

П.С. Шпаков, В.Н. Долгоносов, Ю.Л. Юнаков, М.В. Шпакова
АНАЛИТИЧЕСКИЙ СПОСОБ РАСЧЕТА
УСТОЙЧИВОСТИ ОТКОСА НА СЛАБОМ ОСНОВАНИИ
НЕОГРАНИЧЕННОЙ МОЩНОСТИ

При разработке месторождений полезных ископаемых открытым способом и отсыпке вскрышных пород во внешние и внутренние отвалы часто возникает задача определения устойчивости откосов, расположенных на слабом основании большой мощности. Существующие способы решения данной задачи зачастую графические, обладают рядом недостатков, которые устраняются в предложенном аналитическом способе расчета. Результаты наблюдений за деформациями карьерных откосов на ряде месторождений Казахстана, выполненных авторами, позволили создать модель деформирования откосов на слабом основании и выявить форму и местоположение потенциальной поверхности скольжения. Показано, что потенциальная поверхность скольжения в откосах, расположенных на слабом основании большой мощности, может аппроксимироваться дугами трех окружностей разных радиусов. На основе положений теории предельного равновесия разработан аналитический способ расчета параметров предельного откоса. Реализация решения задачи на ЭВМ значительно облегчает расчеты и анализ по обоснованию параметров устойчивых откосов, что дает способу заметные преимущества по сравнению с существующими графическими решениями. Для оценки точности разработанного способа расчета были выполнены поверочные расчеты параметров предельного откоса на участках оползней бортов Тургайского бокситового рудоуправления предлагаемым аналитическим способом и численно аналитическим способом профессора П.С. Шпакова. Сравнительные результаты решения аналитическим и численно аналитическим способами показали, что результаты расчетов не сильно отличаются друг от друга (в пределах 3%).

Ключевые слова: отвал, коэффициент запаса, основание отвала, мощность отвала, расчетная схема, предельная высота, генеральный угол откоса, предельный откос.

При разработке месторождений полезных ископаемых открытым способом часто возникает задача определения параметров откосов, расположенных на слабом основании большой мощности. Так, например, при складировании вскрышных пород на территориях пересыхающих водоемов (отвалы Качарского карьера) либо при залегании в основании отвалов мощных линз слабых пластичных глин, а также в случаях, когда в нижней части стратиграфического разреза борта карьера присутствуют мощные горизонты слабых песчано-глинистых пород, которые отличаются более низкими прочностными характеристиками по сравнению с породами вышележащих горизонтов (Качарский и Тургайские карьеры).

Характерной особенностью механизма деформирования прибортового массива является наличие выпора – выдавливания пород слабого основания у подошвы откоса (рис. 1).

В случае залегания в основании откоса слабого слоя большой мощности поверхность скольжения представляет собой сложную линию переменной кривизны, состоящую из трех участков – дуг окружностей (рис. 1).

Рассмотрим общую схему построения поверхности скольжения.

1) Первая дуга (участок CM) начинается с точки C на глубине H_{90} от верхней площадки уступа под углом $\mu = (45^\circ - \rho / 2)$ к вертикали или $\varepsilon = (45^\circ + \rho / 2)$ к горизонтالي. В точке M дуга пересекает верхнюю границу слабого слоя под углом входа θ . Формулы для вычисления параметров H_{90} и θ приведены в работе [1]. Координаты точки входа M определяем как результат пересечения прямых DM и MC

$$x_M = \frac{y_C - x_C \operatorname{tg}[45^\circ + (\delta + \theta - \mu) / 2]}{\operatorname{tg} \delta - \operatorname{tg}[45^\circ + (\delta + \theta - \mu) / 2]} ; y_M = x_M \cdot \operatorname{tg} \delta , \quad (1)$$

где δ – угол наклона слабого основания.

Определим координаты центра первой окружности – точки O_1 .

