© А.В. Дугарцыренов, 2007

УДК 622.235

А.В. Дугарцыренов

ОЦЕНКА ПРИБЛИЖЕННОГО РЕШЕНИЯ ДИНАМИЧЕСКОЙ ЗАДАЧИ О КАМУФЛЕТНОМ ВЗРЫВЕ

Задача о напряженно-деформированном состоянии упругой среды при камуфлетном взрыве в ней относится к пространственным динамическим задачам теории упругости с внезапным нагружением полости заданной формы. Известны только некоторые частные случаи точного решения данной задачи [1, 2 и др.], а также различные приближения, в частности асимптотические [3]. Основная сложность решения таких задач связана с колебательным характером перемещений, деформаций и напряжений в точках среды. В то же время статические аналоги этих задач решаются достаточно просто и одно из первых решений дано Ламе [4].

Динамическая задача о камуфлетном взрыве сосредоточенного и удлиненного зарядов взрывчатого вещества (ВВ) в большинстве работ сводится к моделям соответственно сферической и цилиндрической полостей в неограниченной среде, внезапно подверженных действию давления газообразных продуктов детонации ВВ. Указанные выше решения динамических задач относятся к действию постоянного давления и не учитывают снижения ее величины по мере расширения полости. Учет расширения полости в этих моделях произведен в работах [5-7], в которых перемещение точек среды при действии на ее границу давления p_0 выражается в безразмерном виде соотношениями:

- для сферической полости (линейное приближение [5, 6]):

$$\bar{u}(r,\bar{\tau}) = \frac{u}{r_0} = \frac{p_0 H}{2\rho C_1^2}\cdot\frac{D}{2}\cdot\frac{1}{\bar{r}^2}\times$$
$$\times\left\{1 - e^{-\gamma_0\bar{\tau}}\left[\cos\omega_0\bar{\tau} + \frac{1}{\sqrt{D-1}}\left(1-2\bar{r}\right)\sin\omega_0\bar{\tau}\right]\right\} \quad (1)$$

где

$$\bar{r} = \frac{r}{r_0}, \bar{t} = \frac{C_1}{r_0}t, \bar{\tau} = \frac{C_1}{r_0}\tau = \bar{t} - \bar{r} + 1,$$

$$\tau = t - \frac{r - r_0}{C_1},\ \gamma_0 = \frac{2}{D},\ \omega_0 = \frac{2\sqrt{D-1}}{D},$$

$D = 2\dfrac{1-\nu}{1-2\nu}\cdot\dfrac{2E}{2E + 3p_0 k(1+\nu)}$; E - модуль Юнга, ν - коэффициент Пуассона, $H(\bar{\tau})$ - функция Хевисайда, ρ - плотность среды, C_1 - скорость продольной волны, k - показатель адиабаты взрывных газов, r_0 - радиус полости.

- для цилиндрической полости (акустическое приближение [7]):

$$\bar{u}(\bar{r},\bar{\tau}) = \frac{u}{r_0} = H(\bar{\tau})\frac{p_0(1+\nu)}{E + 2k\,p_0(1+\nu)}\times$$
$$\times\left(\frac{1}{\bar{r}}\right)\left(1 - e^{-n k_2 \bar{\tau}}\right), \quad (2)$$

где $k_2 = \dfrac{1-2\nu}{1-\nu}$.

Приведенные решения получены в предположении, что полость под действием давления продуктов детонации ВВ расширяется по закону адиабаты:

$$p(t) = -p_0 \left(\frac{1}{1 + u(r_0, t)/r_0} \right)^{3k} = , \qquad (3)$$

$$= -p_0 (1+\varepsilon)^{-3k}$$

где $p(t)$ - текущее давление газов, $\varepsilon = u(r_0, t)/r_0$.

Учитывая, что, $\varepsilon = 1$ и пренебрегая в разложении (3) в ряд по степеням ε членами второго и более порядков малости, находим линейное приближение:

$$(1+\varepsilon)^{-3k} \approx 1 - 3k\varepsilon . \qquad (4)$$

Оценка погрешности представленных решений (1) и (2) проведена на основе численных решений соответствующих уравнений теории упругости, записанных в безразмерном виде:

- для сферической полости:

$$\frac{\partial^2 \overline{u}}{\partial \overline{r}^2} + \frac{2}{\overline{r}} \cdot \frac{\partial \overline{u}}{\partial \overline{r}} - \frac{2\overline{u}}{\overline{r}^2} = \frac{\partial^2 \overline{u}}{\partial \overline{\tau}^2} ; \qquad (5)$$

уравнение (5) решалось при следующих начальных и граничных условиях:

$$\overline{r} > 1, \overline{\tau} = 0, \overline{u} = \frac{\partial \overline{u}}{\partial \overline{\tau}} = 0 ,$$

$$\overline{\tau} > 0, r = 1 \Rightarrow \frac{\partial \overline{u}}{\partial \overline{r}} + \frac{2\nu}{1-\nu} \cdot \frac{\overline{u}}{\overline{r}} = -H(t) \frac{p(t)}{\rho C_1^2}$$

