УДК 622.283.74:624438.44

В.С. Верещагин, А.А. Насонов

НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОЕ СОСТОЯНИЕ ПОРОДНОГО МАССИВА В ОКРЕСТНОСТИ ГОРНОЙ ВЫРАБОТКИ, ЗАКРЕПЛЕННОЙ АНКЕРНОЙ КРЕПЬЮ

Выполнено аналитическое исследование напряженного состояния породного массива в окрестности горной выработки, имеющей произвольное поперечное сечение и закрепленной анкерной крепью. Задача решена с учетом срезающих усилий, возникающих в анкерах.
Ключевые слова: армированный массив, напряженное состояние массива.

Семинар № 3

Для определения напряженного состояния армированного массива пород, вокруг выработки, закрепленной системой анкеров необходимо воспользоваться решением соответствующих задач теории упругости о распределении напряжений в упругой среде вокруг незакрепленного отверстия и решением задачи теории упругости о действии силы в упругой плоскости, ослабленной отверстием.

Выражения для компонентов напряжений в массиве, армированном анкерами, вокруг выработки имеют вид [1]

$$\begin{aligned} \sigma_r &= \sigma_r^{(0)} + \sigma_r^{(1)} + \sigma_r^{(\Sigma)}, \\ \sigma_\theta &= \sigma_\theta^{(0)} + \sigma_\theta^{(1)} + \sigma_\theta^{(\Sigma)}, \\ \tau_{r\theta} &= \tau_{r\theta}^{(0)} + \tau_{r\theta}^{(1)} + \tau_{r\theta}^{(\Sigma)}, \end{aligned} \tag{1}$$

где σ_r, σ_θ, $\tau_{r\theta}$ – полные напряжения; $\sigma_r^{(0)}$, $\sigma_\theta^{(0)}$, $\tau_{r\theta}^{(0)}$ – начальные напряжения в массиве; $\sigma_r^{(1)}$, $\sigma_\theta^{(1)}$, $\tau_{r\theta}^{(1)}$ – дополнительные напряжения, вызванные образованием выработки; $\sigma_r^{(\Sigma)}$, $\sigma_\theta^{(\Sigma)}$, $\tau_{r\theta}^{(\Sigma)}$ – суммарные напряжения от действия сосредоточенных сил.

Компоненты начальных и дополнительных напряжений для различных форм поперечного сечения можно найти в работах [1-4].

Для определения суммарных напряжений $\sigma_r^{(\Sigma)}$, $\sigma_\theta^{(\Sigma)}$, $\tau_{r\theta}^{(\Sigma)}$ решим задачу теории упругости о действии сосредоточенной силы в упругой плоскости, ослабленной отверстием произвольной формы. В произвольной точке z_0 неограниченной плоскости, имеющей координаты (r_0, θ_0), под углом θ_1 к действительной оси приложим сосредоточенную силу Q. Когда направление силы Q не совпадает с нормалью к контуру выработки, в анкерах возникают срезающие усилия. Их учет очень важен на практике. Из теории упругости [2] известны функции комплексных потенциалов φ и ψ, характеризующие напряженнодеформируемое состояние бесконечной плоскости от действия сосредоточенной силы. В нашем случае эти потенциалы имеют вид

$$\begin{aligned} \varphi(z) &= -\frac{X+iY}{2\pi(\chi+1)}\ln(z-z_0)+\varphi_0(z),\\ \psi(z) &= \chi\frac{X+iY}{2\pi(\chi+1)}\ln(z-z_0)+\frac{X+iY}{2\pi(\chi+1)}\cdot\frac{\bar{z}_0}{z-z_0}+\psi_0(z), \end{aligned} \tag{2}$$

где X, Y – проекции силы Q на действительную и мнимую оси соответственно; $\chi = 3-4\nu$, ν – коэффициент Пуассона. Отображающую функцию представим в виде

$$z = \omega(\xi) = c_0\xi + \frac{c_1}{\xi} + \frac{c_2}{\xi^2} + \ldots \tag{3}$$

Для новой переменной выражения (2) примут вид

$$\begin{aligned} \varphi(\xi) &= -\frac{Q\sigma_1}{2\pi(\chi+1)}\ln(\xi-\xi_0)+\varphi_0(\xi),\\ \psi(\xi) &= \chi\frac{Q\sigma_1^{-1}}{2\pi(\chi+1)}\ln(\xi-\xi_0)+\frac{\overline{\omega(\xi_0)}}{\omega'(\xi)}\frac{Q\sigma_1}{2\pi(\chi+1)}\cdot\frac{1}{\xi-\xi_0}+\psi_0(\xi), \end{aligned} \tag{4}$$

где $\varphi_0(\xi)$, $\psi_0(\xi)$ – голоморфные функции вне контура единичной окружности, включая бесконечно удаленную точку; $\sigma_1 = \exp(i\theta_1)$.