Уравнения радиусов в точках M и C

$$y = y_M - (x - x_M) \cdot \operatorname{ctg}(\delta + \theta) ; y = y_C - (x - x_C) \cdot \operatorname{ctg} \varepsilon . \quad (2)$$

Координаты центра окружности O_1 определяем как результат пересечения данных радиусов (прямых CO_1 и MO_1)

$$x_{O_1} = \frac{y_M - y_C - x_C \operatorname{ctg} \varepsilon + x_M \operatorname{ctg}(\delta + \theta)}{\operatorname{ctg}(\delta + \theta) - \operatorname{ctg} \varepsilon} ; \quad (3)$$

$$y_{O_1} = y_M - (x_{O_1} - x_M) \cdot \operatorname{ctg}(\delta + \theta) \text{ или } y_{O_1} = y_C - (x_{O_1} - x_C) \cdot \operatorname{ctg} \varepsilon .$$

Центральный угол первой дуги: $\beta_1 = 90^\circ - (\delta + \theta + \mu)$.

2) На границе со слабым слоем происходит преломление поверхности скольжения под углом

$$\Delta\theta = (\rho - \rho') / 2 . \quad (4)$$

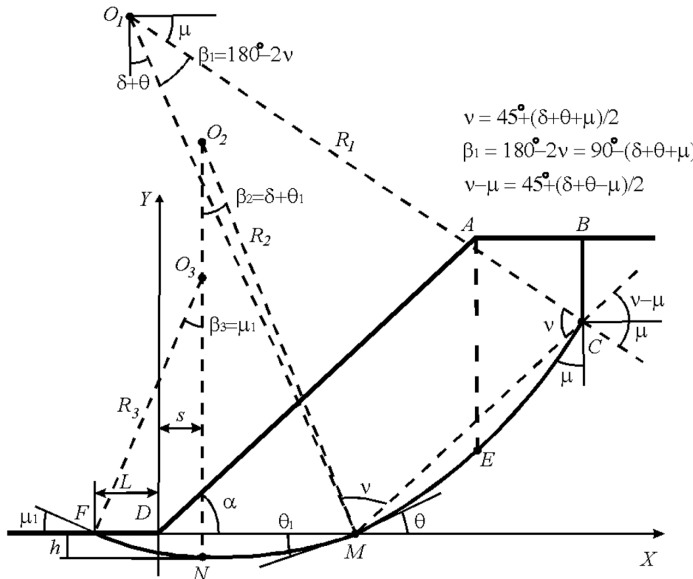


Рис. 1. Схема откоса на слабом основании большой мощности

В слабом слое на участках MN и ND может быть построено бесконечное множество поверхностей.

На втором участке MN поверхность скольжения аппроксимируется семейством дуг окружностей радиусами R_{2i} (от $R_{2\min}$ до $R_{2\max}$) с центрами в точках O_{2i} . В точке наибольшего заглубления поверхности скольжения N_i (в которой касательная направлена горизонтально, а нормаль – вертикально), вторая дуга переходит в третье семейство NA радиусами R_{3i} (от $R_{3\min}$ до $R_{3\max}$) и центрами в точках O_{3i} . Ввиду преломления поверхности скольжения в точке M , угол между касательной к дуге MN в этой точке и контактом

$$\theta_1 = \theta - \Delta\theta. \quad (5)$$

Поверхность скольжения на третьем участке имеет обратный уклон и выходит в основание откоса под углом

$$\mu_1 = 45^\circ - \rho' / 2. \quad (6)$$

Минимальная граница семейства поверхностей в слабом слое соответствует выходу поверхности в основание откоса (с минимальным заглублением h_{\min}) и нулевой ширине выпора, а максимальная граница соответствует выходу поверхности в точке D_1 , максимальным ширине L_{\max} и глубине h_{\max} выпора, когда точка сопряжения второго и третьего участков поверхности скольжения находится под нижней бровкой откоса ($s = 0$).

3) Определим координаты центров второго семейства окружностей O_{2i} . Уравнение радиуса второй окружности в точке M :

$$y = y_M - (x - x_M) \cdot \operatorname{ctg}(\delta + \theta_1). \quad (7)$$

Второй радиус представляет собой вертикаль $x = s = \operatorname{const}$, $x \in [0; a]$.

