© Г.И. Кийко, 2006

УДК 622.86

Г.И. Кийко

СИНТЕЗ СОГЛАСУЮЩИХ ЦЕПЕЙ С НУЛЕВОЙ ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТЬЮ КОЭФФИЦИЕНТА ПЕРЕДАЧИ К ИЗМЕНЕНИЮ ПАРАМЕТРОВ НАГРУЗКИ

Семинар № 22

При обеспечении безопасности горных работ используются различные электронные системы и устройства, включающие большое количество полупроводниковых элементов и согласующе-трансформирующих импедансных цепей. Очень часто из-за некачественного согласования импедансов при воздействии внешних факторов обратные волны напряжения или тока пережигают p-n переходы микросхем, выводя из строя сами системы обеспечения безопасности, что может привести к непредсказуемым последствиям.

В этой связи возникает важная задача минимизации чувствительности согласующих цепей и синтеза согласующих цепей с нулевой чувствительностью к изменению параметров элементов. Вопросы чувствительности систем к изменению характеристик их функциональных узлов и параметров составляющих их устройств имеют также важное значение, поскольку определяют устойчивость их работы под влиянием дестабилизирующих факторов: температуры, влажности, радиоактивности и др.

Рассмотрим возможность синтеза согласующих цепей с нулевой чувствительностью коэффициента передачи к изменению параметров нагрузки в общем случае.

Пусть дана обобщённая произвольная система, содержащая генератор сигнала Ег, $\mathfrak{R}$г, реактивный четырёхполюсник РЧ и сопротивление нагрузки Z=$\mathfrak{R}$+IX (рис. 1, *а*). Используя теорему об эквивалентном генераторе, преобразуем данную схему в схему, изображённую на рис. 1, *б*.

Коэффициент отражения от нагрузки для такой системы равен

$$\Gamma = (Z - \mathfrak{R}г) / (Z + \mathfrak{R}г). \qquad (1)$$

Чувствительность коэффициента отражения к изменению сопротивления нагрузки Z определим как

$$S\wedge\Gamma\vee Z = \delta\Gamma/\Gamma/\delta Z/Z = \delta\Gamma/\delta Z/Z/\Gamma. \qquad (2)$$

Из выражения (1) имеем:

$$\delta\Gamma/\delta Z = \{Z + \mathfrak{R}г - (Z - \mathfrak{R}г)\}/(Z + \mathfrak{R}г) \wedge 2 =$$

$$= (1 - \Gamma)/(Z + \mathfrak{R}г). \qquad (3)$$

Отношение $Z/(Z+\mathfrak{R}г)$ выразим через коэффициент отражения Г:

$$Z/(Z + \mathfrak{R}г) = 2Z/2(Z+\mathfrak{R}г) = \{Z - \mathfrak{R}г + Z + \mathfrak{R}г\}/2\,(Z+\mathfrak{R}г) = (\Gamma+1)/2. \qquad (4)$$

В результате для чувствительности коэффициента отражения к изменению сопротивления нагрузки Z получаем: $S\wedge\Gamma\vee Z = (1-\Gamma\wedge 2)/2\Gamma$. (5)

Найдём чувствительность коэффициента отражения отдельно по активной и реактивной составляющим сопротивления нагрузки.

Чувствительность $S\wedge\Gamma\vee\mathfrak{R}$ равна:

$$S\wedge\Gamma\vee\mathfrak{R} = \delta\Gamma/\Gamma/\delta\mathfrak{R}/\mathfrak{R} = \delta\Gamma/\delta\mathfrak{R}\cdot\mathfrak{R}/\Gamma = \delta\Gamma/\delta Z\cdot\delta Z/\delta\mathfrak{R}\cdot\mathfrak{R}/\Gamma\cdot Z/Z = S\wedge\Gamma\vee Z\cdot S\wedge Z\vee\mathfrak{R}. \qquad (6)$$

