

П.В. Николаев, М.Н. Шуплик

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ИСКУССТВЕННОГО ЗАМОРАЖИВАНИЯ ГРУНТОВ С ПРИМЕНЕНИЕМ ТВЕРДОГО ДИОКСИДА УГЛЕРОДА

Представлен способ математического моделирования в программном комплексе COMSOL Multiphysics процесса искусственного замораживания грунтов. По результатам ранее сделанных лабораторных исследований были получены зависимости, позволяющие определять тепловой поток к замораживающей колонке заполненной твердым диоксидом углерода. Внесение данных зависимостей в математическую модель позволило с высокой точностью предсказывать результаты проведенных экспериментов, как для одиночной замораживающей колонки, так и для группы колонок. Это позволяет утверждать, что они могут быть использованы при проектировании искусственного замораживания грунтов. Математическое моделирование позволяет в сжатые сроки определять все необходимые параметры замораживания: время активного замораживания, расход диоксида углерода во времени, форму ледопородного ограждения, с учетом влияния возможных источников тепла (теплосети, коллектора и т.д.). Таким образом, представленный метод открывает перед проектировщиками широкие возможности по расширению практики внедрения безрассольных способов замораживания с использованием твердого диоксида углерода.

Ключевые слова: искусственное замораживание грунтов; твердый диоксид углерода; сухой лед; специальные способы строительства; математическое моделирование.

При проектировании процесса искусственного замораживания грунтов необходимо точно определить время активного замораживания и мощность замораживающей установки. Однако, анизотропность физических свойств грунтов, слагающих массив, наличие фазового перехода, возможное наличие источников тепла вблизи зоны замораживания, делают данную задачу крайне трудной для аналитического решения [1].

В настоящее время значительное развитие получили методики проектирования, основанные на численных методах расчета с использованием персональных компьютеров. С применением данных методов возможно решать задачи с произвольным набором исходных данных, что позволяет предсказывать процесс практически в любых условиях.

Для рассольного замораживания существуют опробованные методики моделирования, позволяющие всецело описать происходящий процесс как в замораживающей колонке, так и в массиве грунта [2], [3], [4].

В настоящее время в Московском Горном институте НТУ МИСиС разрабатывается технологии замораживание грунтов твердыми креагентами, при моделировании которой возникают трудности с описанием процесса, происходящего в замораживающей колонке. На настоящий момент, не существует методики его аналитического описания [5]. В этом случае, большое значение приобретает лабораторный эксперимент, по результатам которого могут быть получены зависимости пригодные для внесения в расчетную схему математической модели.

В работе [6] представлены экспериментальные данные полученные в результате лабораторного исследования процесса замораживания грунта замораживающими колонками, заполненными диоксидом углерода, и их анализ. По результатам данного исследования представлены графики и зависимости, позволяющие с достаточной точностью проектировать процесс замораживания для частного случая, описанного в эксперименте. Рассмотрев представленные данные как исходные для математического эксперимента, можно значительно расширить область их применения.

Экспериментальное исследование проводилось на стенде показной на рис. 1. В качестве результатов эксперимента выступали данные об изменении поля температур в массиве грунта, и данные о расходе диоксида углерода.

Математическое моделирование процесса искусственного замораживания грунтов возможно производить с применением различных программных комплексов. В практике нашли применение пакеты моделирования методом конечных элементов FEniCS [7], KRATOS [8], CHEF [9], COMSOL Multiphysics [10], в высшей технической школе Цюриха, разрабатывается про-

граммный комплекс FREEZE [11] и TH-model [12]. Для решения задачи о моделировании процесса замораживания с использованием твердого диоксида углерода наиболее удобно использовать программный комплекс COMSOL Multiphysics.

Программный комплекс COMSOL Multiphysics является мощным средством численного моделирования различных физических процессов методом конечных элементов. Применительно к задачам искусственного замораживания грунтов, он позволяет решать задачи теплопроводности, конвекции, осложнение фазовым переходом, с заданием большого спектра различных граничных условий.

При математическом моделировании эксперимента по замораживанию грунтов в компьютерную модель были занесены данные о физических свойствах грунта, в замороженном и талом состоянии (таблица), геометрические размеры исследуемого массива.

