

УДК 621.926.5

Ю.В. Дмитрак, Т.А. Зиновьева

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ НОРМАЛЬНОГО ЗАКОНА РАСПРЕДЕЛЕНИЯ МАССЫ ШАРОВ НА ЗАКОН РАСПРЕДЕЛЕНИЯ НАГРУЗКИ, ДЕЙСТВУЮЩЕЙ НА СТЕНКУ ПОМОЛЬНОЙ КАМЕРЫ ВИБРАЦИОННОЙ МЕЛЬНИЦЫ

Статья посвящена вероятностному методу исследования воздействия массы мелюшей загрузки на стенки помольной камеры вибрационной мельницы. Установлена степень влияния массы шаров, распределённой по нормальному закону, на закон распределения радиальной силы, действующей на стенки помольной камеры. Проведён статистический анализ закона распределения радиальной силы. Доказано, что обозначенные выше две случайные величины распределены по нормальному закону. Созданы предпосылки для установления корреляционной зависимости между этими величинами.

Ключевые слова: помольная камера, вибрационные мельницы, закон распределения массы шаров.

Семинар № 21

В процессе движения помольной камеры шары, находящиеся у её поверхности, получают начальные импульсы, которые передаются вглубь шаровой загрузки. Многочисленные фото- и видеосъёмки свидетельствуют о том, что в процессе работы мельницы масса мелюшей загрузки распределена по объёму помольной камеры неравномерно. При этом величина массы контактирующих со стенкой шаров имеет случайный характер. Для повышения точности расчётов в предлагаемой математической модели масса шаров задаётся случайной величиной, распределённой по различным законам [1]-[4]. Из опыта эксплуатации вибрационных мельниц известно, что при коэффициенте заполнения помольной камеры шарами $\varepsilon = 0,85$ для диаметра камеры $d_k = 500$ мм масса шаров в радиальном сечении колеблется в диапазоне 14 – 26 кг.

Для проверки степени влияния закона распределения массы шаров m на закон распределения радиальной силы F зададим распределение случайной величины m нормальным законом:

$$f(m) = \frac{1}{\sigma_m \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(m-a)^2}{2\sigma_m^2}}, \quad (1)$$

где $a = M(m) = 20$ - математическое ожидание; $\sigma_m = 2$ - среднее квадратичное отклонение (рис. 1);

Для каждого вида распределения построим гистограммы распределения радиальной силы F , определим закон распределения F и сравним результаты статистического анализа [73].

Предположим, что начальная масса шаров m распределена по нормальному закону. Меняя угол между дебалансами, установленными на приводном валу мельницы, задаём ки-

Таблица 1

Номер интервала, i	Граница интервала		Частота, n_i
	F_i	F_{i+1}	
1	320	395	5
2	395	470	10
3	470	545	15
4	545	620	22
5	620	695	21
6	695	770	14
7	770	845	9
8	845	920	4

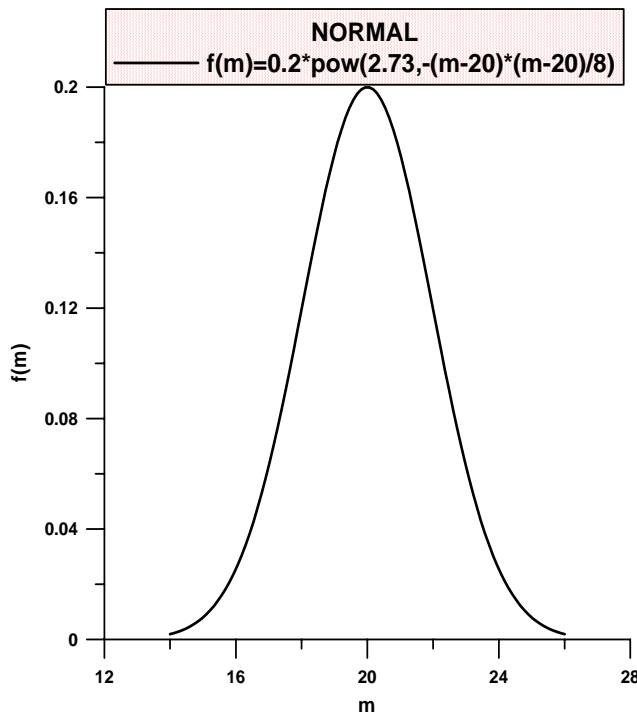


Рис. 1. Нормальный закон распределения случайной величины массы шаров в помольной камере вибрационной мельницы

нематематические параметры помольной камеры таким образом (при коэффициенте заполнения помольной камеры шарами $\varepsilon = 0,85$), чтобы величина m была распределена по данному закону. В результате измерения с помощью трёхкомпонентного радиоакселерометра значений радиальной силы F , действующей на стенку помольной камеры, получаем совокупность зна-

чений силы F . Данные значения сведены в табл. 1. Построим гистограммы распределения радиальной силы F .