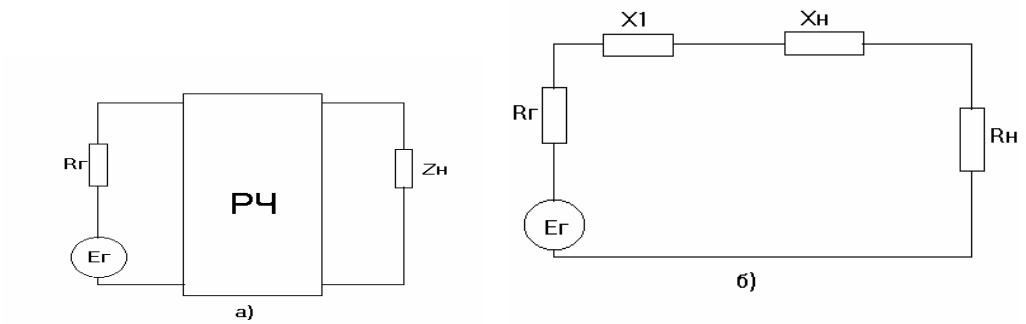


Рис. 1. Согласующая цепь

Аналогично для чувствительности $S_{\Gamma X}$ имеем:

$$S_{\Gamma X} = \delta\Gamma/\Gamma/\delta X/X = \delta\Gamma/\delta X\cdot X/\Gamma = \delta\Gamma/\delta Z\times$$
$$\times\delta Z/\delta X\ X/\Gamma\cdot Z/Z = S_{\Gamma Z}\cdot S_{ZX}. \qquad (7)$$

Тогда для суммарной чувствительности по активной и реактивной составляющим справедливо соотношение:

$$S_{\Gamma\Re} + S_{\Gamma X} = S_{\Gamma Z}(S_{Z\Re} + S_{ZX}) = S_{\Gamma Z}(\Re/Z + IX/Z) = S_{\Gamma Z}, \qquad (8)$$

Поскольку

$$S_{Z\Re} = \delta Z/Z/\delta\Re/\Re = \delta Z/\delta\Re\cdot\Re/Z = \Re/Z,$$
$$S_{ZX} = \delta Z/Z/\delta X/X = \delta Z/\delta X\cdot X/Z = IX/Z. \qquad (9)$$

Следовательно, для суммарной чувствительности коэффициента отражения получаем

$$S_{\Gamma\Re} + S_{\Gamma X} = (1-\Gamma^2)/2\Gamma. \qquad (10)$$

Соответственно для чувствительности модуля коэффициента отражения можно записать

$$\mathrm{Re}(S_{\Gamma\Re} + S_{\Gamma X}) = \mathrm{Re}S_{\Gamma Z} =$$
$$= S_{|\Gamma|\Re} + S_{|\Gamma|X} = \mathrm{Re}(1-\Gamma^2)/2\Gamma. \qquad (11)$$

Найдём теперь чувствительность коэффициента передачи $|T|^2$ к изменению сопротивления нагрузки Z. По определению для указанной чувствительности справедливо следующее соотношение:

$$S_{|T|^2 Z} = \delta|T|^2/|T|^2/\delta Z/Z =$$
$$=\delta|T|^2/\delta Z\cdot Z/|T|^2. \qquad (12)$$

Поскольку коэффициент передачи однозначно определяется коэффициентом отражения в силу соотношения $|T|^2 = 1-|\Gamma|^2$, то выражение (12) можно записать в виде:

$$S_{|T|^2 Z} = -2|\Gamma|\delta|\Gamma|/\delta Z\cdot Z/(1-|\Gamma|^2). \qquad (14)$$

Подставляя выражение (2) для модуля коэффициента отражения в (14) и используя (9),получаем:

$$S_{|T|^2\Re} + S_{|T|^2 X} = S_{|T|^2 Z}\times$$
$$\times\cdot S_{Z\Re} + S_{|T|^2 Z}\cdot S_{ZX} =$$
$$= S_{|T|^2 Z} = -2S_{|\Gamma| Z}\cdot|\Gamma|^2/(1-|\Gamma|^2). \qquad (15)$$

Используя (11),после несложных преобразований имеем:

$$S_{|T|^2\Re} + S_{|T|^2 X} = -|\Gamma|^2/(1-|\Gamma|^2)\times$$
$$\times\mathrm{Re}(1-\Gamma^2)/\Gamma = |\Gamma|^2/(1-|\Gamma|^2)\mathrm{Re}(\Gamma-1/\Gamma) =$$
$$= -\mathrm{Re}\Gamma. \qquad (16)$$

Таким образом, суммарная чувствительность коэффициента передачи цепи к изменению параметров нагрузки определяется действительной частью коэффициента отражения.