В результате проведения лабораторного исследования [6] была получена зависимость коэффициента теплоотдачи от стенки колонки к твердому диоксиду углерода, k , Вт/(м²·°C), как функция от теплового потока, q , Вт/м²:

$$\alpha = 0,36 \cdot q^{0,8} \quad (1)$$

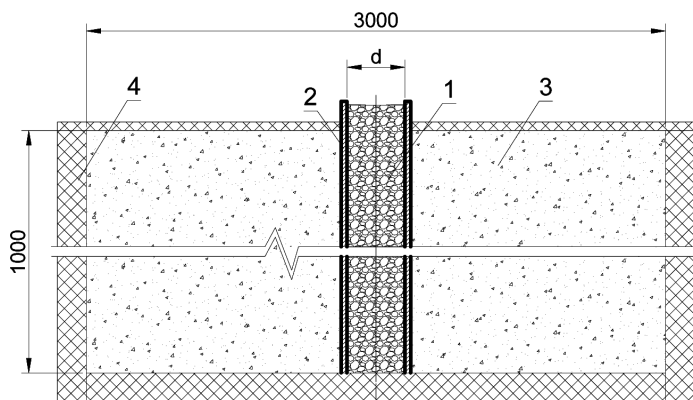


Рис. 1. Экспериментальный стенд: 1 – твердый диоксид углерода; 2 – стальная труба внешним диаметром 100 мм и 219 мм; 3 – водонасыщенный грунт – крупнозернистый песок; 4 – теплоизолированная емкость размерами в плане 3000 на 3000 мм

Физические свойства моделируемого грунта (крупнозернистый песок)

	Талое состояние	Мерзлое состояние
Теплопроводность, Вт/(м·°С)	2,02	2,7
Удельная теплоемкость, Дж/кг	1760	1420
Плотность, кг/м ³	2530	2530
Пористость	0,34	0,34
Водонасыщение	1	1

Однако, в этом виде, данная зависимость не может быть включена в математическую модель данного программного комплекса.

При анализе данных полученных в результате лабораторного исследования было отмечено, что существует однозначная связь между температурой стенки замораживающей колонки и тепловым потоком к ней. Таким образом, зависимость коэффициента теплоотдачи от теплового потока, может быть представлена, как зависимость коэффициента теплоотдачи от температуры стенки колонки. Данные, в виде характерных точек, полученные в результате лабораторного эксперимента, для разных диаметров колонок показаны на графике, рис. 2.

На этом же графике представлена зависимость толщины ледопородного ограждения от температуры стенки колонки. В соответствии с экспериментальными данными, температура стенки колонки, не зависит от ее диаметра, а зависит только от толщины ограждения.

Зависимость коэффициента теплоотдачи от температуры стенки колонки, в рассматриваемом диапазоне температур, хорошо аппроксимируются экспоненциальными кривыми (2.1) и (2.2), так же показанными на рис. 2 (кривые 1 и 2 соответственно):

$$\alpha_{0,1} = 17,412 \cdot e^{0,2258 \cdot \Delta T} \quad (2.1)$$

$$\alpha_{0,2} = 3,2118 \cdot e^{0,3989 \cdot \Delta T}, \quad (2.2)$$

где $\alpha_{0,1}$ и $\alpha_{0,2}$ – коэффициент теплоотдачи в замораживающей колонке

