

УДК 621.926.5

Е.Е. Балахнина, Ю.В. Дмитрак, Н.Н. Сычев

**ИССЛЕДОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ ШАРОВ
В ПОМОЛЬНОЙ КАМЕРЕ БАРАБАННОЙ
МЕЛЬНИЦЫ С ПОМОЩЬЮ ЧИСЛЕННОГО
МОДЕЛИРОВАНИЯ**

Семинар № 15

В настоящее время экспериментальная проверка новых технических решений требует, как правило, больших затрат времени и средств. Существенного сокращения этих затрат можно добиться путем расчетов движения шаров, если расчетные модели новой измельчительной мельницы и аналога адекватны. Изучение динамики движения шаровой загрузки в помольных камерах барабанных мельниц – задача сложная как в экспериментальной, так и в теоретической постановке. Исключительно “суровые” условия внутри мельницы создают значительные трудности в измерении параметров мелющих тел с помощью датчиков. С другой стороны, моделирование движения шаровой загрузки должно включать в себя описание взаимодействия сотен шаров, соударяющихся и взаимодействующих друг с другом (в том числе и безударно). В настоящий момент мощность компьютеров позволяет выполнять численное моделирование рассматриваемого явления.

В работах [1], [2] и [3] была подробно описана разработанная нами математическая модель движения шаровой загрузки в помольной камере барабанной мельницы.

Представленные в [1] и [2] выражения целиком описывают движение каждого шара в цепочке мелющей загрузки. Причём, впервые для каждого шара удалось оценить его кинематические характеристики до и после удара. Это, в свою очередь, позволило учесть влияние предыду-

щих соударений на формирование динамического портрета системы. Основываясь на полученных выражениях, можно составить начальную систему уравнений, описывающую движение цепочки из $3 \leq k \leq n$ шаров. При этом в зависимости от числа шаров n в цепочке данная система трансформируется в $4 + 6 \cdot (n - 2)$ уравнений.

Для $k=3 \dots n$

$$U_{11} + V_{21} = U_{12} + V_{22} \quad (1)$$

$$R \cdot V_{21} - R \cdot U_{11} = U_{12} - V_{22} \quad (2)$$

$$V_{n1} = \frac{g \cdot \cos \beta \cdot T_n}{2} \quad (3)$$

$$V_{n2} = \frac{g \cdot \cos \beta \cdot T_n}{2} \quad (4)$$

$$U_{(k-1)1} = V_{(k-1)2} - g \cdot \cos \beta \cdot (T_n - t_{(k-1)}) \quad (5)$$

$$V_{(k-1)1} = U_{(k-1)2} + g \cdot \cos \beta \cdot t_{(k-1)} \quad (6)$$

$$U_{(k-1)1} + V_{k1} = U_{(k-1)2} + V_{k2} \quad (7)$$

$$R \cdot V_{k1} - R \cdot U_{(k-1)1} = U_{(k-1)2} - V_{k2} \quad (8)$$

$$h_{(k-1)} = U_{(k-1)2} \cdot t_{(k-1)} + \frac{g \cdot \cos \beta \cdot (t_{(k-1)})^2}{2} \quad (9)$$

$$h_{(k-1)} = V_{(k-1)2} \cdot (T_n - t_{(k-1)}) + \frac{g \cdot \cos \beta \cdot (T_n - t_{(k-1)})^2}{2}$$