Выражая $\mathrm{Re}\Gamma$ через параметры схемы, можно записать:

$$S_{|T|^2\Re} + S_{|T|^2 X} = \{\Re_г^2 - \Re^2 - X^2\}/\{(\Re + \Re_г)^2 + X^2\}. \qquad (17)$$

Используя преобразования, аналогичные приведенным выше, можно показать, что для отдельных чувствительностей коэффициента передачи по активной и реак-

тивной составляющим нагрузки справедливы соотношения:

$$S_{|T|^2}^{\Re} = -\{\Re^2 - \Re_г^2 - X^2\}/\{(\Re + \Re_г)^2 + X^2\},$$

$$S_{|T|^2}^{X} = -2X^2/\{(\Re + \Re_г)^2 + X^2\}. \quad (18), (19)$$

Выражая указанные чувствительности через действительную и мнимую части коэффициента отражения и сопротивления нагрузки, будем иметь:

$$S_{|T|^2}^{\Re} = -\{\mathrm{Re}Z[\mathrm{Re}\Gamma\mathrm{Re}Z(1 - |\Gamma|^2) - \mathrm{Im}Z\mathrm{Im}\Gamma(1 + |\Gamma|^2)]\}/|Z|^2(1-|\Gamma|^2), \quad (20)$$

$$S_{|T|^2}^{X} = -\{\mathrm{Im}Z[\mathrm{Re}\Gamma\mathrm{Im}Z(1 - |\Gamma|^2) + \mathrm{Im}\Gamma\mathrm{Re}Z(1 + |\Gamma|^2)]\}/|Z|^2(1 - |\Gamma|^2) \quad (21)$$

Легко проверить, что суммарная чувствительность равна $-\mathrm{Re}\Gamma$.

В случае резонансной согласующей цепи $X = 0$ и

$$S_{|T|^2}^{\Re} = -\Re^2\Gamma/\Re^2 = -\Gamma,$$

$$S_{|T|^2}^{X} = 0.$$

Суммарные чувствительности S_{Γ}^{Z}, $S_{|T|^2}^{Z}$ выражаются более простыми зависимостями, чем $S_{\Gamma}^{\Re}$, S_{Γ}^{X}, $S_{|T|^2}^{\Re}$, $S_{|T|^2}^{X}$. Поэтому, если найдена одна из чувствительностей, например, $S_{\Gamma}^{\Re}$ и общая чувствительность S_{Γ}^{Z}, легко найти вторую функцию чувствительности, например, S_{Γ}^{X} из соотношения (10).

Найдём теперь чувствительность $S_{|T|^2}^{\alpha}$ коэффициента передачи к изменению некоторого параметра α(L,C,R,T°,Usm,φ и т.п.), входящего в импеданс Z. По определению

$$S_{|T|^2}^{\alpha} = S_{|T|^2}^{Z}\cdot S_{Z}^{\Re}\cdot S_{\Re}^{\alpha} + S_{|T|^2}^{Z}\cdot S_{Z}^{X}\cdot S_{X}^{\alpha} = S_{|T|^2}^{Z}(S_{Z}^{\Re}\cdot S_{\Re}^{\alpha} + S_{Z}^{X}\cdot S_{X}^{\alpha}). \quad (22)$$

Подставляя (15) в (22), получаем:

$$S_{|T|^2}^{\alpha} = -2|\Gamma|^2/(1 - |\Gamma|^2)\cdot S_{|\Gamma|}^{Z}\times(S_{Z}^{\Re}\cdot A + S_{Z}^{X}\cdot B),$$

где $A = S_{\Re}^{\alpha}$, $B = S_{X}^{\alpha}$ – чувствительности активной и реактивной составляющих нагрузки к изменению параметра α. Используя соотношения (9) и (11), окончательно получим:

$$S_{|T|^2}^{\alpha} = -|\Gamma|^2/(1 - |\Gamma|^2)\mathrm{Re}(1 - \Gamma^2)/\Gamma\cdot(A\Re + IXB)/(\Re + IX). \quad (23)$$

Определим при каких условиях чувствительность коэффициента передачи к изменению параметра α равна нулю.