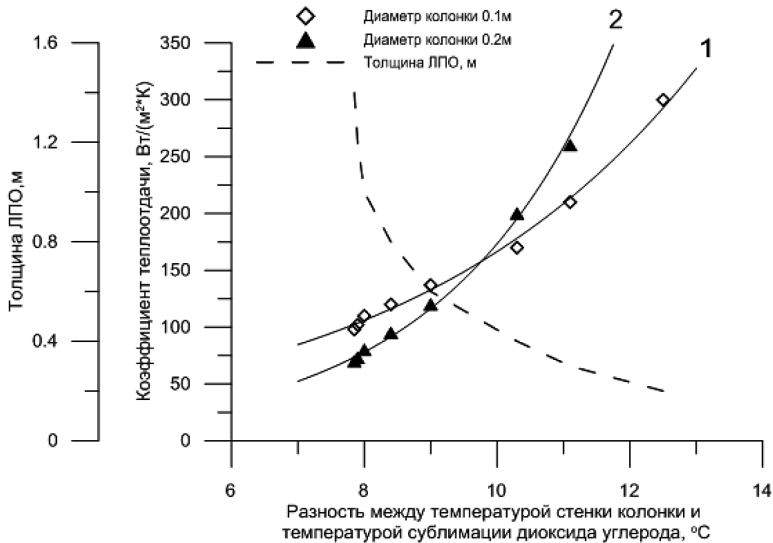


Рис. 2. Зависимость коэффициента теплоотдачи от температуры стенки колонки, а также, зависимость толщины ЛПО от температуры стенки колонки

диаметром 0,1 м и 0,2 м соответственно, Вт/(м²·К); ΔT – разность температур между температурой стенки и температурой сублимации диоксида углерода, принятой 194,65 К.

При моделирование процесса теплопроводности в однородной среде с фазовым переходом в программном комплексе COMSOL Multi-physics решается классическая система нестационарных дифференциальных уравнений теплопроводности, дополненная зависимостями физических свойств моделируемого твердого тела как функции от фазового состояния в данной точки при данной температуре (3):

$$\begin{aligned} & \rho \cdot C_p \cdot \frac{\partial T}{\partial t} + \rho \cdot C_p \cdot u \cdot \nabla T = \\ & = \nabla(k \cdot \nabla T) + Q \\ & \rho = \theta \cdot \rho_{\text{phase1}} + (1 - \theta) \cdot \rho_{\text{phase2}} \\ & C_p = \frac{1}{\rho} (\theta \cdot \rho_{\text{phase1}} \cdot C_{p\text{phase1}} + \\ & + (1 - \theta) \cdot \rho_{\text{phase2}} \cdot C_{p\text{phase2}} + L \frac{\partial a_m}{\partial T}) \\ & k = \theta \cdot k_{\text{phase1}} + (1 - \theta) \cdot k_{\text{phase2}} \\ & a_m = \frac{1}{2} \cdot \frac{(1 - \theta) \cdot \rho_{\text{phase2}} - \theta \cdot \rho_{\text{phase1}}}{\theta \cdot \rho_{\text{phase1}} + (1 - \theta) \cdot \rho_{\text{phase2}}} \end{aligned} \quad (3)$$

где ρ – плотность, кг/м³; C_p – теплоемкость при постоянном давлении, Дж/(кг·К); T – температура, К; t – время, с; u – скорость движения среды, м/с, в исследуемой задаче равна нулю; k – теплопроводность среды, Вт/(м·К); Q – теплоприток от различных внутренних источников теплоты, Вт; θ – соотношение фаз при данной температуре; a_m – массовая отношение между фазами; L – скрытая теплота фазового перехода, Дж/кг. Индексы phase1 и

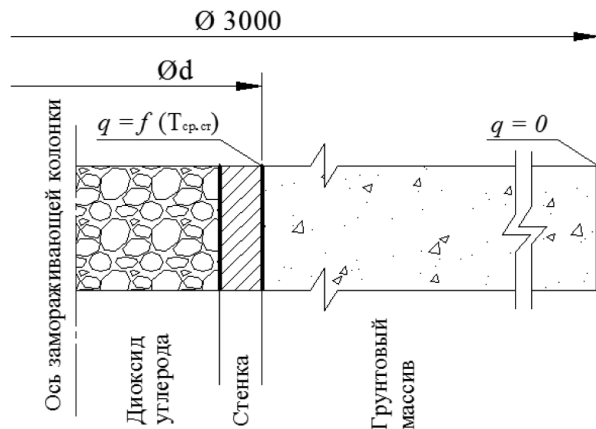


Рис. 3. Расчетная схема математической модели

phase2 показывают к какой фазе относятся свойства, к мерзлomu грунту или талому, соответственно.