При $x = 0$ поверхность скольжения выходит на расстоянии L_{\max} от основания откоса, а при $x = a$ – в основание откоса. На прямых, которым принадлежат вторые радиусы ($O_{2i}N_i$), также будут находиться центры дуг окружностей третьего участка O_{3i} .

Построение начинаем с внешней поверхности, которая выходит на расстоянии от основания откоса. Подставляя в уравнение (7) значение $x = 0$, получим координаты точки $O_{2\max}$ [$x = 0$; $y = y_M + x_M \cdot \operatorname{ctg}(\delta + \theta_1)$].

Определим максимальную глубину поверхности скольжения под основанием откоса

$$h_{\max} = R_{2\max} - y_{O_{2\max}} = R_{2\max} - [y_M + x_M \cdot \operatorname{ctg}(\delta + \theta_1)]. \quad (8)$$

Центральный угол дуг второго семейства: $\beta_2 = (\delta + \theta_1)$.

4) Вычисляем параметры третьего семейства дуг. Центр дуги максимального радиуса находится на прямой $O_{2\max}N$.

Центральный угол дуг третьего семейства: $\beta_3 = \mu_1$.

Ордината максимального радиуса третьего семейства

$$y_{O_{3\max}} = h_{\max} \frac{\cos \mu_1}{1 - \cos \mu_1}. \quad (9)$$

Максимальная ширина выпора у основания

$$L_{\max} = y_{O_{3\max}} \cdot \operatorname{tg} \mu_1 - s. \quad (10)$$

5) Определим общую методику построения промежуточных кривых скольжения на втором и третьем участках. Построения начинаем со второго участка. Задаемся величиной смещения вертикального радиуса в сторону откоса $x = a$ и подставляем в уравнение (7). В результате получим промежуточные значения координат точек

$$O_{2i} [x_i = a; y_i = y_M - (a - x_M) \cdot \operatorname{ctg}(\delta + \theta_1)]. \quad (11)$$

Максимальное заглубление промежуточной поверхности скольжения

$$h_{\max i} = R_{2i} - y_{O_{2i}} = R_{2i} - [y_M - (a - x_M) \cdot \operatorname{ctg}(\delta + \theta_1)]. \quad (12)$$

Центры промежуточных дуг третьего семейства находится на вертикальных прямых $O_{2i}N_i$. Ордината центра дуги окружности

$$y_{O_{3i}} = h_i \frac{\cos \mu_1}{1 - \cos \mu_1}. \quad (13)$$

Ширина выпора у основания

$$L_i = y_{O_{3i}} \cdot \operatorname{tg} \mu_1. \quad (14)$$

6) Методика интегрирования сдвигающих, нормальных и удерживающих сил, действующих по линиям скольжения $AMND$ подробным образом описана в работе [2], отдельные исследования по этой проблеме детально изучались в работах [3–11].

Определим высоту и вес элементарного столба пород, расположенного выше поверхности скольжения, для чего призму разделяем на три части, соответствующие трем дугам поверхности скольжения.

Первый участок, соответствующий дуге CM , делим на два участка относительно проекции верхней бровки откоса на поверхности скольжения (г. E).

Участок под откосом (ME):

$$h(x) = x \cdot \operatorname{tg} \alpha - y_O + \sqrt{R^2 - (x - x_O)^2}. \quad (15)$$

Участок под горизонтальной площадкой (EC):

$$h(x) = H - y_O + \sqrt{R^2 - (x - x_O)^2}. \quad (16)$$

На участке объемный вес пород постоянный и может быть вынесен за пределы интеграла, поэтому возможно использовать полученные выше решения.