Очевидно, требование $S_{|T|^2}^{\alpha} = 0$ сводится к выполнению равенства (исключая тривиальный случай полного согласования $|\Gamma|^2 = 0$)

$$\mathrm{Re}(1 - |\Gamma|^2)/\Gamma\cdot(A\Re + IXB)/(\Re + IX) = 0. \quad (24)$$

Введём обозначения $\mathrm{Re}\Gamma = a$ и $\mathrm{Im}\Gamma = b$, т.е. $\Gamma = a + ib$ и выразим R и X через a и b,положив для простоты $R_г = 1$, согласно соотношению

$$Z = \Re + IX = (1 + \Gamma)/(1 - \Gamma). \quad (25)$$

В результате получим

$$\Re = (1 - a^2 - b^2)/((1 - a)^2 + b^2);$$

$$X = 2b/((1 - a)^2 + b^2). \quad (26)$$

Подставляя (26) в (24) и производя необходимые преобразования, приходим к уравнению, определяющему условие равенства нулю чувствительности коэффициента передачи цепи к изменению произвольного параметра:

$$Aa^5 - 2Aa^4 + 2Ab^2a^3 + (2A + 2Bb^2 - 4Ab^2)a^2 + +(Ab^4 - A)a + 2(A - B)b^2 - 2(A - B)b^4 = 0. \quad (27)$$

Выразим мнимую часть коэффициента отражения через действительную часть и некоторое $\Gamma_{доп}$ в соответствии с условием:

$$|\Gamma| = (a^2 + b^2)^{1/2} < \Gamma_{доп}. \quad (28)$$

Подставляя выражение $b^2 = \Gamma_{доп}^2 - a^2$ в уравнение (27) и решив его относительно $a = \mathrm{Re}\Gamma$, получим:

$$a = \{A(1 + \Gamma_{доп}^2) \pm [A^2(1 + \Gamma_{доп}^2)^2 + 16B\Gamma_{доп}^2(A + B)^2]^{1/2}\}/4B. \quad (29)$$

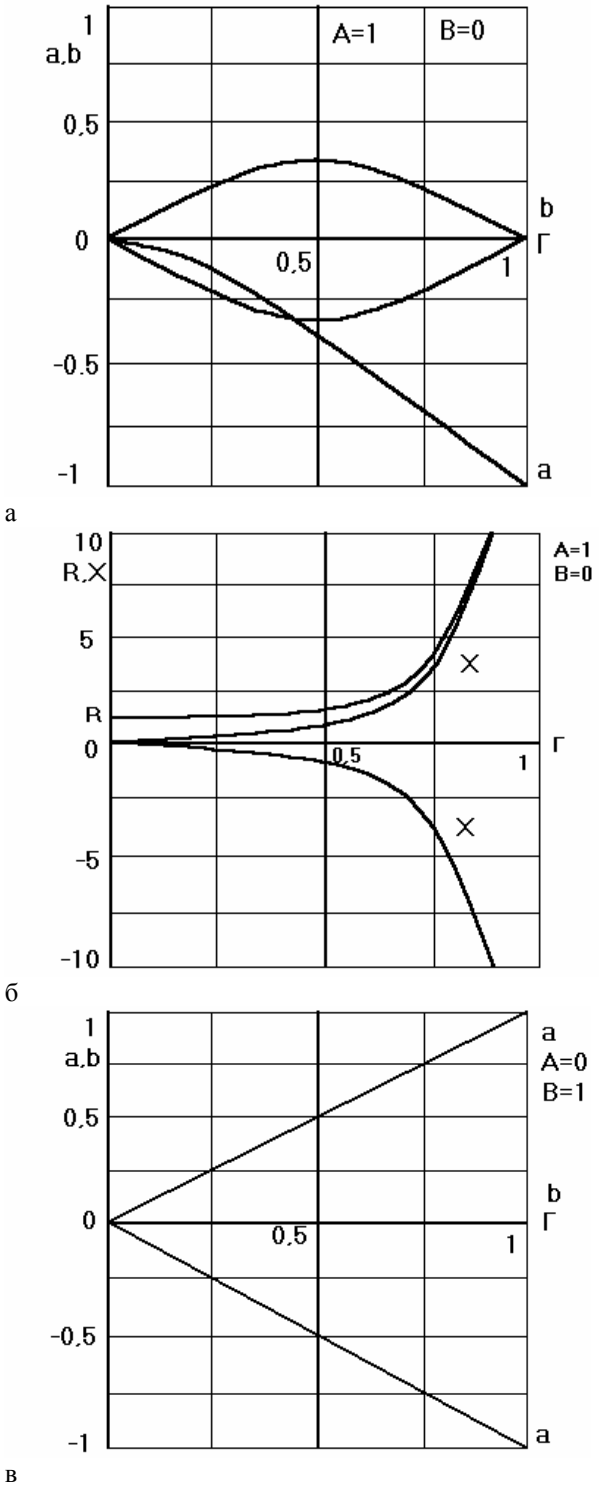
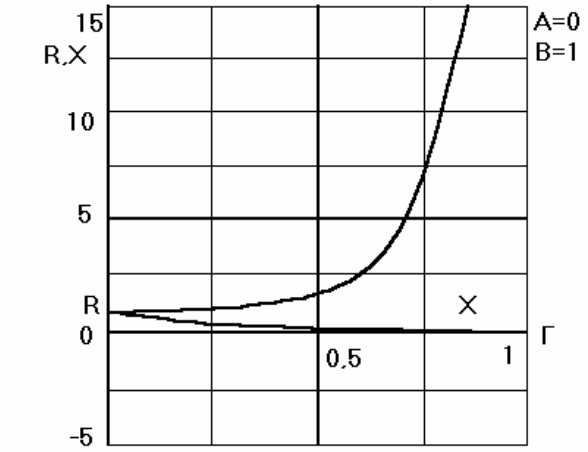