Граничные условия имеют вид

$$\begin{aligned} &\varphi(\sigma)+\frac{\omega(\sigma)}{\overline{\omega'(\sigma)}}\overline{\varphi'(\sigma)}+\overline{\psi(\sigma)} = 0,\\ &\psi(\sigma)+\frac{\omega(\sigma)}{\omega'(\sigma)}\varphi'(\sigma)+\psi(\sigma) = 0, \end{aligned} \tag{5}$$

где σ – точка единичной окружности $\sigma = \exp(i\theta)$.

Подставляя $\varphi(\sigma)$ и $\psi(\sigma)$, определенные формулами (4), получим

$$\begin{aligned} &\varphi_0(\sigma)+\frac{\omega(\sigma)}{\overline{\omega'(\sigma)}}\overline{\varphi_0'(\sigma)}+\overline{\psi_0(\sigma)} = f(\sigma),\\ &\psi_0(\sigma)+\frac{\omega(\sigma)}{\omega'(\sigma)}\varphi_0'(\sigma)+\psi_0(\sigma) = \overline{f(\sigma)}, \end{aligned} \tag{6}$$

где

$$\begin{aligned} f(\sigma) = {} & \frac{Q\sigma_1}{2\pi(\chi+1)}\left[\ln(\sigma-\xi_0)-\chi\ln\left(\sigma^{-1}-\overline{\xi_0}\right)\right]+\\ & +\frac{Q\sigma_1^{-1}}{2\pi(\chi+1)}\frac{\sigma}{1-\sigma\overline{\xi_0}}\frac{1}{\overline{\omega'(\sigma)}}\left[\omega(\sigma)-\omega(\xi_0)\right]. \end{aligned} \tag{7}$$

Умножим обе части первого из равенств (6) на ядро Коши $\frac{1}{2\pi i}\frac{d\sigma}{\sigma-\xi}$ и проинтегрируем по контуру единичной окружности Γ, считая точку ξ расположенной вне Γ (обход контура ведется против часовой стрелки). Так как $\varphi_0(\xi)$ голоморфна вне Γ, а функции $\frac{\omega(\xi)}{\overline{\omega'(\xi)}}\overline{\varphi_0'(\xi)}$ и $\overline{\psi_0(\xi)}$ – внутри Γ, то

$$\frac{1}{2\pi i}\int_{\Gamma}\frac{\varphi_0(\xi)d\sigma}{\sigma-\xi}=-\varphi_0(\xi),$$
$$\frac{1}{2\pi i}\int_{\Gamma}\frac{\omega(\xi)}{\overline{\omega'(\xi)}}\overline{\varphi_0'(\xi)}\frac{d\sigma}{\sigma-\xi}=0,$$
$$\frac{1}{2\pi i}\int_{\Gamma}\frac{\psi_0(\xi)d\sigma}{\sigma-\xi}=0.$$

Следовательно, получаем

$$\varphi_0(\xi)=-\frac{1}{2\pi i}\int_{\Gamma}\frac{f(\sigma)d\sigma}{\sigma-\xi} \tag{8}$$

Представим функцию

$$g(\sigma)=\frac{\sigma}{1-\sigma\overline{\xi}_0}\frac{1}{\overline{\omega'(\sigma)}}\left[\omega(\sigma)-\omega(\xi_0)\right] \tag{9}$$

в виде ряда Лорана

$$g(\sigma)=\sum_{k=1}^{\infty}A_k\sigma^k+\sum_{k=0}^{\infty}A_{-k}\sigma^{-k}\ , \tag{10}$$

тогда после интегрирования в (8) будем иметь

$$\varphi_0(\xi)=\frac{\chi Q\sigma_1}{2\pi(\chi+1)}\ln\frac{\overline{\xi}_0\cdot\xi}{\overline{\xi}_0\cdot\xi-1}+\frac{Q\sigma_1^{-1}}{2\pi(\chi+1)}\sum_{k=1}^{\infty}A_{-k}\xi^{-k}\ . \tag{11}$$

Обратимся ко второму из равенств (6). Проделав аналогичные операции, получим

$$\psi_0(\xi)=\frac{Q\sigma_1^{-1}}{2\pi(\chi+1)}\ln\frac{\overline{\xi}_0\cdot\xi-1}{\overline{\xi}_0\cdot\xi}+\frac{Q\sigma_1}{2\pi(\chi+1)}\sum_{k=1}^{\infty}\overline{A_k}\xi^{-k}-\frac{\overline{\omega(\xi)}}{\omega'(\xi)}\cdot\varphi_0'(\xi)\ . \tag{12}$$