Вычислим выборочное математическое ожидание и выборочное среднее квадратичное отклонение методом произведений.

Исправленное математическое ожидание:

$$\bar{F} = \frac{\sum_{i=1}^8 F_i \cdot n_i}{n}; \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \bar{F} &= \frac{357,5 \cdot 5 + 432,5 \cdot 10}{100} + \\ &+ \frac{507,5 \cdot 15 + 582,5 \cdot 22}{100} + \\ &+ \frac{657,5 \cdot 21 + 732,5 \cdot 14}{100} + \\ &+ \frac{807,5 \cdot 9 + 882,5 \cdot 4}{100} = 614 \end{aligned}$$

Исправленная выборочная дисперсия:

$$S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^8 (F_i^*)^2 \cdot n_i - \bar{F}^2; \quad (3)$$

$$\begin{aligned} S^2 &= \frac{1}{99} (357,5^2 \cdot 5 + 432,5^2 \cdot 10 + 507,5^2 \cdot 15 + \\ &+ 582,5^2 \cdot 22 + 657,5^2 \cdot 21 + 732,5^2 \cdot 14 + \\ &+ 807,5^2 \cdot 9 + 882,5^2 \cdot 4) - 614^2 = 21101. \end{aligned}$$

Таблица 2

Номер интервала, i	Границы интервала		$F_i - \bar{F}$	$F_{i+1} - \bar{F}$	Границы интервала для функции Лапласа	
	F_i , кН	F_{i+1} , кН			$z_i = \frac{F_i - \bar{F}}{\sigma}$	$z_{i+1} = \frac{F_{i+1} - \bar{F}}{\sigma}$
1	320	395	-	-219	$-\infty$	-1.51
2	395	470	-219	-144	-1.51	-0.99
3	470	545	-144	-69	-0.99	-0.48
4	545	620	-69	6	-0.48	0.04
5	620	695	6	81	0.04	0.56
6	695	770	81	156	0.56	1.08
7	770	845	156	231	1.08	1.59
8	845	920	231	-	1.59	$+\infty$

Таблица 3

Номер интервала, i	Границы интервала для функции Лапласа		$\Phi(z_i)$	$\Phi(z_{i+1})$	$P_i = \Phi(z_{i+1}) - \Phi(z_i)$	n'_i
	z_i	z_{i+1}				
1	$-\infty$	-1.51	-0.5	-0.4345	0.0655	6.55
2	-1.51	-0.99	-0.4345	-0.3389	0.0956	9.56
3	-0.99	-0.48	-0.3389	-0.1844	0.1545	15.45
4	-0.48	0.04	-0.1844	-0.016	0.1684	16.84
5	0.04	0.56	-0.016	0.2123	0.2283	22.83
6	0.56	1.08	0.2123	0.3599	0.1476	14.76
7	1.08	1.59	0.3599	0.4441	0.0842	8.42
8	1.59	$+\infty$	0.4441	0.5	0.0559	5.59

Исправленное выборочное среднее квадратичное отклонение:

$$\sigma = \sqrt{S^2} = 145. \quad (4)$$

Построим гистограмму распределения радиальной силы F , и график функции распределения случайной величины F (рис. 2). Следует отметить, что по оси ординат на графике отложена величина отношения относительной частоты w случайной величины силы к длине интервала $h: \frac{w_i}{h} = \frac{n_i}{n} \cdot \frac{1}{h}$, т.к. площадь под кривой плотности распределения, или под гистограммой, должна равняться единице.

Найдём интервалы z_i и z_{i+1} , по которым будем определять значения функции Лапласа. Для этого составим табл. 2. Здесь следует отметить, что функция Лапласа определена на всей оси абсцисс, но вероятность попадания значений F вне интервала $[320;920]$ практически равна 0. В связи с этим левый конец первого интервала примем равным $-\infty$, а правый конец последнего интервала примем равным $+\infty$.

Найдём теоретические вероятности P_i и теоретические частоты $n'_i = n \cdot P_i = 100 \cdot P_i$. Такие параметры должна была бы иметь статистическая совокупность, распределённая по