Рис. 2.
а. Зависимость действительной и мнимой частей коэффициента отражения от Гдоп при нулевой чувствительности коэффициента передачи к изменению произвольного параметра и A = 1, B = 0;
б. Зависимость параметров нагрузки от Гдоп при нулевой чувствительности коэффициента передачи к изменению произвольного параметра и A = 1, B = 0;
в. Зависимость действительной и мнимой частей коэффициента отражения от Гдоп при нулевой чувствительности коэффициента передачи к изменению произвольного параметра и A = 0, B = 1

Таким образом, чувствительность коэффициента передачи цепи к изменению произвольного параметра равна нулю помимо тривиального случая полного согласования |Г| = 0,также и в случае выполнения соотношения (29). На рисунках приведены графические результаты расчёта цепей с нулевой чувствительностью коэффициента передачи для некоторых частных случаев.

Расчёты показывают, что при изменении активной составляющей $\Re$ при Г= 0 X должно быть равно нулю, т.е. имеет место резонансная настройка цепи. При Г≠0 X также отлично от нуля и X и $\Re$ изменяются коррелированно. Если изменяется реактивная составляющая X с изменением некоторого параметра, то для получения S = 0 необходим резонанс при любых Г. Активная составляющая нагрузки выбирается для обеспечения некоторого заданного Г.



г

Рис. 2. *г.* Зависимость параметров нагрузки от Гдоп при нулевой чувствительности коэффициента передачи к изменению произвольного параметра и A = 0, B = 1

При исследовании чувствительности модуля коэффициента отражения к изменению параметров нагрузки в схемах с комплексным импедансом генератора, т.е.при рассмотрении вопросов чувствительности с последующим синтезом малочувствительных цепей со стороны генератора ,можно показать ,что для указанных чувствительностей справедливы соотношения:

$$S_{|\Gamma|}^{R_н} = \{2R_нR_г[R_н^2 - R_г^2 - (X_н + X_г)^2]\}/\{[(R_н + R_г)^2 + (X_н + X_г)^2][(R_н - R_г)^2 + (X_н + X_г)^2]\},$$

$$S_{|\Gamma|}^{X_н} = [4R_гR_нX_н(X_н + X_г)]/\{[(R_н + R_г)^2 + (X_н + X_г)^2][(R_н - R_г)^2 + (X_н + X_г)^2]\}. \qquad (30)$$

В каждом конкретном случае, задавая малые $S_{|\Gamma|}^{R_н}$ и $S_{|\Gamma|}^{X_н}$ и разрешая соотношения (30) для $R_г$ и $X_г$ совместно с выражением для модуля коэффициента отражения

$$|\Gamma|^2 = [(R_н - R_г)^2 + (X_н + X_г)^2]/[(R_н + R_г)^2 + (X_н + X_г)^2]. \qquad (31)$$

Можно получить входное сопротивление генераторной части согласующей цепи в полосе частот, по которому можно непосредственно производить синтез малочувствительной по |Г| к изменению параметров нагрузки цепи.