, (6)

$$\overline{r} \to \infty \Rightarrow \overline{u} \to 0 .$$

- для цилиндрической полости:

$$\frac{\partial^2 \overline{u}}{\partial \overline{r}^2} + \frac{1}{\overline{r}} \cdot \frac{\partial \overline{u}}{\partial \overline{r}} - \frac{\overline{u}}{\overline{r}^2} = \frac{\partial^2 \overline{u}}{\partial \overline{\tau}^2} ; \qquad (7)$$

здесь начальные и граничные условия те же, кроме условия на границе полости, которое определяется соотношением

$$\frac{\partial \overline{u}}{\partial \overline{r}} + \frac{\nu}{1-\nu} \cdot \frac{\overline{u}}{\overline{r}} = -H(t) \cdot \frac{p(t)}{\rho C_1^2} . \qquad (8)$$

Величина $p(t)$ в условиях на границе полости (6) и (8) определяется выражением (4). Расчеты проведены в математическом пакете «Mathcad-13» с применением функции «Pdesolve», предназначенной для решения дифференциальных уравнений в частных производных. Результаты расчетов по аналитическим формулам (1) и (2) и данные численных расчетов в графическом виде представлены на рис. 1 и 2. Функции $s(r,t)$ и $s(r,\tau)$ на данных рисунках соответствуют перемещению $\overline{u}(\overline{r}, \overline{\tau})$ согласно уравнениям (5) и (7), а $w(r,t)$ и $q(r,\tau)$ - аналитическому выражению для перемещения соответственно для сферической (адиабатическое приближение – уравнение (1)) и цилиндрической (акустическое приближение – уравнение (2)) полости. Как видно из рис. 1, результаты численного расчета в пакете «Mathcad-13» полностью совпадают с расчетными данными, полученными на основании аналитической формулы (1) для сферической полости с учетом ее расширения, как для точек границы полости, так и для внутренних точек. Что касается цилиндрической полости, следует отметить, что точное аналитическое решение задачи о взрыве цилиндрического заряда в упругой среде до настоящего времени не получено. Сложность решения указанной задачи обусловлена тем, что напряжения в среде при динамическом рассмотрении носят колебательный быстрозатухающий характер, определяемый в изображениях функциями Бесселя и Макдональдса, обратное интегральное преобразование которых связано с контурным интегрированием, которое выполняется только в простейших случаях. Численные расчеты по уравнению (7) показывают, что изменение перемещения во времени имеет характер аналогичный случаю сферической полости (рис. 2).

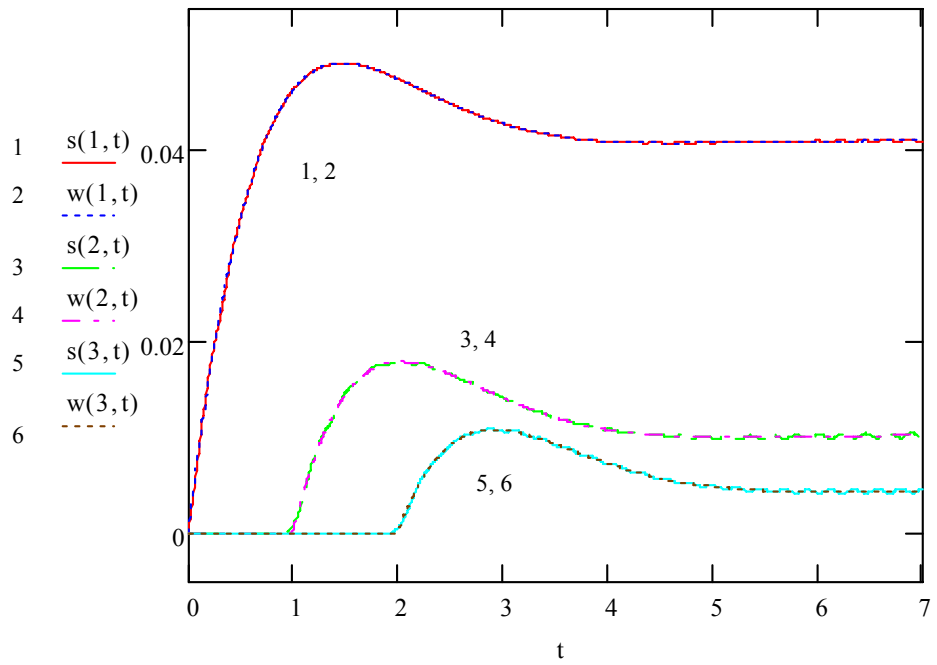
1 s(1,t)
2 w(1,t)
3 s(2,t)
4 w(2,t)
5 s(3,t)
6 w(3,t)
0.04
0.02
0
1, 2
3, 4
5, 6
0 1 2 3 4 5 6 7
t