При моделирование одиночной замораживающей колонки, наиболее рациональным можно считать решение осесимметричной задачи. Программный комплекс позволяет моделировать, как двухмерные задачи, в случае если тепловые потоки в вертикальном направлении существенны, или необходимо учесть наличие тепловых возмущений (поверхностное тепло, градиент температуры по глубине и т.д.) так и одномерные задачи, когда изменение температуры происходит только в горизонтальной плоскости.

Расчетная модель, представленная на рис. 3 представляет собой бесконечный толстостенный цилиндры с внутренним диаметром 0,1 или 0,219 м и внешним диаметром 3 м. Нами моделировалось тепловое поле в массиве грунта, без учета теплопроводности в стенки колонки. На внутренней стенке цилиндра задавался граничное условие фиксированного теплового потока, в виде функции (4). На внешней стенке задавалось граничное условие отсутствия притока тепла.

$$-n \cdot (-k \nabla T) = \alpha \cdot (T_{\text{ext}} - T), \quad (4)$$

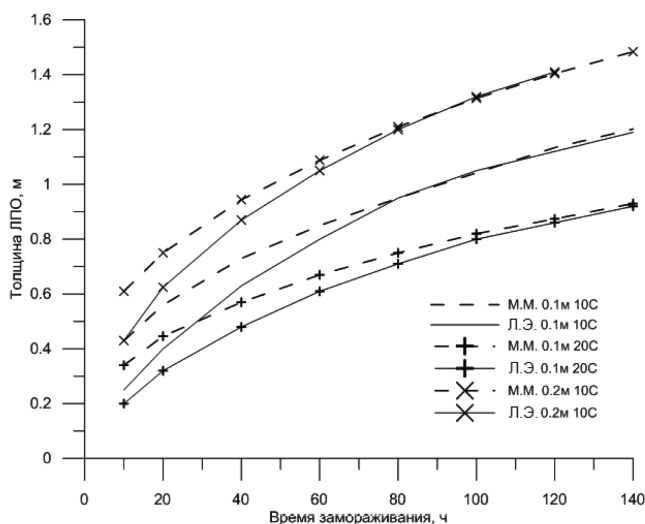


Рис. 4. Сравнение результатов лабораторного эксперимента (Л.Э.) и математического моделирования (М.М.) процесса искусственного замораживания грунтов твердым диоксидом углерода

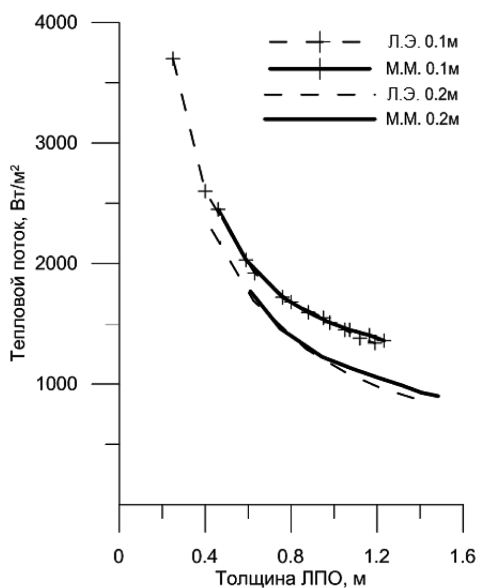


Рис. 5. Графики зависимости теплового потока к колонке, от толщины ограждения по результатам лабораторного эксперимента (Л.Э.) и математического (М.М.) моделирования

где α – коэффициент теплоотдачи определяемый по уравнениям (2.1) или (2.2) как функция от T – темпера-

туры внутренней стенки цилиндра; T_{ext} – температура окружающей среды, принята $-78,5\text{ }^\circ\text{C} = 194,65\text{ K}$; n – вектор направленный по нормали к внутренней поверхности цилиндра.

Результаты математического и лабораторного исследования для трех случаев представлен на рис. 4. Рассматривались два диаметра колонок, при этом при диаметре колонки 0,1 м было выполнено два опыта, с начальной температурой породы 10 °С и 20 °С.