Определим сдвигающие силы, действующие на призму возможного обрушения на первом участке, путем интегрирования элементарных сдвигающих (касательных) сил по поверхности скольжения

$$T_{1\text{сдв}} = \int_{MC} dT_{\text{сдв}} = \int_{ME} dT_{\text{сдв}} + \int_{EC} dT_{\text{сдв}}. \quad (17)$$

Результат интегрирования аналогичен решениям, полученным в работе [2], формулы – (2.37) и (2.38).

Определим суммарные нормальные силы, действующие по первому участку поверхности скольжения, путем интегрирования элементарных нормальных сил по дуге

$$N_1 = \int_{MC} dN = \int_{ME} dN + \int_{EC} dN. \quad (18)$$

Результат интегрирования соответствует решениям (2.42) и (2.43) [2].

Второй участок соответствует дуге MN . Общая высота породного столба на этом участке может быть определена по формуле

$$h(x) = x \cdot \operatorname{tg} \alpha - y_0 + \sqrt{R^2 - (x - x_0)^2} \quad (19)$$

Так как откос и его основание сложены различными породами с разным объемным весом, то вес элементарного столба

$$dP(x) = [\gamma \cdot x \cdot \operatorname{tg} \alpha + \gamma_1(-y_0 + \sqrt{R^2 - (x - x_0)^2})] dx, \quad (20)$$

где γ и γ_1 – объемный вес пород откоса и основания соответственно.

Сдвигающие силы, действующие на втором участке

$$T_{2\text{сдв}} = \int_{NM} dT_{\text{сдв}} \quad (21)$$

Интегрирование выполнено на основе решения (2.37) [2], которое с учетом условия (20) примет вид

$$\begin{aligned} \int_{NM} dT_{\text{сдв}} &= \frac{1}{R} \int_{x_N}^{x_M} \left(\gamma \cdot x \cdot \operatorname{tg} \alpha + \gamma_1(-y_0 + \sqrt{R^2 - (x - x_0)^2}) \right) (x - x_0) dx = \\ &= \frac{1}{R} \int_{x_N}^{x_M} \left[\gamma x^2 \operatorname{tg} \alpha - x(\gamma x_0 \operatorname{tg} \alpha + \gamma_1 y_0) + \gamma_1 x_0 y_0 \right] dx - \\ &- \frac{\gamma_1}{2R} \int_{x_N}^{x_M} \sqrt{R^2 - (x - x_0)^2} d[R^2 - (x - x_0)^2] \end{aligned} \quad (22)$$

Вычисляем два полученных интеграла

а)

$$\begin{aligned} -\frac{\gamma_1}{2R} \int_{x_N}^{x_M} \sqrt{R^2 - (x - x_0)^2} d[R^2 - (x - x_0)^2] &= -\frac{\gamma_1}{3R} [R^2 - (x - x_0)^2]^{3/2} \Big|_{x_N}^{x_M} = \\ &= \frac{\gamma_1}{3R} \left([R^2 - (x_N - x_0)^2]^{3/2} - [R^2 - (x_M - x_0)^2]^{3/2} \right) \end{aligned}$$

б)

$$\begin{aligned} \frac{1}{R} \int_{x_N}^{x_M} \left[\gamma x^2 \operatorname{tg} \alpha - x(\gamma x_0 \operatorname{tg} \alpha + \gamma_1 y_0) + \gamma_1 x_0 y_0 \right] dx &= \\ &= \frac{1}{R} \left[\gamma \cdot \operatorname{tg} \alpha \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} (\gamma x_0 \operatorname{tg} \alpha + \gamma_1 y_0) + \gamma_1 x \cdot x_0 y_0 \right]_{x_N}^{x_M} = \\ &= \frac{1}{R} \left[\gamma \cdot \operatorname{tg} \alpha \frac{x_M^3}{3} - \frac{x_M^2}{2} (\gamma x_0 \operatorname{tg} \alpha + \gamma_1 y_0) + \gamma_1 x_M x_0 y_0 \right] - \\ &- \frac{1}{R} \left[\gamma \cdot \operatorname{tg} \alpha \frac{x_N^3}{3} - \frac{x_N^2}{2} (\gamma x_0 \operatorname{tg} \alpha + \gamma_1 y_0) + \gamma_1 x_N x_0 y_0 \right] \end{aligned}$$

