

УДК 622.023

И.И. Мартыненко, Н.О. Солюянов, В.С. Верещагин
ИССЛЕДОВАНИЕ НАПРЯЖЁННОГО СОСТОЯНИЯ
ИЗОТРОПНОГО МАССИВА В ОКРЕСТНОСТИ ГОРНОЙ
ВЫРАБОТКИ ПРОИЗВОЛЬНОГО ПОПЕРЕЧНОГО
СЕЧЕНИЯ С УЧЁТОМ СРЕЗАЮЩИХ УСИЛИЙ В АНКЕРАХ

Представлено аналитическое решение задачи о распределении напряжений в породном массиве вокруг закреплённой анкерами горной выработки произвольного поперечного сечения, проводимой в однородных неслоистых породах. Особенностью подхода к решению данной задачи является учёт срезающих усилий в анкерных стержнях от действия в массиве сосредоточенной силы, направленной с отклонением от нормали к контуру выработки.

Ключевые слова: массив, выработка, анкер, напряжения, усилия.

Неделя горняка

Расчётная схема

Ранее были выполнены исследования [1-3] напряженного состояния в окрестности горной выработки круглого, эллиптического, квадратного или арочного поперечного сечения без учёта срезающих усилий в анкерах. В настоящей работе строится поле напряжений вокруг протяжённой горизонтальной подземной горной выработки произвольной формы поперечного сечения с учётом срезающих усилий в анкерах. Выработка проводится в однородных неслоистых породах (песчаники, известняки) вне зон влияния очистных работ, геологических нарушений, напорных вод, сейсмической активности.

Считая, что геомеханические процессы, возникающие в породном массиве, находятся в условиях плоской деформации, реальную схему массива представим как тяжелую полуплоскость, ослабленную отверстием (рис. 1, а).

В виду локального характера распределения напряжений в массиве поле гравитационных сил можно заменить полем геостатического давления, поэтому расчётная схема массива представима невесомой плоскостью с отверстием, находящейся в состоянии неравнокомпонентного сжатия на бесконечности (рис. 1, б).

Полные напряжения

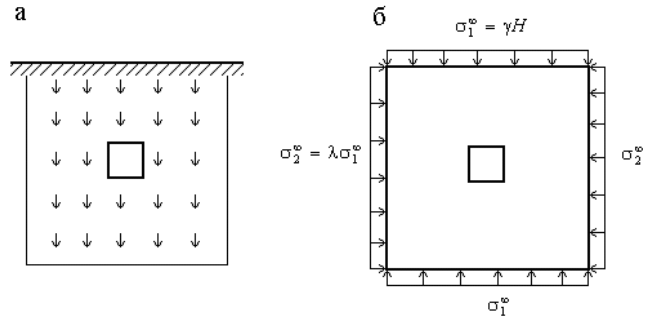
Для определения напряженного состояния армированного массива пород вокруг горной выработки, закреплённой анкерами, необходимо воспользоваться решением соответствующих задач теории упругости о распределении напряжений в упругой среде вокруг незакрепленного отверстия [4] и решением задачи теории упругости о действии силы в упругой плоскости, ослабленной отверстием [5].

В работе [1] приведены выражения для компонентов полных напряжений в армированном анкерами массиве в окрестности подземной горной выработки, имеющие вид

$$\begin{aligned}\sigma_r &= \sigma_r^{(0)} + \sigma_r^{(1)} + \sigma_r^{(\Sigma)}, \\ \sigma_\theta &= \sigma_\theta^{(0)} + \sigma_\theta^{(1)} + \sigma_\theta^{(\Sigma)}, \\ \tau_{r\theta} &= \tau_{r\theta}^{(0)} + \tau_{r\theta}^{(1)} + \tau_{r\theta}^{(\Sigma)},\end{aligned}\tag{1}$$

Рис. 1. Плоская схема массива: а – реальная; б – расчетная

где $\sigma_r, \sigma_\theta, \tau_{r\theta}$ – полные напряжения; $\sigma_r^{(0)}, \sigma_\theta^{(0)}, \tau_{r\theta}^{(0)}$ – начальные напряжения в массиве; $\sigma_r^{(1)}, \sigma_\theta^{(1)}, \tau_{r\theta}^{(1)}$ – дополнительные (снимаемые) напряжения, вызванные образованием выработки;



суммарные напряжения от действия сосредоточенных сил.