Из непосредственного рассмотрения соотношения (30) ,помимо тривиальных случаев $R_н = 0$ и $R_г = 0$ вытекают несколько частных случаев нулевой чувствительности коэффициента отражения. При выполнении условия

$$R_н^2 - R_г^2 - (X_н + X_г)^2 = 0$$

$$S_{|\Gamma|}^{R_н} = 0. \qquad (32)$$

Решая совместно уравнения

$$|\Gamma|^2[(R_н + R_г)^2 + (X_н + X_г)^2] = +(R_н - R_г)^2 + (X_н + X_г)^2; \qquad (33)$$

$$R_н^2 - R_г^2 - (X + X_г)^2 = 0,$$

получим, что в этом случае

$$R_г = R_н(1 - |\Gamma|^2)/(1 + |\Gamma|^2),$$

$$X_г = \pm R_н \cdot 2|\Gamma|/(1 + |\Gamma|^2) - X_н. \qquad (34)$$

Если $X_н = 0$, то $S_{|\Gamma|}^{X_н} = 0$. Решая (31) в этих условиях, получаем

$$R_г = \{R_н(1 + |\Gamma|^2) \pm [R_н^2(1 + |\Gamma|^2)^2 - 4(1 - |\Gamma|^2)^2 \cdot (R_н^2 + X_г^2)]^{1/2}\}/2 \times (1 - |\Gamma|^2). \qquad (35)$$

Чувствительность $S_{|\Gamma|}^{X_н} = 0$ также при $X_н + X_г = 0$,т.е. в случае резонанса. Из (31) в этом случае вытекает, что $R_г = R_н(1 - |\Gamma|)/(1 + |\Gamma|)$ или
$R_г = R_н(1 + |\Gamma|)/(1 - |\Gamma|)$.

Рассмотрим синтез согласующей цепи с нулевой чувствительностью коэффициента передачи к изменению произвольного параметра на конкретном примере .Пусть сопротивление нагрузки $Z_н = R_н + I\omega L_н$ и чувствительности A = 1 и B = 0.Используя соотношения для R и X в данном случае (рис. 1, *б*) получим для активной и реак-

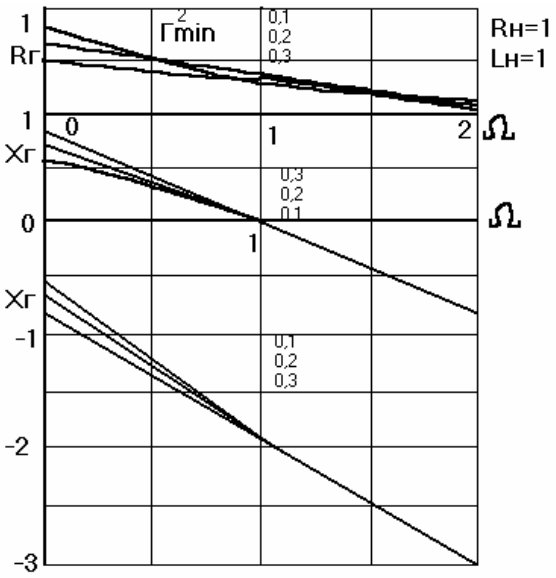


Рис. 3. Требуемое поведение величин Rг и Xг для нулевой чувствительности коэффици-ента передачи

тивной составляющих генератора ℜг и Xг при аппроксимации

|Г|∧2 = (Гmin∧2 + ω∧2)/(1 + ω∧2) и

ℜн = 1, Lн = 1:ℜг = (1 – Гmin∧2)/(1 + +Гmin∧2 + 2ω∧2);

Xг = ±2[(Гmin∧2 + ω∧2)(1 + ω∧2)]∧1/2/

/(1 + Гmin∧2 + 2ω∧2) – ω. (36)

Зависимости ℜг и Xг от частоты для нескольких значений Гmin∧2 представлены на рис. 3.

По виду соотношений (36) синтезируется согласующая цепь с нулевой чувствительностью коэффициента передачи к изменению произвольного параметра. Одна из возможных реализаций представлена на рис. 4.

Для приближения к требуемым характеристикам ℜг и Xг контур C1L1 настроен на центральную частоту ω0,а контур C2L2 на частоту более низкую, чем ω0.Необходимое поведение ℜг может быть реализовано при соответствующем выборе C1. Переходя к полосовой реализации, имеем:

KуℜГ/(1 + IℜнΩ0C1ξ) = ℜГ/(1 + ℜu∧2Ω0∧2C1∧2ξ∧2) =

=[(1 – Гmin∧2)/(1 + Гmin∧2)]/ /[1 + 2/(1 + Гmin∧2)ξ∧2], (37)

где ξ = ω/ω0 – ω0/ω - обобщённая расстройка.