Как видно из представленного графика результаты математического моделирования совпали с результатами экспериментального исследования

на большей части рассматриваемого промежутка времени. Наибольшее расхождение наблюдается в начальный период, однако, затем, с ростом ледопородного ограждения происходит перераспределение температур в ограждении, и процесс его образования становится аналогичным.

На рис. 5 показаны графики сравнения зависимости теплового потока к замораживающей колонке от толщины ограждения.

Как видно из данного графика, наблюдается значительное совпадения результатов. При этом стоит отметить, что с учетом совпадения тепловых потоков, как функции от толщины ограждения, не наблюдается совпадение тепловых потоков как функции от времени (по крайней мере в первые 60–80 часов). По нашему мнению данное обстоятельство может быть объяснено как недостаточно точным определением физических свойств материала, так и, отсутствием их зависимости от температуры. Так же, расхождение в полученных данных может происхо-

доть в результате численного решения дифференциальных уравнений, вызванных недостаточно малым шагом решения по времени, и геометрическим размером ячеек сетки конечных элементов.

Зная тепловой поток к замораживающей колонке, можно определить расход диоксида углерода в единицу времени, по формуле:

$$C = \frac{q}{R}, \quad (5)$$

где C – расход диоксида углерода, кг/с; q – тепловой поток к замораживающей колонке, Вт; R – теплота сублимации диоксида углерода, принимаемая 574 кДж/кг.

На основании представленных данных можно считать доказанным, возможность моделирования одиночной замораживающей колонки представленным образом.

В работе [6] так же представлены результаты замораживания грунтов группой замораживающих колонок.

При моделировании работы группы колонок наиболее рациональным является решать двухмерную задачу, в плоскости перпендикулярной оси колонок. Решение такой задачи так же является встроенным в программный комплекс COMSOL Multiphysics. Расчетная схема представлена на рис. 6. На границах (Позиция 1 рис. 6) задавались граничные условия симметрии. Коэффициент теплоотдачи в колонке моделировался аналогично описанному для одиночной замораживающей колонкой.

Результаты моделирования представлены на рис. 7. Сравнение экспериментальных данных и полученных в результате ма-

тематического моделирования показано на графике на рис. 8.

Как видно из графика, толщина ограждения, при математическом моделировании, в главной плоскости возрастает с практически такой же скоростью, как и в лабораторном эксперименте. Это согласуется с результатами, полученными при моделировании одиночной колонки. Однако результаты для замковой плоскости – различны. В тексте работы [6] отмечается, что образование ледопородного ограждения вокруг колонки в группе происходит в форме эллипса с эксцентриситетом равным 0,5–0,7. Таким образом, смыкание соседних цилиндров происходит уже на 30 час после начала замораживания. Однако, как видно из рис. 7, в результате математического моделирования, эксцентриситет не превышал 0,9, в результате чего, их смыкания произошло только на 54 час.

В дальнейшем, с ростом ограждения, по результатам лабораторного эксперимента, было отмечено выравнивание фронта образования ограждения в главной и замковых плоскостях к 90 часу. При математическом моделировании, такого выравнивания не произошло и к 140 часу. Однако

