УДК 622.245+622.279.7

*А.В. Гнездов*

# О ТОЧНОСТИ РАСЧЕТОВ ПАРАМЕТРОВ ТРЕЩИН ПРИ ГИДРОРАЗРЫВЕ ПЛАСТА

*Проанализированы точность вычисления длины и ширины трещин ГРП на различных моделях Вычислены погрешности определения геометрии трещин.*
*Ключевые слова: гидроразрыв, трещина, пласт.*

Гидроразрыв пласта (ГРП) является одним из самых эффективных методов увеличения нефтеотдачи расчлененных пластов с низкими фильтрационно-емкостными характеристиками. В Западной Сибири около половины оставшихся извлекаемых запасов углеводородов сосредоточены в таких пластах. Особо следует отметить, что ни одна другая технология увеличения нефтедобычи не обладает такими высокими потенциальными возможностями, что объясняет ежегодное увеличение числа ГРП в нашей стране не только в нефтяных, но и в газовых скважинах [1].

Многие фирмы у нас и за рубежом широко используют программы 2-х мерного моделирования, включающие уравнения упругости, движения жидкости в щели, критерии продвижения трещин, для определения расчетных характеристик трещин, профилей проводимости, ожидаемого дебита после ГРП и др. Здесь примечательным является то обстоятельство, что различные программы при одних и тех же исходных данных дают результаты, отличающиеся «на разы» и, более того не совпадающие с фактическими результатами на скважинах.

Дело в том, что геолого-физические свойства продуктивных пластов представляют собой случайные пространственно-временные поля. Эти поля, как и метеорологические поля анизотропны по определению, т.к. одна из координат является время. Продуктивные пласты имеют переменные во времени и пространстве свойства (нефтегазонасыщенность, пористость, проницаемость, пластовое давление, прочность пород и т.д.). Использование детерменированных моделей здесь проблематично, а получаемые результаты носят вероятностный характер.

Для анализа точности прогнозирования длины и ширины трещин ГРП нами рассмотрены две модели (2Д) без учета поглощения жидкости нагнетания: модель Перкинса, Керна и Нордгрена (PKN) и модель Глирсмыде Кларка (GDK).

Длина и ширина трещины равны:

- по модели PKN:

$$L_1(t) = 0,45\left[\frac{Gq_0^3}{(1-\gamma)\mu h^4}\right]^{1/5} \cdot t^{1/5}\ , \qquad (1)$$

$$\varpi_1(o,t) = 1,89\left[\frac{(1-\gamma)q_0^2\mu}{Gh}\right]^{1/5} \cdot t^{1/5}, \qquad (2)$$

- по модели GDK:

$$L_2(t) = 0,48\left[\frac{Gq_0^3}{(1-\gamma)\mu h^3}\right]^{1/6} \cdot t^{2/3}\ , \qquad (3)$$

$$\varpi_2(o,t) = 1,32\left[\frac{(1-\gamma)q_0^3\mu}{Gh^3}\right]^{1/6} \cdot t^{1/3}, \qquad (4)$$

где G – модуль сдвига породы, КПа; $q_o$ – производительность закачки, м$^3$/мин; $\gamma$ – коэффициент Пуассона пород пласта; $\mu$ – вязкость жидкости разрыва, КПа·мин; h – высота трещины, м,

Здесь и далее принята система единиц, аналогичная применяемым в США.

Так как входящие в формулы (1), (2), (3) и (4) величины G, $q_o$, $\gamma$ и т.д. определяются с ошибками, то общая ошибка (погрешность) в определении $L_1(t)$, $L_2(t)$, $\omega_1(o,t)$ и $\omega_2(o,t)$ определяется по известной формуле (1). Если функция $u = f(X_1, X_2, X_3, \ldots, X_n)$ дифференцируемая по каждому аргументу $X_i$, то относительная ошибка функции и будет [2]:

$$\left(\frac{\Delta U}{U}\right)^2 = \sum_1^n \left(\frac{\partial f}{\partial x_1} * \Delta x_i\right)^2, \qquad (5)$$

В выражении (5), $\frac{\partial f}{\partial x_i}$ означает частную производную по каждому аргументу. Для формулы (1) выражение (5) будет иметь вид:

$$\frac{\Delta L}{L} = \sqrt{\left(\frac{\Delta G}{5G}\right)^2 + \left(\frac{3\Delta q_o}{5q_o}\right)^2 + \left(\frac{\Delta \mu}{5\mu}\right)^2 + \left(\frac{\Delta \gamma}{5\gamma}\right)^2 + \left(\frac{4}{5}\frac{\Delta h}{h}\right)^2 + \left(\frac{4}{5}\frac{\Delta t}{t}\right)^2} \qquad (6)$$

Если принять, что величины G, $q_o$, $\gamma$, $\mu$, h определены с точностью до 10%, а величина t с точностью 5% (для t это составляет ошибку в 1 мин), то по формуле (6) получаем:

$$\frac{\Delta L_1}{L_1} = \sqrt{0,02^2 + 0,06^2 + 0,02^2 + 0,02^2 + 0,08^2 + 0,04^2} \approx 0,113 = 11,3\%$$

Принятые нами 10% ошибки для G, $q_o$, $\gamma$, $\mu$, h очень занижены и все же дают уже 11,3 % в определении $L_1$.