Зоны		
1	2	4
R = 5.000000E-01	R = 5.000000E-01	К = 5.000000У-01
X_INIT = 70.0000	X_INIT = 70.0000	Ч_ШТШЕ = 70.0000
U11 = 1.200000	U11 = 3.400000	Г11 = 6.088765E-01
ВЕТА = 20.000000	ВЕТА = 20.000000	ИУЕФ = 20.000000
<u>Верхний слой</u>	<u>Верхний слой</u>	<u>Верхний слой</u>
U21= 1.190909	U21= 3.695486	Г21= 5.987956E-01
U31= 1.181818	U31= 3.813057	Г31= 5.969872У-01
U41= 1.172727	U41= 3.922194	Г41= 5.929087У-01
U51= 1.163636	U51= 4.103765	Г51= 5.837865У-01
U61= 1.154545	U61= 4.343847	Г61= 5.795432У-01
U71= 1.141454	U71= 4.500470	Г71= 5.739087У-01
U81= 1.136363	U81= 4.699836	Г81= 5.706567У-01
U91= 1.127272	U91= 4.909876	Г91= 5.657786У-01
U101= 1.118181	U101= 5.127685	Г101= 5.60907У-01
U111= 1.090909	U111= 5.398788	Г111= 5.550984У-01
<u>Нижний слой</u>	<u>Нижний слой</u>	<u>Нижний слой</u>
U11 = 1.200000	U11 = 1.180000	Г11 = 4.988765E-01
U21= 1.195674	U21= 1.198906	Г21= 4.977956E-01
U31= 1.187685	U31= 1.208976	Г31= 4.969872У-01
U41= 1.179685	U41= 1.219876	Г41= 4.900087У-01
U51= 1.164750	U51= 1.234562	Г51= 4.887865У-01
U61= 1.155095	U61= 1.259076	Г61= 4.825432У-01
U71= 1.142985	U71= 1.279987	Г71= 4.799087У-01
U81= 1.130485	U81= 1.309876	Г81= 4.736567У-01
U91= 1.122536	U91= 1.329087	Г91= 4.697786У-01
U101= 1.111738	U101= 1.349876	Г101= 4.610907У-01
U111= 1.094657	U111= 1.373451	Г111= 4.590984У-01

(10)

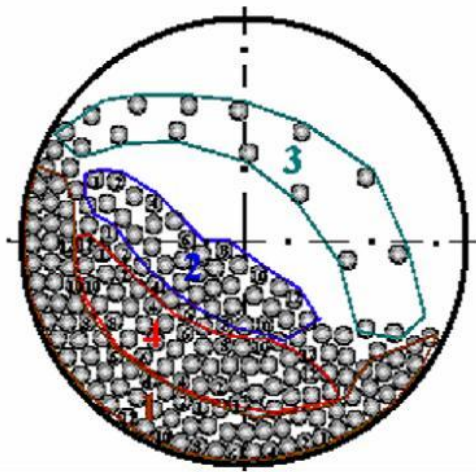
Анализ данной системы показывает, что она состоит из трёх блоков.

Первый блок описывается уравнениями (1) и (2), характеризующими движение первого шара в цепочке; второй блок описывается уравнениями (3) и (4), характеризующими движение последнего шара в цепочке; третий блок описывается уравнениями (5–10), характеризующими движение остальных шаров в цепочке. С добавлением в цепочку одного шара система увеличивается на 6 уравнений.

Приведённые примеры описывают процессы соударения любого количества мелющих тел в помольной камере барабанной мельницы. Кроме того, появилась

возможность оценить кинематические и динамические параметры отдельных мелющих тел в конкретной области помольной камеры

В приложении 1 работы [3] даны распечатки значений кинематических параметров мелющей загрузки при различных рабочих параметрах мельницы. Анализ полученных данных позволил условно разделить мелющую загрузку на 4 динамические зоны (рис. 1). В пределах каждой зоны динамический портрет загрузки практически постоянен. В таблице приведены распечатки характерных значений параметров движения цепочки из 12 мелющих тел, находящихся в различных динамических зонах.