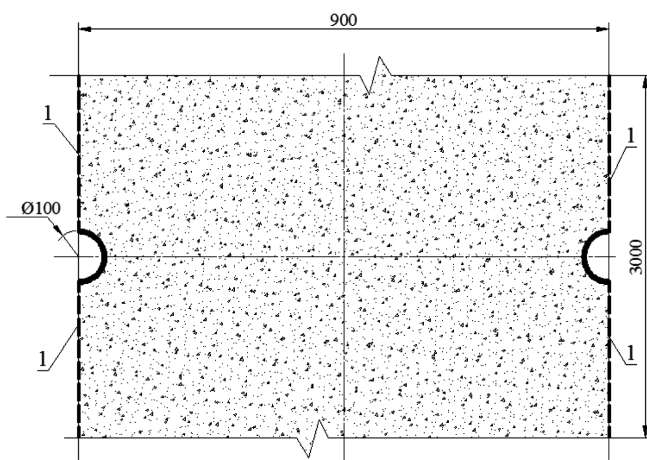


Рис. 6. Расчетная схема к математическому моделированию работы группы колонок

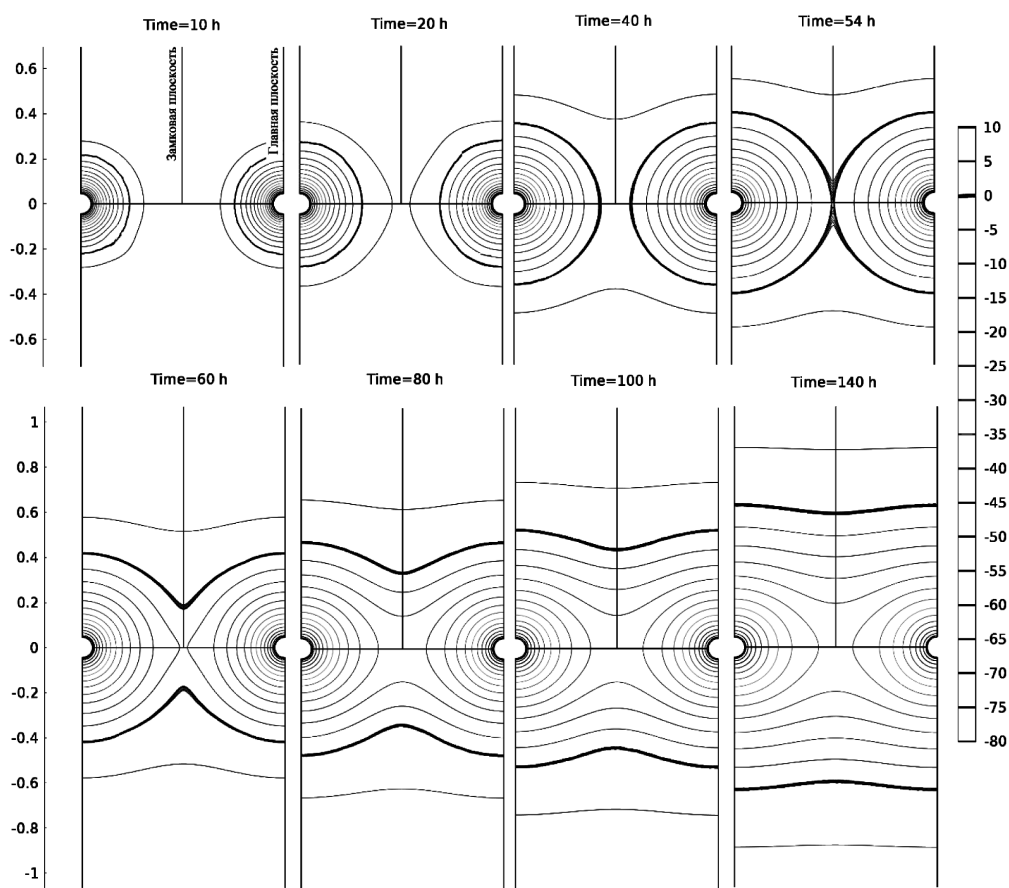


Рис. 7. Результаты моделирования процесса замораживания грунтов с использованием твердого диоксида углерода

стоит отметить, что на 90 час, в математическом моделировании, разница между толщиной в главной плоскости и толщиной в замковой плоскости не превысила 20%, то есть, с определенной точностью, можно считать данный результат близким к выравниванию фронта, наблюдаемым в лабораторном эксперименте.

Таким образом, можно с уверенностью говорить, что несмотря на расхождения в формировании ограждения до смыкания, после достижения толщины ограждения, в замковой плоскости, значения равного 80% от толщины в главной плоскости, дальнейшее развитие ледопородного ограждения

происходит в полном соответствии с зависимостями, наблюдаемыми в результате моделирования на физических моделях.

Значение тепловых потоков к замораживающим колонкам в достаточной степени совпали с экспериментальными данными.

Таким образом, можно утверждать, что представленный метод моделирования процесса искусственного замораживания грунтов с использованием твердого диоксида углерода с достаточной точностью описывает данный процесс и позволяет предсказывать как время активного замораживания, так и расход твердого диоксида углерода.