Определим коэффициенты разложения $A_{\pm k}$ для выработки произвольного поперечного сечения. Подставляя $\omega(\sigma)$, определенную формулой (3) в (9) и приравнивая в (10) коэффициенты при одинаковых степенях σ, получим

$$\begin{cases} A_k=\omega(\xi_0)\sum\limits_{j=0}^{\infty}\dfrac{T_{j+k}}{\overline{\xi}_0^{\,j+1}}-c_0\sum\limits_{j=0}^{\infty}\dfrac{T_{j+k-1}}{\overline{\xi}_0^{\,j+1}}-\sum\limits_{i=0}^{\infty}c_i\sum\limits_{j=0}^{\infty}\dfrac{T_{j+k+i}}{\overline{\xi}_0^{\,j+1}}, \quad k\ge 1,\\ A_{-k}=\omega(\xi_0)\sum\limits_{j=0}^{\infty}\dfrac{T_j}{\overline{\xi}_0^{\,j+k+1}}-c_0\sum\limits_{j=0}^{\infty}\dfrac{T_j}{\overline{\xi}_0^{\,j+k+2}}-\sum\limits_{i=0}^{\infty}c_i\sum\limits_{j=0}^{\infty}\dfrac{T_j}{\overline{\xi}_0^{\,j+k+1-i}}-\sum\limits_{i=0}^{\infty}c_i\sum\limits_{j=0}^{\infty}\dfrac{T_{j+i}}{\overline{\xi}_0^{\,j+1}}, \quad k\le 0, \end{cases} \tag{13}$$

где T_j – коэффициенты разложения в ряд Тейлора функции $\dfrac{1}{\overline{\omega'(\sigma)}}$.

Компоненты тензора напряжений выражаются через комплексные потенциалы известными формулами Колосова-Мусхелишвили

$$\begin{aligned} &\sigma_r^{(\Sigma)}+\sigma_\theta^{(\Sigma)}=4\,\mathrm{Re}\frac{\varphi'(\xi)}{\omega'(\xi)},\\ &\sigma_\theta^{(\Sigma)}-\sigma_r^{(\Sigma)}+2i\,\tau_{r\theta}^{(\Sigma)}=\frac{2\xi^2}{r^2\overline{\omega'(\xi)}}\left(\overline{\omega(\xi)}\frac{\varphi''(\xi)\omega'(\xi)-\varphi'(\xi)\omega''(\xi)}{\omega'^2(\xi)}+\psi'(\xi)\right). \end{aligned} \tag{14}$$

Таким образом, определено напряженное состояние в окрестности выработки произвольного поперечного сечения, закрепленной анкерами с учетом срезающих усилий, обусловленных послойными подвижками.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Завьялов Р.Ю.* Теория и методы расчета анкерной крепи протяженных выработок. – Тула: изд. ТулГУ, 2000. – 162 с.

2. *Лурье А.И.* Теория упругости. М.: Наука, 1970. – 939 с.

3. *Баклашев И.В., Картозия Б.А.* Механика подземных сооружений и конструкций крепей. Учебник для вузов. М.: Недра, 1984. – 415 с.

4. *Булычев Н.С.* Механика подземных сооружений. М.: Недра, 1982. –270 с. ГИАБ

Коротко об авторах

Верещагин В.С. – аспирант кафедры «Подземное, промышленное, гражданское строительство и строительные материалы» Шахтинского института Южно-Российского государственного технического университета, siurgtu@ siurgtu.ru

Насонов А.А. – инженер, соискатель кафедры «Подземное, промышленное, гражданское строительство и строительные материалы» Шахтинского института Южно-Российского государственного технического университета, siurgtu@ siurgtu.ru

ДИССЕРТАЦИИ

ТЕКУЩАЯ ИНФОРМАЦИЯ О ЗАЩИТАХ ДИССЕРТАЦИЙ ПО ГОРНОМУ ДЕЛУ И СМЕЖНЫМ ВОПРОСАМ

Автор	Название работы	Специальность	Ученая степень
УФИМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ НЕФТЯНОЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ			
БУРКИНА Екатерина Николаевна	Совершенствование системы управления безопасностью опасных производственных объектов на основе применения показателя абсолютной опасности	05.26.03	к.т.н.
ГОЛИКОВ Николай Сергеевич	Обоснование рациональных параметров щековой дробилки со сложным движением щеки	05.05.06	к.т.н.