Шары, находящиеся у поверхности помольной камеры (1 динамическая зона), практически не меняют свою скорость в зависимости от своего положения в цепочке. При этом скорость их равна линейной скорости точек, лежащих на поверхности помольной камеры. Скорость шаров, находящихся в верхнем слое первой динамической зоны также не меняется и практически постоянна в пределах зоны. Однако наступает момент, когда по мере продвижения вглубь камеры скорость шаров резко падает, причём по модулю она стремится к нулю. Происходит проскальзывание слоёв шаров, причём зона 4, расположенная над первой зоной, в технике носит название «малоподвижное ядро». Скорости шаров внутри ядра мало отличаются друг от друга по модулю, однако смена направления их векторов приводит к постоянному изменению его конфигурации и, следовательно, количества шаров, оказывающихся в зоне 4. С другой стороны от малоподвижного ядра находится зона 3, характерными особенностями которой являются значительно большие скорости мелющих тел, а также рост их значе-

Рис. 2. Зависимости скорости шаров от номера слоя

Рис. 1. Разбиение загрузки на динамические зоны

ний при приближении шаров к наинизшей точке загрузки. Существует ещё одна зона движения шаров – зона их сводного полёта после отрыва от основной массы загрузки. С точки зрения физики процесса исследования движения шаров в данной зоне наименее интересно, т. к. существует достаточно много работ в данном направлении.

На основании полученных данных построены зависимости между основными параметрами мелющей загрузки и мельницы, представленные на рис. 2–6. На рис. 2 показаны зависимости скоростей шаров от номера слоя, в котором они находятся. Номера слоёв считаются от периферии камеры к её центру. При неизменных прочих параметрах менялась только угловая скорость вращения камеры ω . Из рис. 2 видно, что графики имеют характерные участки, соответствующие динамическим зонам.

При переходе от слоя к слою вглубь шаровой загрузки наблюдается постоянство скоростей шаров, лежащих на периферии камеры и в зоне малоподвижного ядра. При этом наблюдается скачкообраз-

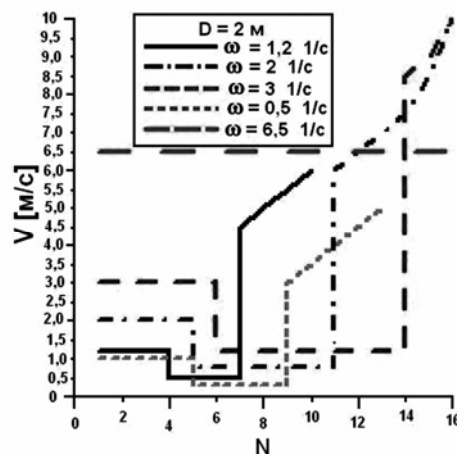


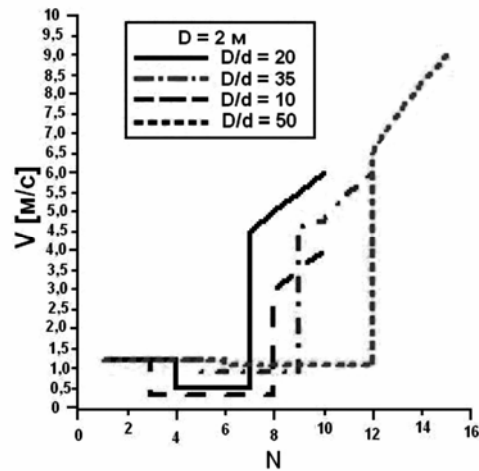
Рис. 3. Зависимости скорости шаров от номера слоя

ное падение скорости шаров, находящихся в малоподвижном ядре. Далее при переходе к следующему слою наблюдается скачкообразный рост скорости шаров, причём шары, находящиеся зоне 3, значительно увеличивают свою скорость при переходе на более близкий к центру камеры слой.

При увеличении угловой скорости вращения камеры зона малоподвижного ядра меняет свои размеры. Сначала при небольших скоростях вращения малоподвижное ядро охватывает значительную площадь. Это связано на наш взгляд с относительно большой величиной силы трения между слоями. При увеличении величины ω всё большее число шаров втягивается в центробежное вращение, и площадь зоны неподвижного ядра уменьшается. На рис. 2 наименьшее число слоёв шаров, принадлежащих малоподвижному ядру, приходится на величину $\omega = 1,2 \text{ c}^{-1}$. С дальнейшим ростом ω происходит срыв слоёв шаров относительно основной массы загрузки, и площадь малоподвижного ядра снова увеличивается. При этом малоподвижное ядро смещается к центру загрузки.