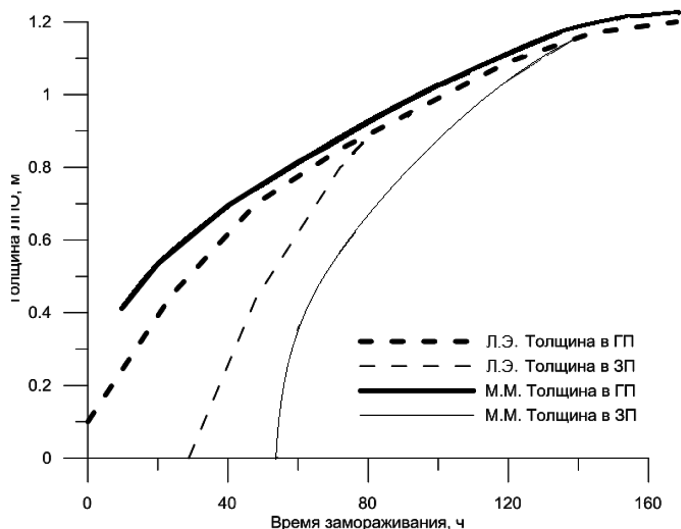


Рис. 8. Сравнение данных лабораторного эксперимента (Л.Э.) и математического (М.М.) толщины ограждения в главной плоскости (ГП) и в замковой плоскости (ЗП) при замораживании грунтов группой колонок

Применение данного метода позволяет решать широкий круг задач по моделированию процесса искусственного замораживания грунта в любых

грунтах и при любой конфигурации ледопородного ограждения, при этом учитывать наличие произвольных источников тепла.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Трупак Н.Г. Замораживание пород при сооружении вертикальных шахтных стволов. – М.: Недра, 1983. – 270
2. Павлова Н.В. Численное моделирование искусственного замораживания фильтрующих грунтов. Дис. канд.ф.-м. наук. – Якутск, 2013.
3. Рожин И.И. Численное моделирование переходных процессов в прикладных задачах теплопроводности с фазовыми превращениями. Дис. канд.ф.-м. наук. – Якутск, 2005.
4. Вабишев П.Н., Васильева М.В., Горнов В.Ф., Павлова Н.В. Математическое моделирование искусственного замораживания грунтов // Вычислительные технологии. – 2014. – № 19(4). – С. 19–31.
5. Николаев П.В. Опыт и перспективы развития ресурсосберегающих технологий замораживания грунтов в городском подземном строительстве // Горный информационно-аналитический бюллетень. – 2014. – № 2. – С. 367–371.
6. Шуплик М.Н. Обоснование и разработка ресурсосберегающих технологий замораживания грунтов при строительстве городских подземных сооружений. Дис. д.т.н. – М., 1989.
7. Васильева М.В., Павлова Н.В. Конечно-элементная реализация задачи замораживания фильтрующих грунтов // Математические заметки ЯГУ. – 2013. – № 20(1). – С. 195–205.
8. Zhou M., Meschke G. A three-phase thermo-hydro-mechanical finite element model for freezing soils. Germany: Institute for Structural Mechanics, Ruhr-University Bochum, 2013.
9. Vitel M., Rouabhi A., Tijani M., Guérin F. Modeling heat transfer between a freeze pipe and the surrounding ground during artificial ground freezing activities // Computers and Geotechnics. – 2015. – № 63. – pp. 99–111.
10. Bergeron F., Pasquier P. Simulation of Ground Heat Exchanger for Cryogenic Applications. COMSOL Conference Boston, 2013.
11. Sres A., Anderheggeny E., Pedrozzi G. A simulation software tool for artificial ground freezing in civil engineering applications / Int. Conf. on Computational Methods for Coupled Problems in Science and Engineering, Barcelona, 2005, pp. 1–13.
12. Pimentel E., Sres A., Anagnostou G. Modelling of ground freezing in tunnelling // Underground Space – the 4th Dimension of Metropolises – Barták, Hrdina, Romancov & Zlámal, 2007, pp. 331–336. **ГИАБ**

КОРОТКО ОБ АВТОРАХ

Николаев Петр Владимирович – аспирант, e-mail: PeNi@bk.ru,
Шуплик Михаил Николаевич – доктор технических наук, профессор,
e-mail: MiShup@mail.ru,
МГИ НИТУ «МИСиС».