Рис. 1

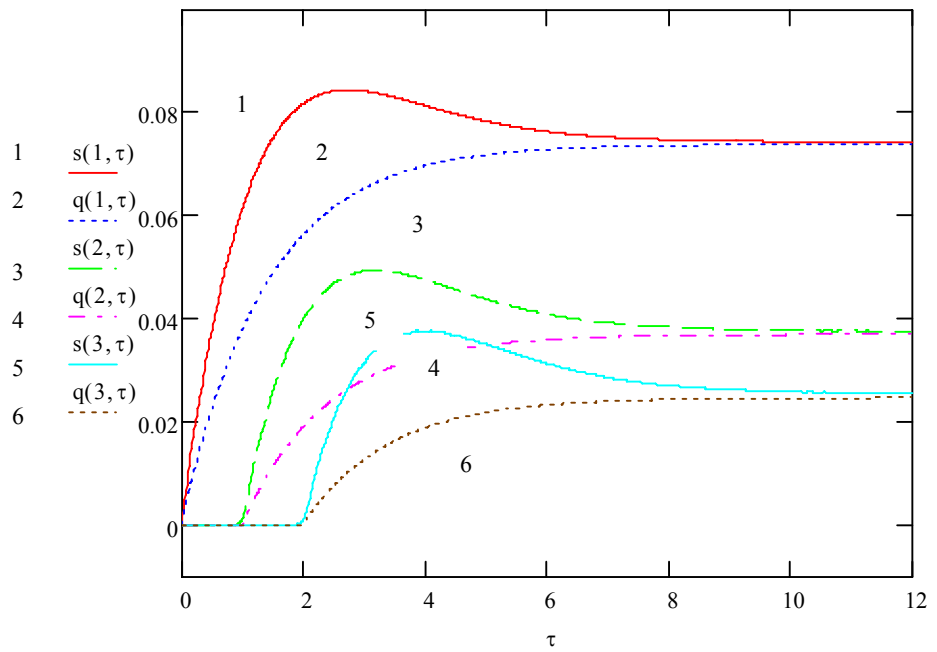
1 s(1,τ)
2 q(1,τ)
3 s(2,τ)
4 q(2,τ)
5 s(3,τ)
6 q(3,τ)
0.08
0.06
0.04
0.02
0
1
2
3
4
5
6
0 2 4 6 8 10 12
τ

Рис. 2

Акустическое приближение (2) является монотонно возрастающей функцией, совпадающей с точным численным решением в начале возмущения в заданной точке и вблизи состояния стабилизации. Поскольку при разрушении горных пород равновесные параметры зон разрушения определяются напряжениями, формируемыми вблизи статического состояния, то сравнение этих решений показывает их полную идентичность. Следовательно, приведенное акустическое приближение с достаточной точностью отражает развитие перемещений, деформаций и напряжений в среде во времени и может быть использовано для определения напряженно-деформированного состояния среды при взрыве удлиненного заряда.

При взрыве скважинного заряда большое значение имеет время достижения статического состояния в массиве (упругой среде), когда перемещения, деформации и напряжения не изменяются во времени. Формально эти изменения существуют при сколь угодно большом времени, однако значения их колебаний настолько малы при $\bar{t} > 8 \div 10$, что не оказывают заметного влияния на процесс разрушения породы. Проведенное сравнение аналитических соотношений (1) и (2) с результатами численных расчетов показывает, что указанное время с достаточным приближением может быть определено из этих соотношений. Таким образом, данные соотношения, в которых учтено расширение полости при камуфлетном взрыве сосредоточенного и удлиненного зарядов ВВ подтверждаются численными расчетами, проведенными непосредственно по волновым уравнениям и могут быть использованы при анализе динамики напряженно-деформиро-ванного состояния среды.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Sharp J.A.* The program of Elastic Waves by Explosive Pressure, Geophisics, 7 (1942), 144-154, 311-321.
2. *Selberg H.L.* Transient Compression Wave from Spherical and Cilindrical Cavities, Arkiv f. Fisik, 5, 7, (1952), 97-108.
3. *Сагомонян А.Я.* Волны напряжений в сплошных средах. – М.: Изд-во Моск. Ун-та, 1985. – 416 с.
4. *Lame G.* Lecons sur La Theorie … de l'Elasticite, Paris. 1852.
5. *Дугарцыренов А.В.* О равновесном состоянии упругой среды при камуфлетном взрыве в ней сосредоточенного и удлиненного зарядов. Обозрение прикладной и промышленной математики.-2005.-Т. 14, вып. 1.-с. 106-107.
6. *Дугарцыренов А.В.* Динамика напряженно-деформированного состояния горных пород при камуфлетном взрыве сосредоточенного заряда. Горный информационно-аналитический бюллетень, № 4, 2007, с. 166-179.
7. *Крюков Г.М., Дугарцыренов А.В.* Динамические поля напряжений и деформаций при камуфлетном взрыве сосредоточенного и удлиненного зарядов с учетом расширения взрывной полости. Горный информационно-аналитический бюллетень, № 9, 2007, с. 13-28.

ГИАБ

Коротко об авторах

Дугарцыренов А.В. – докторант кафедры «Физика горных пород и процессов», Московский государственный горный университет.

Статья представлена кафедрой «Физика горных пород и процессов» Московского государственного горного университета.

Рецензент д-р физ.-мат. наук, проф. *К.В. Халкечев*.