На рис. 3 показаны зависимости скоростей шаров от номера слоя, в котором они находятся при изменении отношения диаметров камеры и шара: $\frac{D}{d}$. Анализ зависимостей показывает, что при малых отношениях $\frac{D}{d}$, т.е. при больших диаметрах шаров, малоподвижное ядро занимает большую площадь и смещается к периферии помольной камеры. С ростом отноше-

Рис. 4. Зависимости отношения диаметра камеры и шара от числа слоёв шаров в ядре



ния $\frac{D}{d}$ зона малоподвижного ядра

уменьшается до определенного предела. А потом начинает снова увеличиваться. На наш взгляд это связано с увеличением силы трения в верхней части загрузки. Таким образом, для каждого конструктивного и рабочего параметра мельницы можно подобрать вполне определённые динамические параметры загрузки, при которых зона малоподвижного ядра будет занимать наименьшую площадь.

На рис. 4 показаны зависимости отношения диаметров камеры и шара от

числа слоёв шаров в малоподвижном ядре.

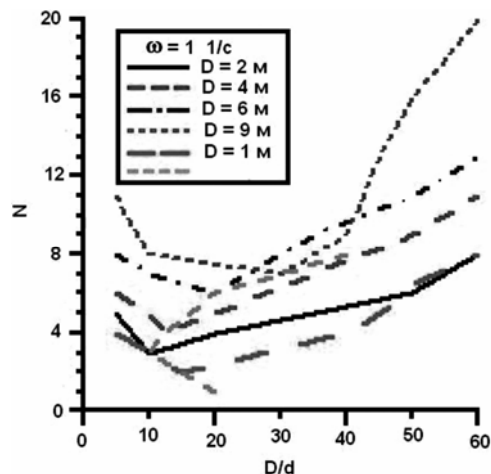
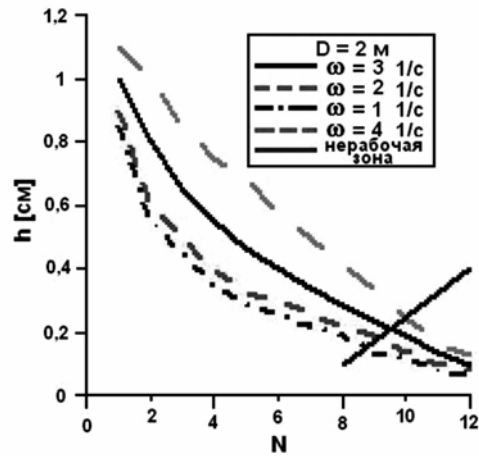


Рис. 5. Зависимости длины пробега шара между соударениями от его номера в цепочке

Обращает на себя внимание тот факт, что у каждой кривой имеется минимум. Это говорит о том, что для каждого типоразмера мельницы можно подобрать такие соотношения между диаметрами камеры и шаров, при которых число слоёв, входящих в зону малоподвижного ядра будет минимально. Другими словами, всегда есть возможность варьированием отношения $\frac{D}{d}$ свести к минимуму зону малоподвижного ядра и добиться при прочих равных условиях повышения производительности. На рис. 4 видно также, что минимальная зона малоподвижного ядра обеспечивается различными величинами отношения $\frac{D}{d}$ при изменении диаметра помольной камеры. Так, при относительно небольших значениях диаметра помольной камеры D минимальная площадь зоны, занимаемой малоподвижным ядром, обеспечивается при значениях $\frac{D}{d}$ порядка 15-20. С увеличением диаметра камеры значение отношения $\frac{D}{d}$ падает до величин порядка 8-12, а затем снова растёт, причём достаточно интенсивно. На рис. 4 через минимальные значения кривых проведена огибающая, которая отражает вышеописанные особенности данных зависимостей.