Отсюда получаем

ℜг = (1 – Гmin∧2)/(1 + Гmin∧2);

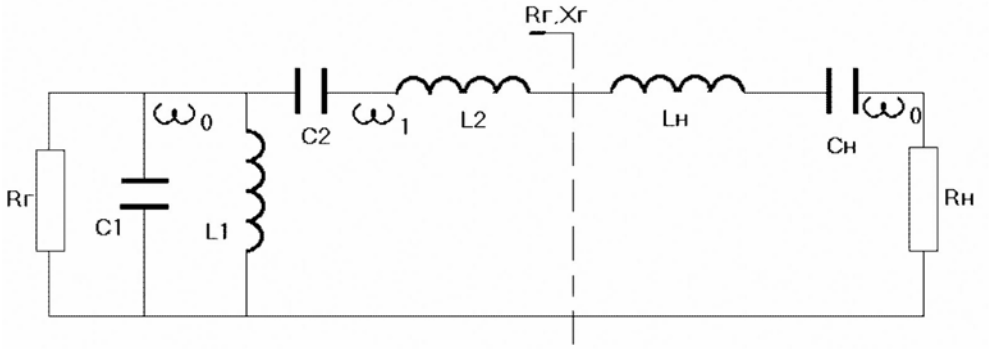
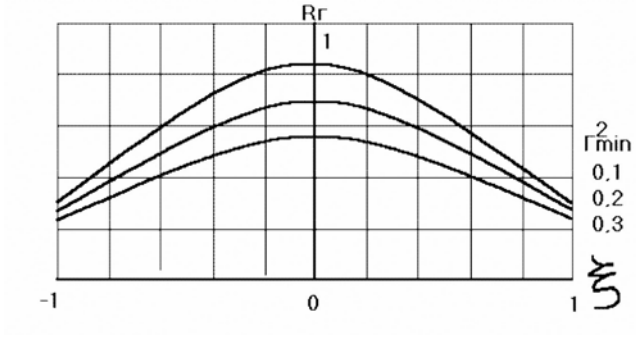
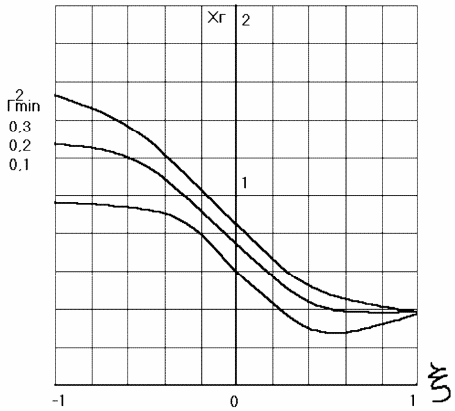


Рис. 4. Согласующая цепь с нулевой чувствительностью коэффициента передачи к изменению активной составляющей нагрузки



а



б

Рис. 5. а. Зависимость активной составляющей Rг от расстройки для цепи с нулевой чувствительностью S∧|T|2∨ℜн; б. Зависимость реактивной составляющей Xг от расстройки для цепи с нулевой чувствительностью S∧|T|2∨ℜн

ω0C1 = 2∧1/2(1 + +Гmin∧2)∧1/2⁄(1 − Гmin∧2).

(38)

Реализация Xг может быть обеспечена соответствующим выбором элементов контура L2C2:

Xг = ImℜГ⁄(1 + IℜГω0C1ξ) + ωД2 − 1⁄ωC2 = ±2[(Гmin∧2 + ξ∧2)(1 + ξ∧2)]∧1/2⁄

⁄(1+Гmin∧2+2ξ∧2)−ω0ξ. (39)

Отсюда имеем:

X2 = ωL2 − 1/ωC2 = ±2[(Гmin∧2 + ξ∧2)×

× (1 + ξ∧2)]∧1/2⁄(1 + Гmin∧2 + 2ξ∧2) +

+2∧1/2(1 − Гmin∧2)ξ⁄(1 + Гmin∧2)∨1/2×

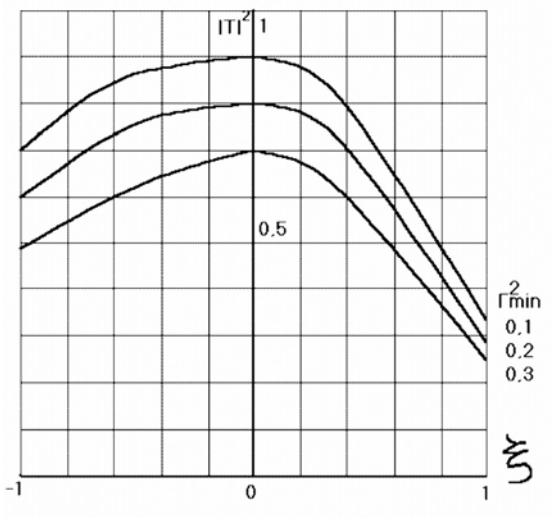
×(1 + Гmin∧2 + 2ξ∧2) − ω0ξ. (40)

