УДК 622.142.5

Д.Н. Шурыгин

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОПТИМАЛЬНОЙ МОДЕЛИ ВАРИОГРАММЫ НА ОСНОВЕ МЕТОДА ГРУППОВОГО УЧЕТА АРГУМЕНТОВ

Приведен алгоритм подбора оптимальной модели теоретической вариограммы к экспериментальным данным. Математическая модель представляется в виде суммы вариограмм (Де Вийса, сферической, линейной и др.) и характеризуется оптимальной сложностью.

Ключевые слова: геостатистика, вариограмма, модель вариограммы.

Для использования вариограммы в процессе оценивания значений геологического показателя к ней должна быть подобрана математическая модель, которая удовлетворяет определенным условиям. Большинство оценок, используемых в геологии, являются линейными комбинациями (т.е. взвешенными средними) данных. Для того чтобы дисперсия любой линейной комбинации никогда не стала отрицательной, необходимо использовать в качестве моделей для вариограмм только определенные функции (условно отрицательно определенные).

Нижеперечисленные модели вариограмм [1] являются допустимыми с учетом описанных выше условий. Модели с порогом соответствуют стационарным пространственным переменным, в то время как беспороговые модели ассоциируются только с внутренними переменными.

1) Эффект самородка.

$$\gamma(h)=\begin{cases}0, h=0\\ C, h>0\end{cases}$$

2) Сферическая модель.

$$\gamma(h)=\begin{cases}C\left(\dfrac{3h}{2a}-\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{h^3}{a^3}\right)\right), h<a\\ C, h\geq a\end{cases}$$

a - область влияния.

3) Экспоненциальная модель.

$$\gamma(h)=C\left(1-\exp\left(-\frac{h}{a}\right)\right)$$

4) Степенная модель.

$$\gamma(h)=Ch^{\alpha}, 0<\alpha\leq 2$$

5) Модель Гаусса

$$\gamma(h)=C\left(1-\exp\left(-\frac{h^2}{a^2}\right)\right)$$

6) Логарифимическая модель

$$\gamma(h)=C\ln(h)$$

7) Кубическая модель

$$\gamma(h)=$$

$$=\begin{cases}C\left(7\dfrac{h^2}{a^2}-8.75\dfrac{h^3}{a^3}+3.5\dfrac{h^5}{a^5}-0.75\dfrac{h^7}{a^7}\right), h<a\\ C, h\geq a\end{cases}$$

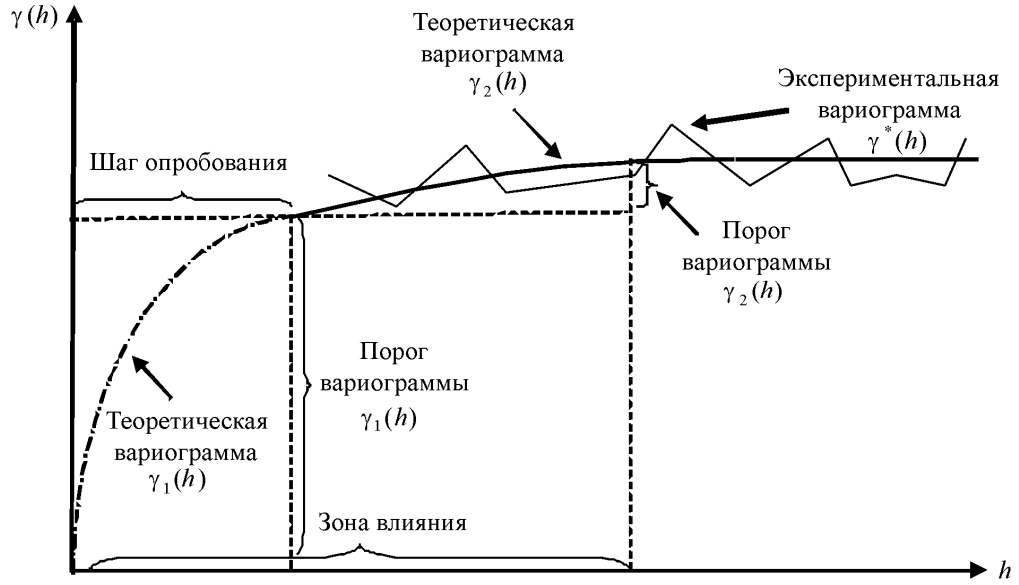
8) Двухмерная модель скважинного эффекта

$$\gamma(h)=C\left(1-\exp\left(-\frac{h}{a}\right)J_0\left(2\pi\frac{h}{\lambda}\right)\right),$$

где J_0 – функция Бесселя. Величина λ контролирует значительность эффекта.