Начальные напряжения

Компоненты начальных напряжений, как показано в работах [1-3], имеют вид

$$\begin{cases} \sigma_r^{(0)} = \sigma_1^\infty \left(\frac{1+\lambda}{2} + \frac{1-\lambda}{2} \cos(2\theta) \right); \\ \sigma_\theta^{(0)} = \sigma_1^\infty \left(\frac{1+\lambda}{2} - \frac{1-\lambda}{2} \cos(2\theta) \right); \\ \tau_{r\theta}^{(0)} = -\sigma_1^\infty \frac{1-\lambda}{2} \cos(2\theta). \end{cases} \quad (2)$$

Дополнительные напряжения

Напряженное состояние в плоской задаче целиком определяется двумя функциями комплексного переменного и их производными [5]

$$\begin{cases} \sigma_r^{(1)} + \sigma_\theta^{(1)} = 4 \operatorname{Re} \Phi(z), \\ \sigma_\theta^{(1)} - \sigma_r^{(1)} + 2i \tau_{r\theta}^{(1)} = 2 \left[z \Phi'(z) + \Psi(z) \right]. \end{cases} \quad (3)$$

Для наиболее распространённых форм поперечного сечения подземных горных выработок с достаточной для практических расчетов точностью может быть использована отображающая функция вида

$$z = \omega(\xi) = c_0 \xi + \frac{c_1}{\xi} + \frac{c_2}{\xi^2} + \frac{c_3}{\xi^3} + \frac{c_4}{\xi^4}, \quad \omega'(\xi) \neq 0, \quad |\xi| \geq 1, \quad (4)$$

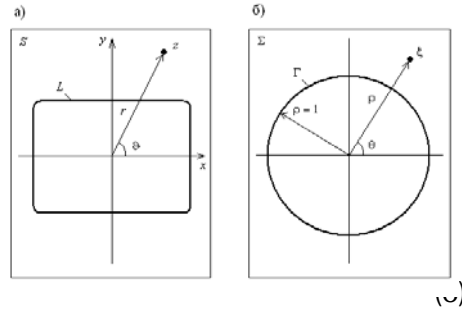
причем бесконечно удаленная точка плоскости ξ отображается в бесконечно удаленную точку на плоскости z (рис. 2).

Функции $\Phi(z), \Psi(z)$ однозначны в S , их выражения имеют вид

$$\begin{cases} \Phi(\xi) = \frac{1}{4} (\sigma_1^\infty + \sigma_2^\infty) - \frac{X+iY}{8\pi(1-\nu)} \frac{1}{\omega(\xi)} + \Phi_*(\xi), \\ \Psi(\xi) = \frac{1}{2} (\sigma_2^\infty - \sigma_1^\infty) e^{-2i\alpha} + (3-4\nu) \frac{X+iY}{8\pi(1-\nu)} \frac{1}{\omega(\xi)} + \Psi_*(\xi), \end{cases} \quad (5)$$

где $X+iY$ – главный вектор поверхностных сил $F_x + iF_y$; $\sigma_1^\infty, \sigma_2^\infty$ – главные напряжения на бесконечном удалении от отверстия; α – угол первого главного направления с осью Ox ; ε^∞ – поворот на бесконечности.

Рис. 2. Схема конформного отображения внешности сечения выработки (а) на внешность единичной окружности (б)



Далее из краевых условий, используя свойства интегралов типа Коши, определяются значения голоморфных в Σ функций $\Phi_*(\xi)$, $\Psi_*(\xi)$

$$\begin{aligned} \Phi_*(\xi) &= \frac{n(\xi)}{m(\xi)} \sigma^{[p]} + \frac{\xi^3}{m(\xi)} \sigma^{[\alpha]} - \frac{\xi^5}{m(\xi)} p_{n-1} \left(\frac{1}{\xi} \right); \\ \Psi_*(\xi) &= \frac{\xi^3}{m(\xi)} \left[(c_0 - c_1 \xi^2 - c_2 \xi^3 - c_3 \xi^4 - c_4 \xi^5) \Phi_*(\xi) - p_{n-1} \left(\frac{1}{\xi} \right) + c_0 \sigma^{[p]} - \right. \\ &\quad \left. - (c_0 \xi + c_1 \xi^3 + c_2 \xi^4 + c_3 \xi^5 + c_4 \xi^6) \Phi'_*(\xi) + \left(c_1 + \frac{2c_2}{\xi} + \frac{3c_3}{\xi^2} + \frac{4c_4}{\xi^3} \right) \sigma^{[\alpha]} \right], \end{aligned} \quad (7)$$

где

$$\sigma^{[p]} = p + \frac{1}{2} (\sigma_1^\infty + \sigma_2^\infty), \quad \sigma^{[\alpha]} = \frac{1}{2} (\sigma_2^\infty - \sigma_1^\infty) e^{2i\alpha}, \quad (8)$$

$$p_{n-1} \left(\frac{1}{\xi} \right) = -c_3 \frac{\bar{a}_2}{\xi^2} - c_4 \left(\frac{2\bar{a}_2}{\xi^3} + \frac{\bar{a}_3}{\xi^2} \right) \quad \begin{aligned} n(\xi) &= c_1 \xi^3 + 2c_2 \xi^2 + 3c_3 \xi + 4c_4, \\ m(\xi) &= c_0 \xi^5 - c_1 \xi^3 - 2c_2 \xi^2 - 3c_3 \xi - 4c_4. \end{aligned} \quad (9)$$

Таким образом, определяются дополнительные (снимаемые) напряжения в породном массиве, вмещающем незакрепленную выработку.