Подбираем параметры L2 и C2, чтобы обеспечить нужное значение Xг при ξ = 0 и необходимый наклон δX2⁄δω в окрестности частоты ω0. Параметры L2 и C2 положительны и, следовательно, реализуемы при данном выборе |Г(ω)|∧2 и ω0Lн, если δX2⁄δω>0.

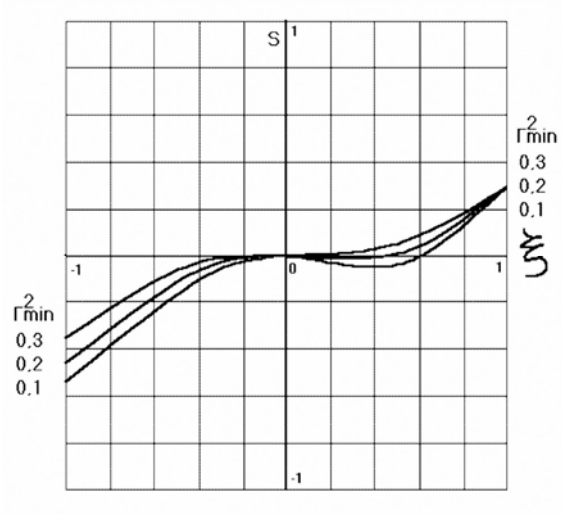
На рис. 5 и рис. 6 приведены зависимости ℜг(ξ),Xг(ξ),Г∧2(ξ),S∧|T|∧2∨ℜн(ξ) для синтезированной цепи с нулевой чувствительностью.

Таким образом, в нерезонансных согласующих цепях существуют условия амплитудно-фазовой компенсации, при которых модуль коэффициента передачи цепи остаётся постоянным с точностью до величин второго порядка малости при малом изменении параметров комплексной нагрузки. Отметим, что нулевая чувствительность коэффициента передачи к изменению активной составляющей нагрузки может быть реализована лишь в полосовой системе ,так как требуемая в этом случае величина реактивной составляющей цепи, подключаемой к нагрузке, должна быть отличной от нуля и конечной, что может быть реализовано только на ненулевой частоте.

Представляет интерес сравнить полосы согласования и чувствительность S∧|T|∧2∨ℜн в полосе для обычных одноконтурной и двухконтурной согласующих цепей и цепи с нулевой чувствительностью коэффициента передачи. Расчёт показывает, что в рассматриваемом конкретном случае при Гmin∧2 = 0,1 полоса согласования по уровню Tmin∧2 = −1дБ (рис. 6) составляет 120% от максимально



а



б

Рис. 6. а. Зависимость коэффициента передачи от расстройки для цепи с нулевой чувствительностью; б. Зависимость чувствительности S∧|T|2∨ℜн от расстройки для цепи с нулевой чувствительностью

достижимой полосы для одноконтурных и 48 % для двухконтурных цепей, но максимальная чувствительность коэффициента передачи к изменению активной составляющей нагрузки в полосе в данном случае соответственно в 1,35 и 1,95 раза меньше. При изменении величины расстройки до ±0,2 максимальная чувствительность коэффициента передачи в полосе согласования для цепи с нулевой чувствительностью уменьшается более чем в 20 раз по сравнению с максимальной в полосе чувствительностью для одноконтурной и в 30 раз для двухконтурной согласующей цепи. В диапазоне частот, составляющем 50 % полосы согласования цепи с нулевой чувствительностью, величина чувствительности коэффициента передачи в 10 раз меньше максимальной чувствительности коэффициента передачи обычной одноконтурной резонансной цепи [1, 2].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Сиберт У.М.* Цепи, сигналы, системы. – М.: Мир, 1988, 336 с.
2. *Кийко Г.И.* Специальные АФУ систем радиосвязи. – М.: Высшая школа, 1995, 120 с.

Коротко об авторах

Кийко Г.И.. – доцент, Московский государственный горный университет.