На рис. 5 показаны зависимости длины пробега шара между соударениями от его номера в цепочке. Характер кривых свидетельствует о снижении длины пробега шара при удалении его от начала цепочки. Таким образом, наступает момент, когда

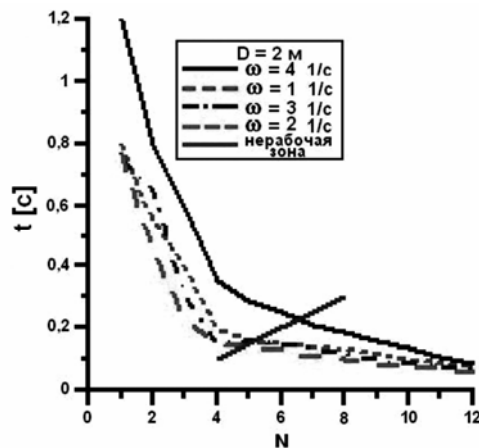
Рис. 6. Зависимости номера шара от времени его движения между соударениями

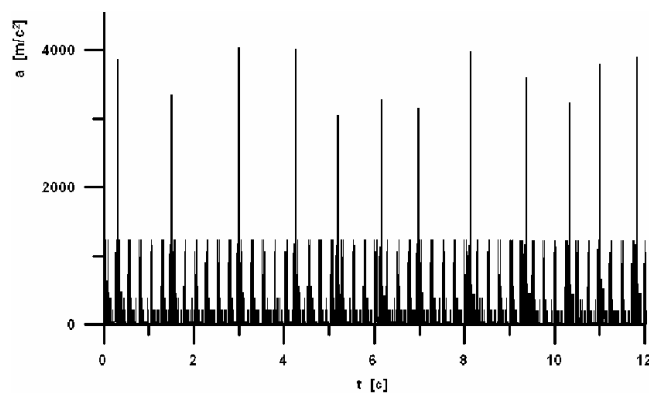
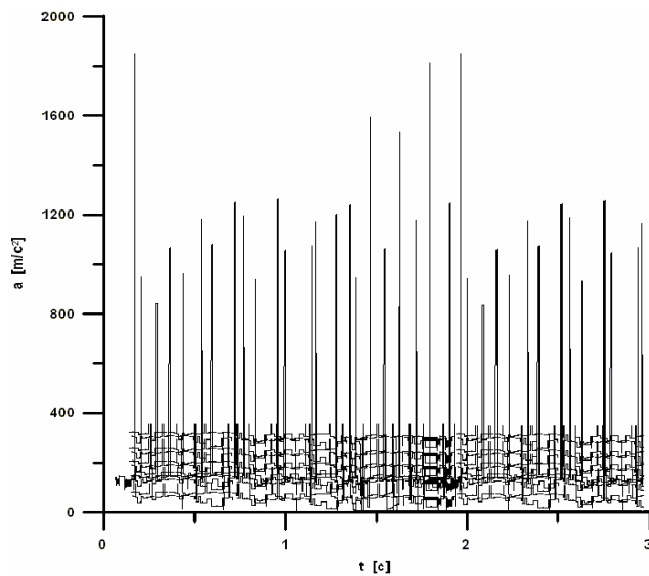


расстояние, которое проходит шар между соударениями, становится таким малым, что шар не успевает запастись энергией, необходимой для измельчения частицы материала до нужного размера. На рис. 5 отсечена нерабочая зона, в которой шары практически не движутся.

Интерес представляют также исследования влияния положения шара в цепочке на время его движения между соударениями. На рис. 6 представлены

данные зависимости. Характер кривых свидетельствует о снижении времени пробега шара при удалении его от начала цепочки. Таким образом, наступает момент,





когда время, в течение которого проходит шар между соударениями, становится таким малым, что шар не успевает запастись энергией, необходимой для измельчения частицы материала до нужного размера. На рис. 6 отсечена нерабочая зона, в которой шары практически не движутся.

На рис. 7 показана расчётная диаграмма ускорений шара, находящегося в зоне 2 помольной камеры при каскадном движении загрузки. Обращает на себя внимание тот факт, что в графике ускорения шара присутствуют две составляющие. Одна составляющая отражает процесс движения шара вместе с загрузкой, а другая – удары и перекатывания шара по загрузке.