Суммарные напряжения

Для построения полного поля напряжений, действующего в породном массиве в окрестности заанкерванной выработки, остается определить суммарные напряжения $\sigma_r^{(\Sigma)}$, $\sigma_\theta^{(\Sigma)}$, $\tau_{r\theta}^{(\Sigma)}$ от сосредоточенных сил, моделирующих наличие анкерной крепи. Для этого решается задача теории упругости о действии сосредоточенной силы в упругой плоскости, ослабленной отверстием произвольной формы [5]. Отображающая функция имеет вид

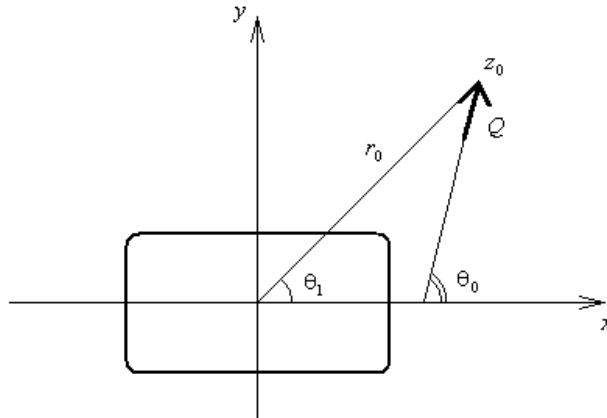
$$z = \omega(\xi) = c_0 \xi + \sum_{n=1}^{\infty} c_n \xi^{-n}. \quad (11)$$

В произвольной точке z_0 неограниченной плоскости, имеющей координаты (r_0, θ_0) , под углом θ_1 к действительной оси приложена сосредоточенная сила Q (рис. 3). Когда направление силы Q не совпадает с нормалью к контуру выработки, в анкерах возникают срезающие усилия.

Из теории упругости известны функции комплексных потенциалов φ и ψ , характеризующие напряженно-деформируемое состояние бесконечной плоскости от действия сосредоточенной силы. В нашем случае эти потенциалы имеют вид

$$\begin{aligned} \varphi(\xi) &= -\frac{Q\sigma_1}{2\pi(\chi+1)} \ln(\xi - \xi_0) + \varphi_0(\xi), \\ \psi(\xi) &= \chi \frac{Q\sigma_1^{-1}}{2\pi(\chi+1)} \ln(\xi - \xi_0) + \frac{\overline{\omega(\xi_0)}}{\omega'(\xi)} \frac{Q\sigma_1}{2\pi(\chi+1)} \cdot \frac{1}{\xi - \xi_0} + \psi_0(\xi), \end{aligned} \quad (12)$$

Рис. 3. Расчетная схема действия сосредоточенной силы в упругой плоскости, ослабленной отверстием произвольной формы



где $\varphi_0(\xi)$, $\psi_0(\xi)$ – голоморфные функции вне контура единичной окружности, включая бесконечно удаленную точку;

$$\sigma_1 = \exp(i\theta_1).$$

Граничные условия имеют вид

$$\varphi(\sigma) + \frac{\omega(\sigma)}{\omega'(\sigma)} \overline{\varphi'(\sigma)} + \overline{\psi(\sigma)} = 0, \quad (13)$$

$$\psi(\sigma) + \frac{\omega(\sigma)}{\omega'(\sigma)} \varphi'(\sigma) + \psi(\sigma) = 0,$$

где σ – точка единичной окружности $\sigma = \exp(i\theta)$.

Функции $\varphi_0(\xi)$, $\psi_0(\xi)$, голоморфные вне контура единичной окружности, включая бесконечно удаленную точку, определяются, удовлетворяя граничным условиям (13)

$$\varphi_0(\xi) = \frac{\chi Q \sigma_1}{2\pi(\chi+1)} \ln \frac{\overline{\xi_0} \cdot \xi}{\xi_0 \cdot \xi - 1} + \frac{Q \sigma_1^{-1}}{2\pi(\chi+1)} \sum_{k=1}^{\infty} A_{-k} \xi^{-k}; \quad (14)$$

$$\psi_0(\xi) = \frac{Q \sigma_1^{-1}}{2\pi(\chi+1)} \ln \frac{\overline{\xi_0} \cdot \xi - 1}{\xi_0 \cdot \xi} + \frac{Q \sigma_1}{2\pi(\chi+1)} \sum_{k=1}^{\infty} \overline{A_k} \xi^{-k} - \frac{\overline{\omega(\xi)}}{\omega'(\xi)} \cdot \varphi_0'(\xi). \quad (15)$$