Нормальные силы, силы, действующие на втором участке

$$N_2 = \int_{NM} dN \quad (23)$$

Интегрирование выполнено на основе решения (2.42) [2], которое с учетом условия (20) примет вид

$$\int_{NM} dN = \frac{1}{R} \int_{NM} \left(\gamma \cdot x \cdot \operatorname{tg} \alpha - \gamma_1 y_O + \gamma_1 \sqrt{R^2 - (x - x_O)^2} \right) \sqrt{R^2 - (x - x_O)^2} dx =$$

$$= \frac{\gamma \cdot \operatorname{tg} \alpha}{R} \int_{x_N}^{x_M} x \sqrt{R^2 - (x - x_O)^2} dx - \frac{\gamma_1 \cdot y_O}{R} \int_{x_N}^{x_M} x \sqrt{R^2 - (x - x_O)^2} dx +$$

$$+ \frac{\gamma_1}{R} \int_{x_N}^{x_M} (2xx_O - x^2 - x_O^2 + R^2) dx. \quad (24)$$

Результат интегрирования соответствует решению (2.42) [2] с учетом объемного веса пород основания γ_1 .

Третий участок (зона выпора основания) соответствует дуге $D_1 N_1$. В общем случае третий участок необходимо делить на два интервала точкой N , которая находится под нижней бровкой.

Тогда, при $x > 0$ высота породного столба определяется по формуле (19), а интегрирование сдвигающих и нормальных сил осуществляется аналогично второму участку по формулам (22) и (24) от нижнего предела $x = 0$ до верхнего $x = a$. При $x < 0$ высота породного столба определяется выражением (16) при $H = 0$. Интегрирование сдвигающих и нормальных сил по дуге осуществляется по решениям (2.38) и (2.43) [2] для пород основания с объемным весом γ_1 .

Разработан алгоритм и программа для решения данной задачи.

Определим параметры предельного откоса на слабом основании большой мощности. Угол откоса $\alpha = 28^\circ$, прочностные характеристики пород массива $k = 10 \text{ тн/м}^2$, $\rho = 18^\circ$ и слабого слоя $k' = 3,5 \text{ тн/м}^2$, $\rho' = 12^\circ$. Объемный вес пород массива $\gamma = 2,0 \text{ тн/м}^3$ и основания $\gamma' = 1,8 \text{ тн/м}^3$.

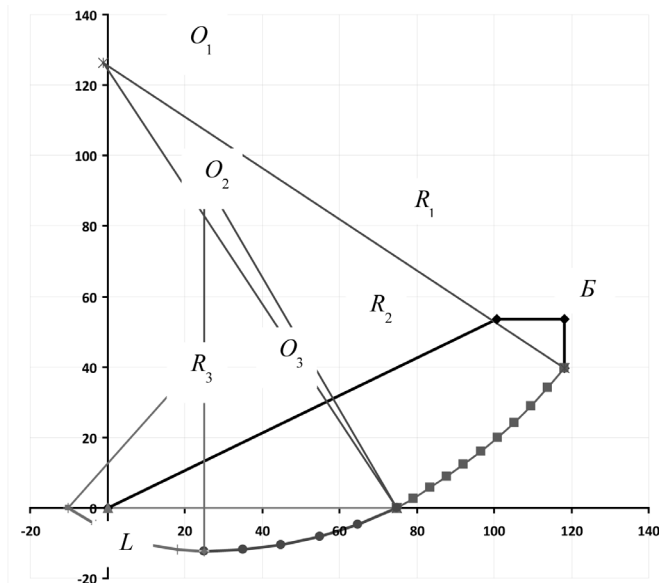


Рис. 2. Схема к аналитическому решению

Результаты расчета предельных параметров откоса

Метод расчета	Параметры предельных откосов, м						
	$H_{пр}$	r	L	h	R_1	R_2	R_3
Аналитический	53,5	17,6	10,1	12,4	147,5	106,2	55,8
Численно-аналитический	56,4	17,6	9,0	12,6	157,8	107,9	56,5

Схема откоса с радиусами предполагаемой поверхности скольжения представлена на рис. 2.

