

УДК 622.233:622

*А.В. Дугарцыренов, Э.А. Дугарцыренова*

**К ВОПРОСУ О ВЗРЫВЕ СОСРЕДОТОЧЕННОГО  
И ЦИЛИНДРИЧЕСКОГО ЗАРЯДОВ  
В НЕОГРАНИЧЕННОЙ СРЕДЕ**

**П**ри оценке напряженного состояния твердой упругой среды при взрыве сосредоточенного и цилиндрического зарядов часто используют решение Ламе, полученное для случая статического нагружения сферической и цилиндрической полостей постоянным давлением [1]. В частности для сферической полости это решение имеет вид:

$$u_r = u_0 \left( \frac{r_0}{r} \right)^2; \quad \sigma_{rr} = -p_0 \left( \frac{r_0}{r} \right)^3;$$

$$\sigma_{\theta\theta} = \sigma_{\varphi\varphi} = 0,5 p_0 \left( \frac{r_0}{r} \right)^3; \quad u_{rr} = -\frac{p_0(1+\nu)}{E} \cdot \left( \frac{r_0}{r} \right)^3;$$

$$u_{\theta\theta} = u_{\varphi\varphi} = \frac{p_0(1+\nu)}{2E} \cdot \left( \frac{r_0}{r} \right)^3, \quad (1)$$

где  $u_0 = \frac{p_0(1+\nu)r_0}{2E} = \frac{p_0(1-\nu)r_0}{2(1-2\nu)\rho C_1^2}$ ;

$u_{0rr} = \frac{p_0(1+\nu)}{E}$  - перемещение и радиальная деформация границы полости;  $r_0$  и  $r$  - начальный и текущий радиусы полости;  $u_r, \sigma_{rr}, \sigma_{\theta\theta}, \sigma_{\varphi\varphi}, u_{rr}, u_{\theta\theta}, u_{\varphi\varphi}$  - соответственно перемещение и компоненты тензоров напряжения и деформации, в точке  $r$ ,  $p_0$  - давление на границе полости;  $\rho, \nu$  и  $E$  - соответственно плотность, коэффициент Пуассона и модуль упругости среды;  $C_1$  - скорость распространения продольных волн в среде.

При взрыве заряда ВВ давление продуктов детонации уменьшается вследствие расширения полости за счет смещения ее границы и в состоянии равновесия достигает некоторого значения  $p^* < p_0$ . Поэтому действительные значения перемещения  $u_r^*$ , напряжений

$\sigma_{rr}^*, \sigma_{\theta\theta}^*, \sigma_{\varphi\varphi}^*$  и деформаций  $u_{rr}^*, u_{\theta\theta}^*, u_{\varphi\varphi}^*$  будут меньше величин, полученных по формулам (1).

Учет снижения давления в зарядной полости проведем предварительно

для сферической полости. Введя сферические координаты с началом в центре полости, и учитывая, что перемещение  $u_r^*$  является только функцией от координаты  $r$ , имеем  $\text{rot } u_r = 0$ . [2]. Тогда

$$\text{div } u_r^* = \frac{1}{r^2} \cdot \frac{d(r^2 u_r^*)}{dr} = \text{const} = 3a \text{ и}$$

$$u_r = ar + \frac{b}{r^2}, \quad (2)$$

где  $a$  и  $b$  - некоторые постоянные, определяемые из граничных условий. Из условия ограниченности перемещения на бесконечности имеем  $a = 0$ .

В момент окончания детонации давление взрывных газов равно  $p_0$ . В результате адиабатического расширения вследствие смещения границы полости давление газов снижается до равновесной величины  $p^*$ , которое находим из выражения:

$$p^* = p_0 \left( \frac{1}{1+\zeta} \right)^{3\gamma}, \quad (3)$$

где  $\gamma$  - показатель политропы взрывных газов,  $\zeta = b/r_0^3 = u_{r0}^*/r_0$  и  $u_{r0}^*$  - относительное и действительное перемещения границы полости вдоль оси  $r$ .

Параметр  $\zeta$  определим из условия на границе полости:

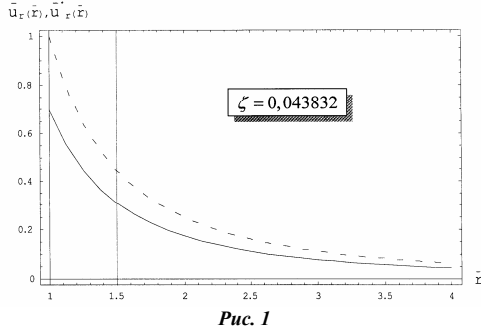


Рис. 1

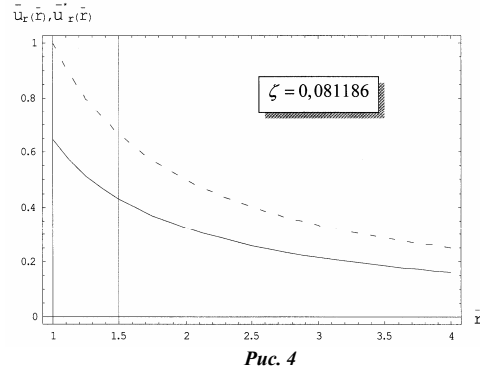


Рис. 4

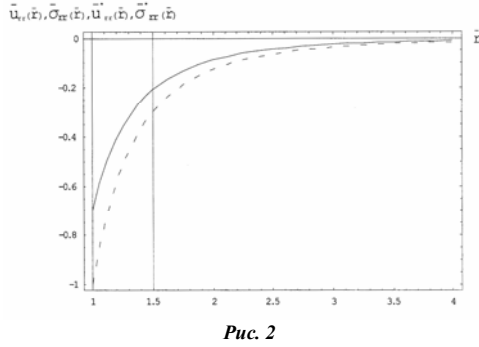


Рис. 2

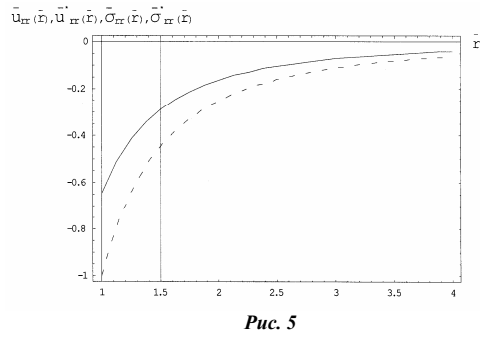


Рис. 5

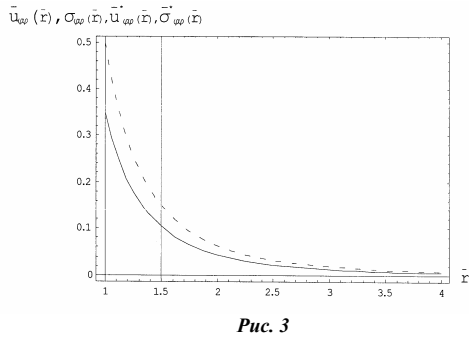


Рис. 3

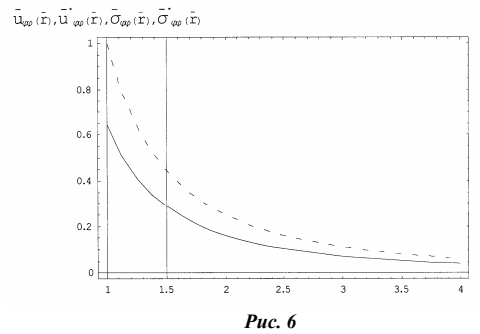


Рис. 6

$$\sigma_{rr}^* = -p^* \Leftrightarrow \frac{2E \cdot \zeta}{1+\nu} = p_0 \left( \frac{1}{1+\zeta} \right)^{3\gamma} \quad (4)$$

Тогда выражение для перемещения запишется в виде

$$\bar{u}_r^* = \frac{u_r^*}{u_0} = \frac{2E\zeta}{p_0(1+\nu)} \cdot \frac{1}{\bar{r}^2}, \quad (5)$$

где  $\bar{r} = r/r_0$ .

Напряжения в среде определяются соотношениями:

$$\bar{\sigma}_{rr}^* = \frac{\sigma_{rr}^*}{p_0} = -\frac{2E \cdot \zeta}{p_0(1+\nu)} \cdot \left( \frac{1}{\bar{r}} \right)^3 \text{ и}$$

$$\bar{\sigma}_{\theta\theta}^* = \bar{\sigma}_{\phi\phi}^* = \frac{\sigma_{\theta\theta}^*}{p_0} = \frac{E \cdot \zeta}{p_0(1+\nu)} \cdot \left( \frac{1}{\bar{r}} \right)^3, \quad (6)$$

Компоненты тензора деформации равны:

$$\bar{u}_{rr}^* = \frac{u_{rr}^*}{u_{rr0}} = -\frac{2\zeta E}{p_0(1+\nu)} \cdot \left( \frac{1}{\bar{r}} \right)^3 \text{ и}$$

$$\bar{u}_{\theta\theta}^* = \frac{u_{\theta\theta}^*}{u_{rr0}} = \bar{u}_{\phi\phi}^* = \frac{u_{\phi\phi}^*}{u_{rr0}} = \frac{\zeta E}{p_0(1+\nu)} \cdot \left( \frac{1}{\bar{r}} \right)^3, \quad (7)$$

где

$$u_{rr0} = |u_{rr}(0)| = u_{\theta\theta}(0) = u_{\phi\phi}(0) = \frac{p_0(1+\nu)}{E}.$$

Сравнение выражений (1), (6) и (7) показывает, что имеют место формальные равенства:

$$\bar{u}_{rr} = \bar{\sigma}_{rr}, \bar{u}_{\varphi\varphi} = \bar{\sigma}_{\varphi\varphi}; \bar{u}_{rr}^* = \bar{\sigma}_{rr}^*, \bar{u}_{\varphi\varphi}^* = \bar{\sigma}_{\varphi\varphi}^*. \quad (8)$$

Определяя параметр  $\zeta$  из трансцендентного уравнения (4) и подставляя его в равенства (5), (6) и (7), находим перемещение и компоненты тензоров напряжения и деформации.