Коэффициенты разложения $A_{\pm k}$ при квадратной форме поперечного сечения горной выработки приведены в работе [6], а при произвольной форме её поперечного сечения определяются выражениями

$$\begin{cases} A_k = \omega(\xi_0) \sum_{j=0}^{\infty} \frac{T_{j+k}}{\xi_0^{j+1}} - c_0 \sum_{j=0}^{\infty} \frac{T_{j+k-1}}{\xi_0^{j+1}} - \sum_{i=0}^{\infty} c_i \sum_{j=0}^{\infty} \frac{T_{j+k+i}}{\xi_0^{j+1}}, & k \geq 1, \\ A_{-k} = \omega(\xi_0) \sum_{j=0}^{\infty} \frac{T_j}{\xi_0^{j+k+1}} - c_0 \sum_{j=0}^{\infty} \frac{T_j}{\xi_0^{j+k+2}} - \sum_{i=0}^{\infty} c_i \sum_{j=0}^{\infty} \frac{T_j}{\xi_0^{j+k+1-i}} - \sum_{i=0}^{\infty} c_i \sum_{j=0}^{\infty} \frac{T_{j+i}}{\xi_0^{j+1}}, & k \leq 0, \end{cases} \quad (16)$$

где T_j – коэффициенты разложения в ряд Тейлора функции $\frac{1}{\omega'(\sigma)}$.

Формулами Колосова-Мусхелишвили [4]

$$\sigma_r^{(\Sigma)} + \sigma_\theta^{(\Sigma)} = 4 \operatorname{Re} \frac{\varphi'(\xi)}{\omega'(\xi)}, \quad (17)$$

$$\sigma_\theta^{(\Sigma)} - \sigma_r^{(\Sigma)} + 2i \tau_{r\theta}^{(\Sigma)} = \frac{2\xi^2}{r^2 \omega'(\xi)} \left(\overline{\omega(\xi)} \frac{\varphi''(\xi) \omega'(\xi) - \varphi'(\xi) \omega''(\xi)}{\omega^2(\xi)} + \psi'(\xi) \right)$$

определяются напряжения от действия сосредоточенной силы в произвольном направлении, приложенной в произвольной точке плоскости, ослабленной от-

вертием произвольной конфигурации. Подставляя начальные, дополнительные и суммарные напряжения, определенные соответствующими формулами (2), (3) и (14)-(17) в (1), получим выражения для полных напряжений, действующих в окрестности горной выработки произвольной формы поперечного сечения, с учётом срезающих усилий в анкерах.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Булычев Н.С. Механика подземных сооружений. – М.: Недра, 1982. – 270 с.
2. Баклашев И.В., Каргозия Б.А. Механика подземных сооружений и конструкций крепей. Учебник для вузов. – М.: Недра, 1984. – 415 с.
3. Завьялов Р.Ю. Теория и методы расчета анкерной крепи протяженных выработок. – Тула: ТулГУ, 2000. – 162 с.
4. Лурье А.И. Теория упругости. – М.: Наука, 1970. – 939 с.
5. Мухелишвили Н.И. Некоторые основные задачи математической теории упругости. – М.: Наука, 1966. – 707 с.
6. Мартыненко И.И., Солуянов Н.О., Верещагин В.С. Аналитическое представление напряжённого состояния массива в окрестности горной выработки с учётом срезающих усилий в анкерах // Перспективы развития Восточного Донбасса. Часть 1: сб. науч. тр. / Шахтинский ин-т (филиал) ЮРГТУ(НПИ). – Новочеркасск: УПЦ «Набл» ЮРГТУ(НПИ), 2007. – С.97-100. **ГИАБ**

Коротко об авторах

Мартыненко И.И. – кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры «Подземное, промышленное, гражданское строительство и строительные материалы» Шахтинского ин-та ЮРГТУ.

Солуянов Н.О. – аспирант ЮРГУ.

Верещагин В.С. – аспирант кафедры «Подземное, промышленное, гражданское строительство и строительные материалы» Шахтинского ин-та ЮРГТУ
siurgtu@siurgtu.ru



ДИССЕРТАЦИИ

ТЕКУЩАЯ ИНФОРМАЦИЯ О ЗАЩИТАХ ДИССЕРТАЦИЙ ПО ГОРНОМУ ДЕЛУ И СМЕЖНЫМ ВОПРОСАМ

Автор	Название работы	Специальность	Ученая степень
ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМ. В.В. КУЙБЫШЕВА			
КОСТЫЛЕВ Юрий Владимирович	Совершенствование технологии разработки обводненных буровугольных месторождений Дальнего Востока	25.00.22	к.т.н.