Рис. 7. Зависимости ускорения шара от времени при каскадном режиме работы мельницы

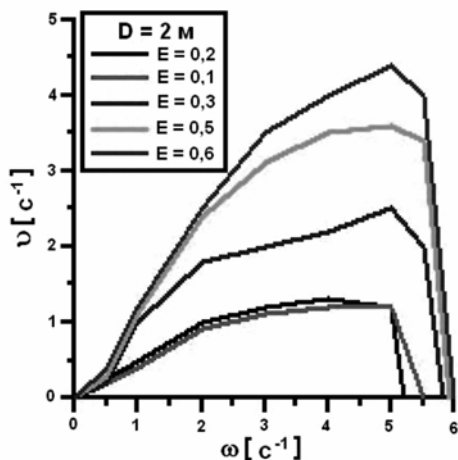
Рис. 8. Расчётные диаграммы ускорений шара при водопадном режиме движения загрузки

На рис. 8 показаны расчёт-

ные диаграммы ускорений шара, при водопадном режиме движения загрузки. Угловая скорость вращения камеры равняется 1 c^{-1} .

Помимо присутствия на графике двух составляющих ударных импульсов можно отметить тесную связь между частотой основных ударов шаров и угловой скоростью вращения камеры, при данной угловой скорости частота ударов шара практически равна угловой скорости камеры. Другими словами, за 1 оборот камеры шар успевает подняться вместе с загрузкой на определённую высоту, оторваться от загрузки и завершить цикл падением в зону интенсивного измельчения.

На рис. 9 представлены зависимости частоты ударов шара от угловой скорости вращения камеры при различных коэффициентах заполнения камеры шарами. Все графики можно разделить на 2 участка. На первом участке частота ударов шаров растёт с увеличением угловой скорости вращения камеры. Причём при очень низких (порядка $0,1-0,8 \text{ c}^{-1}$) значениях ω число сильных ударов крайне мало, т. к. в лучшем случае мельница работает в каскадном режиме и шарам не хватает энергии для хорошего разгона и последующего полёта. Обращает на себя внимание тот факт, что в интервале



значений ω 1 – 5 с^{-1} частота ударов шаров практически равна угловой скорости вращения камеры. Мельница работает при этом в водопадном режиме и шар успевает подняться вместе с загрузкой на определённую

Рис. 9. Зависимости частоты ударов шара от угловой скорости вращения камеры

высоту, оторваться от загрузки и завершить цикл падением в зону интенсивного измельчения. С последующим ростом угловой скорости вращения барабана шары, наиболее удалённые от центра камеры начинают двигаться в режиме центрифугирования. Причём этот процесс развивается очень интенсивно, и при $\omega > 6 \text{ с}^{-1}$ практически вся загрузка начинает центрифугировать и сильные удары шаров полностью отсутствуют.

Приведенные выше зависимости позволяют в полной мере оценить Кинематические и динамические параметры отдельных мелющих тел в конкретной области помольной камеры.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Балахнина Е.Е., Дмитрак Ю.В. Особенности движения мелющей загрузки в шаровой барабанной мельнице. – М.: МГГУ, 2001.
2. Балахнина Е.Е. Исследования механических параметров цепочки мелющих тел в шаровой барабанной мельнице. – М.: МГГУ, 2001.
3. Балахнина Е.Е. Обоснование параметров барабанной мельницы для тонкого измель-

4. Кобринский А.Е. Механизмы с упругими связями: динамика и устойчивость. – М.: Наука, 1964.
5. Кобринский А.А. Динамика одномерных систем шариков, движущихся с периодическими соударениями. – М.: Механика твердого тела, №5. 1968.

Коротко об авторах

Балахнина Е.Е. – доцент, кандидат технических наук,
 Дмитрак Ю.В. – доктор технических наук, профессор,
 Сычев Н.Н. – аспирант,
 кафедра «Теоретическая и прикладная механика», Московский государственный горный университет.