-x)^2 - h^2]v_2\}}{[(s-x)^2 + h^2]^3} ds \right\}. \end{aligned} \quad (17)$$

Уравнение (17) имеет совсем простой вид на первой стадии отработки пласта, когда это влияние не ощущается на дневной поверхности, т.е. $u_2(x) \approx v_2(x) \approx 0$. В этих условиях первые два уравнения (8) определяют $u_1(x)$ и $v_1(x)$ как функции от $f_{11}(x)$ и $f_{12}(x)$, а третье и четвертое уравнения должны тождественно выполняться и могут служить для уточнения тех или иных экспериментальных данных, аппроксимаций или гипотез.

Таким образом, система сингулярных интегральных уравнений (8) позволяет рассмотреть любую основную задачу, сформулированную для $y = 0$. Если имеются натурные данные, любые и в любом количестве, то появляется возможность произвести доопределение как упругих характеристик массива, так и процесса деформирования. Важно подчеркнуть, что какой бы вид в плане не имел пласт полезного ископаемого, аппроксимация его отрезком прямой $|x| \leq \leq a$, представляет первое приближение исходной задачи – управление горным давлением. Как следует из сказанного, технология отработки пласта есть механика плюс экономика.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Грицко Г.И., Власенко Б.В., Порохов Г.Е. и др. Прогнозирование и расчет проявлений горного давления. – Новосибирск: Наука, 1980. – 159 с.

2. Бареблатт Г.И., Христианович С.А. Об обрушении кровли при горных выработках. – Изв. АН СССР, ОТН, 1955. – № 11. – С. 73–86.
3. Михлин С.Г. О напряжениях в породе над угольным пластом. – Изв. АН СССР, ОТН, 1942. – № 7–8. – С. 13–28.
4. Галин Л.А. Контактные задачи теории упругости. – М.-Л.: Наука, 1953. – 230 с.
5. Красновский А.А., Миленков В.Е. Расчет деформирования составных блоков пород с трещинами. – ФТПРГИ. – 2007. – № 2. – С.28–40.
6. Мусхелишвили Н.И. Некоторые основные задачи математической теории упругости. – М.: Наука, 1966. – 707 с. **ГЛАБ**

— *Коротко об авторе* —

Миленков В.Е. – зав. лабораторией механики горных пород Института горного дела СО РАН, г. Новосибирск, admin@misd.nsc.ru