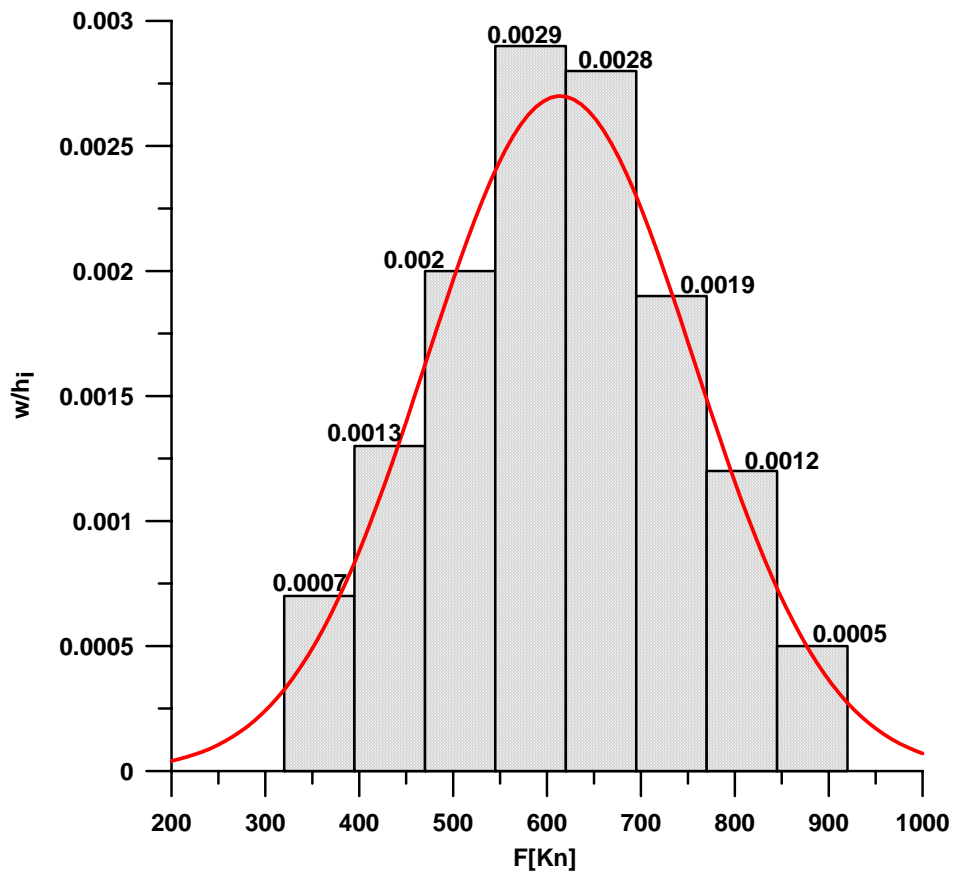


Рис. 2. Гистограмма и закон распределения случайной величины радиальной силы F при условии нормального закона распределения массы шаров m

Таблица 4

i	n_i	n'_i	$n_i - n'_i$	$(n_i - n'_i)^2$	$\frac{(n_i - n'_i)^2}{n'_i}$
1	5	6.55	-0.55	0.3	0.05
2	10	9.56	-0.44	0.19	0.02
3	15	15.45	-0.45	0.2	0.01
4	22	16.84	3.16	9.99	0.59
5	21	22.83	-1.83	3.35	0.15
6	14	14.76	0.76	0.58	0.04
7	9	8.42	0.58	0.34	0.04
8	4	5.59	-1.54	2.37	0.43
Σ	100	100			$\chi^2_{\text{набл}} = 1.33$

нормальному закону. Для этого составим табл. 3.

Сравним эмпирические и теорети-

ческие частоты, используя критерий χ^2 Пирсона. Вычислим наблюдаемое значение критерия Пирсона:

$$\chi^2_{\text{набл}} = \frac{\sum_{i=1}^8 (n_i - n'_i)^2}{n'_i} \quad (5)$$

Для этого составим таблицу 4.


По таблице приложения 5 [2] по заданному уровню значимости $\alpha = 0.05$ и числу степеней свободы $k = S - 3 = 8 - 3 = 5$, где S - число интервалов, находим $\chi^2_{\text{кр}} = 11.1$.

$\chi^2_{\text{набл}} < \chi^2_{\text{кр}}$, значит, параметры выборки не противоречат гипотезе о нормальном законе распределения силы

F . Принимаем данный закон распределения для дальнейших вычислений.

В результате проведённых расчётов был получен важный вывод: две взаимосвязанные случайные величины распределены по нормальному закону. Данное обстоятельство существенно облегчает установление характера корреляционной зависимости между данными величинами и позволяет в дальнейших расчётах оперировать математическими ожиданиями этих величин, что значительно повышает точность результатов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бендаж Д., Пирсон А. Прикладной анализ случайных данных. – М.: Мир, 1989. – 540 с.
2. Вентцель А.Д. Курс теории случайных процессов. – М.: Наука, 1976. – 520 с.
3. Дмитрак Ю.В., Доброборский Г.А., Вержанский А.П. Определение закона распределения времени измельчения материала в вибрационной мельнице. Деп. в горном бюллетене. – М.: ЦНИИ-Уголь – 1993. – № 3.
4. Зиновьева Т.А. Статистические методы оценки влияния законов распределения химического состава никель-медь-марганцевых катализаторов на эффективность очистки отходящих газов от вредных выбросов. – Горный информационно-аналитический бюллетень. – М.: 2006. – № 6. – С. 395–399. 

Коротко об авторах

Дмитрак Ю.В. – профессор, доктор технических наук, Московский государственный горный университет, Moscow State Mining University, Russia, ud@msmu.ru
 Зиновьева Т.А. – кандидат технических наук, доцент, Новомосковский институт РХТУ им. Д.И. Менделеева, rector@muctr.ru