Сравним результаты решения аналитическим и численно-аналитическим способами (таблица).

Приведенные в таблице результаты свидетельствуют о достаточно высокой сходимости (в пределах 3%) результатов расчета двумя способами.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Попов И.И., Шпаков П.С., Поклад Г.Г. Устойчивость породных отвалов. – Алма-Ата: Наука, 1987. – 224 с.
2. Долгоносов В.Н., Шпаков П.С., Низаметдинов Ф.К. и др. Аналитические способы расчета устойчивости карьерных откосов. – Караганда: Издательство ТОО «Санат-полиграфия», 2009. – 332 с.
3. Фисенко Г.Л. Устойчивость бортов карьеров и отвалов. – М.: Недра, 1965. – 378 с.
4. Методические указания по определению углов наклона бортов, откосов уступов и отвалов строящихся и эксплуатируемых карьеров. – Л.: ВНИМИ, 1972. – 163с.
5. Правила обеспечения устойчивости откосов на угольных разрезах. – СПб., 1998. – 208 с.
6. Шпаков П.С., Долгоносов В.Н., Шпакова А.П. Расчет параметров предельного откоса на слабом наклонном основании численно – аналитическим способом // Горный информационно-аналитический бюллетень. – 2003. – № 9. – С. 40–41.
7. Шпаков П.С., Долгоносов В.Н., Старастина О.В., Шпакова М.В. Сравнительный анализ способов расчета предельных параметров откоса на слабом наклонном основании // Горный информационно-аналитический бюллетень. – 2010 – № 4. – С. 302–306.
8. Попов В.Н., Шпаков П.С., Юнаков Ю.Л. Управление устойчивостью карьерных откосов. Учебник для вузов. – М.: Изд-во МГГУ, изд-во «Горная книга», 2008. – 683 с.: ил.
9. Шпаков П.С., Юнаков Ю.Л. Расчет устойчивости карьерных откосов. Учебное пособие. – Красноярск, 2006. – 202 с.: ил
10. Шпаков П.С., Поклад Г.Г. Расчет параметров предельного откоса на слабом основании большой мощности // Известия вузов. Горный журнал. – 1987. – № 4. – С. 35–39. **ГИАБ**

КОРОТКО ОБ АВТОРАХ

Шпаков Петр Сергеевич – доктор технических наук, профессор,
e-mail: SPSP01@rambler.ru, e-mail: SPSP01@mail.ru,
Муромский институт (филиал) Владимирского государственного университета
им. А.Г. и Н.Г. Столетовых,

Долгоносов Виктор Николаевич – доктор технических наук, профессор,
e-mail: vdolgonosov@hotmail.ru,

Карагандинский государственный технический университет,
Юнаков Юрий Леонидович¹ – кандидат технических наук, профессор,
зав. кафедрой, e-mail: yunakov11@rambler.ru,

Шпакова Мария Владимировна¹ – кандидат технических наук,
ассистент кафедры, e-mail: SPSP01@rambler.ru,

¹ Сибирский Федеральный университет,
Институт горного дела, геологии и геотехнологий.

ANALYTICAL METHOD OF CALCULATION OF STABILITY SLOPES AT WEAK BASES UNLIMITED CAPACITY

Shpakov P.S., Doctor of Technical Sciences, Professor, e-mail: SPSP01@rambler.ru, e-mail: SPSP01@mail.ru, Murom Institute (Division),

Vladimir State University named after Stoletovs, Murom, Russia,

Dolgonosov V.N., Doctor of Technical Sciences, Professor, e-mail: vdolgonosov@hotmail.ru,

Karaganda State Technical University, Karaganda, Kazakhstan,

Yunakov Yu.L.¹, Candidate of Technical Sciences, Professor, Head of Chair,

e-mail: yunakov11@rambler.ru,

Shpakova M.V.¹, Candidate of Technical Sciences, Assistant of Chair, e-mail: SPSP01@rambler.ru,

¹ Siberian Federal University, Institute of Mining, Geology and Geotechnology, Russia.