UDC 622.253.33; 51.74

MATHEMATICAL MODELING OF ARTIFICIAL GROUND FREEZING WITH USING SOLID CARBON DIOXIDE

Nikolaev P.V.¹, Graduate Student, e-mail: PeNi@bk.ru,
Shuplik M.N.¹, Doctor of Technical Sciences, Professor, e-mail: MiShup@mail.ru,
¹ Mining Institute, National University of Science and Technology «MISiS»,
119049, Moscow, Russia.

This article presents a method of mathematical modeling artificial ground freezing process in software package COMSOL Multiphysics. According to the results of laboratory research were obtained the dependencies of heat flow to freezing column filled with solid carbon dioxide. This data dependencies was included in the mathematical model, as result it allowed accurately predict the results of experiments for single freeze pipe and a group of freeze pipes. Based on this, we suggest that this method may be used in the design of artificial ground freezing. Mathematical modeling allows designer to define all the necessary parameters of freezing: freeze time; consumption of solid carbon dioxide; total amount of carbon dioxide; the shape of icewall with possible influence of heat sources (heating system, pipes, etc.). Thus, the presented method opens up opportunities for designers to expand the practice of introducing new solid carbon dioxide freezing methods.

Key words: artificial ground freezing; solid carbon dioxide; dry ice; ground improvement; mathematical modeling.

REFERENCES

1. Trupak N.G. Zamorazhivanie porod pri sooruzhenii vertikal'nykh shakhtnykh stvolov (Artificial ground freezing during shaft sealing), Moscow, Nedra, 1983. 270
2. Pavlova N.V. Chislennoe modelirovanie iskusstvennogo zamorazhivaniya fil'truyushchikh gruntov (Mathematical modeling of artificial ground freezing with underground water flow), Candidate's thesis, Yakutsk, 2013.
3. Rozhin I.I. Chislennoe modelirovanie perekhodnykh protsessov v prikladnykh zadachakh teploprovodnosti s fazovymi prevrashcheniyami (Mathematical modeling of phase change process in applied task of heat transfer), Candidate's thesis, Yakutsk, 2005.
4. Vabishchev P.N., Vasil'eva M.V., Gornov V.F., Pavlova N.V. Vychislitel'nye tekhnologii. 2014, no 19(4), pp. 19–31.
5. Nikolaev P.V. Gornyy informatsionno-analiticheskiy byulleten'. 2014, no 2, pp. 367–371.
6. Shuplik M.N. Obosnovanie i razrabotka resursosberegayushchikh tekhnologiy zamorazhivaniya gruntov pri stroitel'stve gorodskikh podzemnykh sooruzheniy (Justification and engineering alternative technology of ground freezing for urban underground constriction), Doctor's thesis, Moscow, 1989.
7. Vasil'eva M.V., Pavlova N.V. Matematicheskie zametki YaGU. 2013, no 20(1), pp. 195–205.
8. Zhou M., Meschke G. A three-phase thermo-hydro-mechanical finite element model for freezing soils. Germany: Institute for Structural Mechanics, Ruhr-University Bochum, 2013.
9. Vitel M., Rouabhi A., Tijani M., Guérin F. Modeling heat transfer between a freeze pipe and the surrounding ground during artificial ground freezing activities. *Computers and Geotechnics*. 2015, no 63, pp. 99–111.
10. Bergeron F., Pasquier P. Simulation of Ground Heat Exchanger for Cryogenic Applications. COMSOL Conference Boston, 2013.
11. Sres A., Anderheggeny E., Pedrozzi G. A simulation software tool for artificial ground freezing in civil engineering applications. *Int. Conf. on Computational Methods for Coupled Problems in Science and Engineering*, Barcelona, 2005, pp. 1–13.
12. Pimentel E., Sres A., Anagnostou G. Modelling of ground freezing in tunnelling. *Underground Space – the 4th Dimension of Metropolises – Barták, Hrdina, Romancov & Zlámal*, 2007, pp. 331–336.