Расчеты проведены для взрыва заряда граммонита 79/21 ( $p_0 = 6,8 \cdot 10^9$  Па,  $\gamma = 2,8$ ) в граните

$$\left(\bar{u}_{\varphi\varphi}^* = \frac{u_{\varphi\varphi}^*}{u_{0rr}^*} = \frac{\zeta E}{p_0(1+\nu)} \cdot \left(\frac{1}{\bar{r}}\right)^2\right) \nu = 0,22;$$

$E = 6,6 \cdot 10^{10}$  Па). Тогда  $\zeta = 0,043832$ . Графики зависимостей (5), (6) и (7) даны на рис. 1, 2 и 3 (сплошные линии). Там же представлены графики аналогичных величин для случая  $p_0 = const$  (пунктирные линии), полученные по формулам (1). Как и следовало ожидать, перемещение, а также компоненты тензоров напряжения и деформации при учете расширения полости примерно на 30,1% меньше аналогичных величин, соответствующих постоянному давлению взрывных газов. Величина равновесного давления равна  $p^* = 4,742 \cdot 10^9$  Па, что составляет 69,7% от начального давления  $p_0$ .

Аналогично рассмотрен случай статического нагружения цилиндрической полости радиуса  $r_0$  в безграничной твердой среде постоянным давлением ( $p_0 = const$ ) и с учетом его изменения при деформации полости.

В этом случае также  $rot u_r = 0$  и  $u_r = ar + b/r$ . Для  $p_0 = const$  имеем

$$\bar{u}_r = \frac{u_r}{u_0} = \frac{1}{\bar{r}}; u_0 = \frac{p_0 r_0 (1+\nu)}{E}; \bar{u}_{rr} = \frac{u_{rr}}{u_{0rr}} = -\frac{1}{\bar{r}^2};$$

$$u_{0rr} = \frac{p_0(1+\nu)}{E};$$

$$\bar{u}_{\varphi\varphi} = \frac{u_{\varphi\varphi}}{u_{0rr}} = \frac{1}{\bar{r}^2}; \bar{\sigma}_{rr} = \frac{\sigma_{rr}}{p_0} = -\frac{1}{\bar{r}^2}; \bar{\sigma}_{\varphi\varphi} = \frac{\sigma_{\varphi\varphi}}{p_0} = \frac{1}{\bar{r}^2}.$$

Условие равновесия на границе полости имеет вид:

$$\sigma_{rr}^* = -p^* \Leftrightarrow \frac{2E \cdot \zeta}{1+\nu} = p_0 \left(\frac{1}{1+\zeta}\right)^{2\gamma}.$$

Тогда получим

$$\bar{u}_r^* = \frac{u_r^*}{u_0} = \frac{E\zeta}{p_0(1+\nu)} \cdot \frac{1}{\bar{r}};$$

$$\bar{u}_{rr}^* = \frac{u_{rr}^*}{u_{0rr}^*} = -\frac{\zeta E}{p_0(1+\nu)} \cdot \left(\frac{1}{\bar{r}}\right)^2;$$

$$\bar{\sigma}_{rr}^* = \frac{\sigma_{rr}^*}{p_0} = -\frac{E \cdot \zeta}{p_0(1+\nu)} \cdot \left(\frac{1}{\bar{r}}\right)^2;$$

$$\bar{\sigma}_{\varphi\varphi}^* = \frac{\sigma_{\varphi\varphi}^*}{p_0} = \frac{E \cdot \zeta}{p_0(1+\nu)} \cdot \left(\frac{1}{\bar{r}}\right)^2.$$

Для рассматриваемого случая также выполняются равенства, аналогичные (8):

$$\bar{u}_{rr} = \bar{\sigma}_{rr}, \bar{u}_{\varphi\varphi} = \bar{\sigma}_{\varphi\varphi}; \bar{u}_{rr}^* = \bar{\sigma}_{rr}^*, \bar{u}_{\varphi\varphi}^* = \bar{\sigma}_{\varphi\varphi}^*.$$

Соответствующие графики для взрыва граммонита 79/21 в граните представлены на рисунках 4, 5 и 6.

Расчеты показывают, что величина равновесного давления равна  $p^* = 4,392 \cdot 10^9$  Па, что составляет 64,58% от начального давления  $p_0$ . При этом, перемещение, компоненты тензоров напряжения и деформации при учете расширения цилиндрической полости примерно на 35,42% меньше аналогичных величин, соответствующих постоянному давлению взрывных газов.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. G. Lamé. Lecons sur La Theorie ... de l'Elasticite, Paris. 1852.
2. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика, т. 7. Теория упругости. 247 с.

## Коротко об авторах

Дугарцыренов Аркадий Владимирович – кандидат технических наук, доцент кафедры «Физика горных пород»,  
Дугарцыренова Эльвира Аркадьевна – аспирант кафедры «Разрушение горных пород взрывом»  
Московский государственный горный университет.