In the development of mineral deposits by open pit and dumping overburden in the external and internal piles often arises the problem of determining the stability of slopes, located on low basis high power. The existing methods for solving this task, often graphic, have a number of disadvantages which are eliminated in the proposed analytical method of calculation.

The results of observations of the pit slope deformations on the number of fields in Kazakhstan, carried out by the authors, has allowed to create a model of deformation of slopes on a weak base and identify the shape and location of the potential surface of sliding.

It is shown that the potential slip surface in slopes located on a weak base big capacity, can approximately three arcs of circles of different radii. On the basis of the provisions of the limit equilibrium theory to develop an analytical method of calculating the parameters of the marginal slope. The implementation of the decision of tasks on the computer greatly facilitates the calculations and analysis of the justification of the parameters of stable slopes, giving way noticeable advantages over existing graphics solutions.

To assess the accuracy of the developed method of calculation were performed confirmatory calculations of the parameters of the limiting slope at the sites of landslides sides Turgay bauxite ore proposed analytical method and numerical analytical method of Professor P.S. Shpakov.

Comparative results of analytical solution and numerical-analytical methods showed that the results of the calculations are not much different from each other (within 3%)

Key words: blade, the safety factor, the base of the blade, the blade power, the design scheme, the maximum height, the general slope angle, slope limit.

REFERENCES

1. Popov I.I., Shpakov P.S., Poklad G.G. *Ustoychivost' porodnykh otvalov* (Stability of rocktion dumps), Alma-Ata, Nauka, 1987, 224 p.
2. Dolgonosov V.N., Shpakov P.S., Nizametdinov F.K. *Analiticheskie sposoby rascheta ustoychivosti kar'ernykh otkosov* (Analytical methods for calculating the stability of pit slopes), Karaganda, Izdatel'stvo TOO «Sanat-poligrafiya», 2009, 332 p.
3. Fisenko G.L. *Ustoychivost' bortov kar'erov i otvalov* (Stability pit and waste dumps), Moscow, Nedra, 1965, 378 p.
4. *Metodicheskie ukazaniya po opredeleniyu uglov naklona bortov, otkosov ustupov i otvalov stroyash-chikhhsya i ekspluatiruemykh kar'erov* (Methodological guidelines for determining the angular Inclination on board otkosov ledges and piles constructed and operated karerov), Leningrad, VNIMI, 1972. 163 p.
5. *Pravila obespecheniya ustoychivosti otkosov na ugol'nykh razrezakh* (Rules to ensure the stability of slopes in the coal insert Zech), Saint-Petersburg, 1998, 208 p.
6. Shpakov P.S., Dolgonosov V.N., Shpakova A.P. *Gornyy informatsionno-analiticheskiy byulleten'*. 2003, no 9, pp. 40–41.
7. Shpakov P.S., Dolgonosov V.N., Starastina O.V., Shpakova M.V. *Gornyy informatsionno-analiticheskiy byulleten'*. 2010, no 4, pp. 302–306.
8. Popov V.N., Shpakov P.S., Yunakov Yu.L. *Upravlenie ustoychivost'yu kar'ernykh otkosov*. Uchebnik dlya vuzov (Management of stable careereast slopes. Textbook for high schools), Moscow, Izd-vo MGGU, izd-vo «Gornaya kniga», 2008, 683 p.
9. Shpakov P.S., Yunakov Yu.L. *Raschet ustoychivosti kar'ernykh otkosov*. Uchebnoe posobie (Calculation of the stability of quarry slopes. Textbook), Krasnoyarsk, 2006, 202 p.
10. Shpakov P.S., Poklad G.G. *Izvestiya vuzov. Gornyy zhurnal*. 1987, no 4, pp. 35–39.