9) Модель эффекта включений

$$\gamma(h)=C\left(1-\frac{\sin(\lambda h)}{\lambda h}\right)$$



Сумма теоретических вариограмм $\gamma_1(h)$, $\gamma_2(h)$

10) Синусоидальная модель.

$$\gamma(h) = C\left(1 - \frac{a}{h}\sin\left(\frac{h}{a}\right)\right)$$

11) Призматическая магнитная модель.

$$\gamma(h) = C\left(1 - \frac{1}{\left(1 + (h/a)^2\right)^{1.5}}\right)$$

12) Призматическая гравиметрическая модель

$$\gamma(h) = C\left(1 - \frac{1}{\left(1 + (h/a)^2\right)^{0.5}}\right)$$

13) Пространственная модель учета включений (комбинация экспоненциальной и тригонометрической функций)

$$\gamma(h) = C\left(1 - \exp\left(-\frac{\lambda h}{\beta}\right)\cos(\lambda h)\right)$$

Сумма таких функций позволяет получить новые допустимые модели, потому что это будет эквивалентно сложению независимых случайных функций, однако, вычитание их дает недопустимую модель. Пример подгонки экспериментальных данных суммой двух допустимых вариограмм сферического типа приведен на рисунке.

При определении оптимальной модели теоретической вариограммы предлагается использовать многорядный алгоритм МГУА [2], который заключается в следующем. Для создания внешнего дополнения совокупность значений экспериментальной вариограммы $\gamma^*(h)$ $\left(i = \overline{1,n}\right)$ разделяется на обучающую $\left(i = \overline{1,m}\right)$ и проверочную $\left(i = \overline{m+1,n}\right)$.

Далее на точках обучающей совокупности строится зависимость следующего вида, которая называется опорной функцией (частное описание):

$$y_i = a_q\gamma_q(h) + a_c\gamma_c(h)$$

На первом ряду селекции синтезируется ряд моделей:

$$y_1 = f_1^{(1)}\left(\gamma_1(h), \gamma_2(h)\right),$$

$$y_2 = f_2^{(1)}\left(\gamma_1(h), \gamma_3(h)\right), \ldots,$$

$$y_S = f_S^{(1)}\left(\gamma_{n-1}(h), \gamma_n(h)\right),$$

где (1) – номер ряда селекции.

Эти модели представляют собой взвешенные суммы допустимых вариограмм, приведенных выше. Для нахождения оценок коэффициентов a_q, a_c опорной функции применяется метод наименьших квадратов (МНК). На проверочных точках, не участвующих в вычислении оценок коэффициентов этих моделей, проверяется их качество по критерию минимума $\delta_K^{(1)}$ (сумма квадратов остатков).

$$\delta_K^{(1)} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(y_i - \gamma_i^*(h)\right)^2$$

Далее все уравнения ранжируются по этому критерию и n лучших из них (по минимальному значению $\delta_K^{(1)}$) принимаются в качестве аргументов в принятом уравнении на втором ряду селекции.

После этого на точках обучающей совокупности вычисляются коэффициенты новых зависимостей:

$$z_1 = f_1^{(2)}\left(y_1, y_2\right),$$

$$z_2 = f_2^{(2)}\left(y_1, y_3\right), \ldots,$$

$$z_S = f_S^{(2)}\left(y_{n-1}, y_n\right)$$

Построение модели ведется до тех пор, пока не выполнится неравенство $\delta_{K\min}^{(v+1)} > \delta_{K\min}^{(v)}$. В качестве оптимальной принимается модель (уравнение), полученная на v ряде селекции и имеющая минимум критерия селекции на внешнем дополнении (проверочных точках).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Армстронг М.* Основы линейной геостатистики. 1998. – 149 с.

2. *Ивахненко А.Г.* Индуктивный метод самоорганизации моделей сложных систем.- Киев: Наукова думка. 1982. – 296 с. ГИАБ

КОРОТКО ОБ АВТОРЕ

Шурыгин Дмитрий Николаевич – доцент кафедры маркшейдерского дела и геодезии, кандидат технических наук, shurygind@mail.ru

Южно-Российский государственный технический университет (Новочеркасский политехнический институт).