Вычислим по формуле (1) значение $L_1$ при следующих исходных данных:

$G=10^7$КПа, $\gamma=0,20$, h=39м, $q_o=1,6$ м$^3$/мин, $\mu=1,67\cdot10^{-6}$ КПа·мин, t=830 м. Тогда ошибка в определении $L_1$ составляет $\Delta L_1=\pm94$ м.

Таким образом, вероятная длина щели будет в диапазоне 736м $\leq L_1 \leq$ 924 м.

Для определения максимальной длины щели ГРП в формулу (1) подставим в числителе значения параметров G и $\mu$, завышенные на 10%, а в знаменателе, заниженные на 10%, относительно принятых выше. Тогда наибольшее значение $L_1$ составит:

$$L_1(\text{max}) = 0,45\left[\frac{1,1\cdot10^7(1,76)^3}{0,78\cdot1,5\cdot10^{-6}\cdot35^4}\right]^{1/5}(201)^{1/5} =$$

$= 0,45 \cdot 32,1 \cdot 69,6 = 1005$ м.

А минимальная длина щели составит:

$$L_1(\text{min}) = 0,45\left[\frac{0,9\cdot10^7\cdot(1,44)^3}{0,82\cdot1,84\cdot10^{-6}\cdot43^4}\right]^{1/5}(199)^{1/5} =$$

$= 0,45 \cdot 22 \cdot 69 = 685$ м.

Таким образом, для $L_1$ можно получить 3 значения длин трещины.

Аналогичные расчеты выполнены для ширины щели $\omega_1(o,t)$ по модели PKN, для длины $L_2(t)$ и ширины щели $\omega_2(o,t)$по модели GDK. Результаты приведены в таблице.

Ошибка в определении $L_2$ составляет $\frac{\Delta L_2}{L_2}$ = 8,2%, что меньше ошибки в определении $L_1$ (11,3%). Аналогичное имеем $\frac{\Delta\omega_2}{\omega_2}$ = 5,4%, $\frac{\Delta\omega_1}{\omega_1}$ = 7,3%.

Из таблицы следует, что формулы PKN дают завышенные значения размеров щели по сравнению с формулами GDK. Чтобы отдать предпочтение той или иной модели сделана попытка оценить объемы образованных щелей и сравнить с объемом закаченной жидкости гидроразрыва.

Определим объем образовавшейся щели в модели PKN для вероятных значений $L_2$ и $\omega_2$, приняв ее форму в виде прямоугольного параллелепипеда. Тогда $V_1 = \omega_1\cdot h\cdot L_1 = 8,44\cdot10^{-3}\cdot39\cdot860 = 273$ м$^3$

*Расчетные значения размеров щели ГРП*

| Исходные параметры | Относительная погрешность, в % | Расчетная формула | Размеры щели, м | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | | максимальная | вероятная | минимальная |
| $G=10^7$КПа | 10% | | | | |
| $\gamma=0{,}20$ | 10% | (1) $L_1$ | 1005 | 830 | 685 |
| h=39м | 10% | (2) $\omega_1$ | $9{,}53\cdot10^{-3}$ | $8{,}44\cdot10^{-3}$ | $1{,}57\cdot10^{-3}$ |
| $q_o=1{,}6$ $м^3/мин$ | 10% | (3) $L_2$ | 611 | 530 | 460 |
| $\mu=1{,}67\cdot10^{-6}$ | 10% | (4) $\omega_2$ | $10{,}22\cdot10^{-3}$ | $2{,}48\cdot10^{-3}$ | $0{,}10\cdot10^{-3}$ |
| t=200 м | 5% | | | | |

По условиям гидроразрыва без поглощений в пласт должно быть закачано за 200 мин $V_1 = q_o\cdot t = 1{,}6\cdot200 = 320$ м$^3$. Следовательно разница в объемах составит $\Delta V = 320 - 273 = 47$м3, что составляет примерно 15 %. При максимальных размерах щели $V_1 = 9{,}53\cdot10^{-3}\cdot39\cdot1005 = 373$ м$^3$. Теперь недостает $\Delta V = 373 - 320 = 53$ м$^3$.

Проверка объема, получаемого по модели GDK не проводилась, т.к. она немного меньше 320 м$^3$.

В заключении необходимо отметить следующее:

1. Прогнозирование геометрии трещины является центральным при проектировании ГРП и от выбора моделей (PKN или GDK) во многом зависят все последующие результаты.

2. Погрешность измерений исходных параметров при расчете характеристик трещин ГРП приводит к значительным ошибкам прогнозных показателей длины и ширины трещины, а следовательно и к ошибкам в оценке показателей эффективности ГРП, прогнозу производительности скважины после проведения гидроразрыва..

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Унифицированный гидроразрыв* пласта: от теории к практике / М. Экономидис, Р. Олини, П. Валько / Москва-Ижевск. Институт компьютерных исследований. 2007. С. 236.

2. *Демидович Б.П., Марон И.А.* Основы вычислительной математики. М.: Физматгиз. 1963. С. 658. ГИАБ

## Коротко об авторе

*Гнездов А.В.* – аспирант Кубанского государственного технологического университета (КубГТУ), E-mail: adm@kgtu.kuban.ru