© Л.С. Ксендзенко, 2007

УДК 622

Л.С. Ксендзенко

ПРИЛОЖЕНИЕ МЕТОДОВ МЕХАНИКИ ДЕФЕКТНЫХ СРЕД К ЗАДАЧЕ ЗОНАЛЬНОГО РАЗРУШЕНИЯ МАССИВА

Семинар № 21

Массив горной породы рассматривается как невесомая плоскость, ослабленная отверстием, моделирующим круглую закреплен-ную выработку в условиях всестороннего сжатия [1]. Краевая задача о распределении поля напряжений вокруг выработки рассматривается как плоская и стационарная. В качестве упрощений принимаются условия несжимаемости и гидростатичности нагружения на бесконечности, что с достаточной точностью воспроизводит условия эксперимента. В силу полярной симметрии задачи уравнения равновесия имеют вид:

$$\frac{\partial \sigma_{rr}}{\partial r} + \frac{1}{r}\left(\sigma_{rr} - \sigma_{\varphi\varphi}\right) = 0, \quad \sigma_{r\varphi} = 0, \quad r_0 \le r < \infty \tag{1}$$

σ_{rr} — нормальное напряжение в радиальном направлении, $\sigma_{\varphi\varphi}$ — нормальное напряжение в тангенциальном направлении, $\sigma_{r\varphi}$ — касательное напряжение.

На контуре выработки $\left(r = r_0\right)$ и на бесконечности заданы внешние силы вида:

$$\sigma_{rr} = P \text{ при } r = r_0, \quad \sigma_{rr}, \sigma_{\varphi\varphi} \to \sigma_\infty \text{ при } r \to \infty, \tag{2}$$

где $\sigma_\infty = \gamma \cdot H$, γ — удельный вес пород, H — глубина заложения выработки.

Массив горных пород в условиях сильного сжатия моделируется средой, где в общем случае не выполняются условия совместности деформаций. Следуя [2], вводим параметр дефектности R:

$$R = \frac{\partial^2 \varepsilon_{11}}{\partial x_2^{\,2}} - 2\frac{\partial^2 \varepsilon_{12}}{\partial x_1 \partial x_2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{11}}{\partial x_1^{\,2}} \ne 0. \tag{3}$$

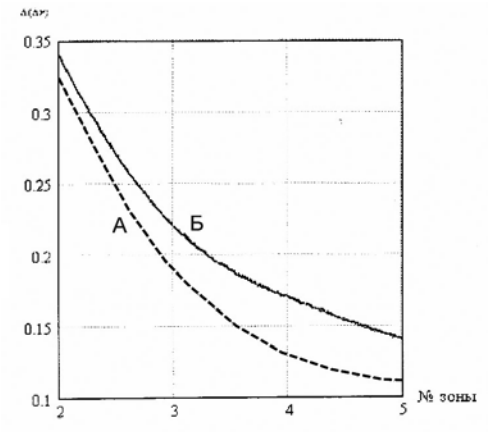
Параметр дефектности удовлетворяет уравнению:

$$\Delta^2 R - \lambda^2 = 0, \tag{4}$$

$\lambda^2 = E\big/\left[4q\{1 - v\}\right]$, где E — модуль Юнга, v — коэффициент Пуассона, q — подгоночный параметр модели, определяемый на основе экспериментальных данных. Так как задача плоская и осесимметричная, то в полярных координатах уравнение (4) примет вид:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\right)^2 R = \lambda^2 R \tag{5}$$

Из натурных и лабораторных экспериментов следует, что крепь на контуре выработки затормаживает процесс разрушения, поэтому, предполагая, что на контуре выработки источники пластических деформаций E_{rr}, $E_{r\varphi}$, $E_{\varphi\varphi}$ линейно независимы получаем, что $R\big|_{r=r_0} = 0$. Из натурных экспериментов и физики процессов разрушения следует, что все зоны разрушения равноправны и имеют одинаковое происхождение. Поэтому функция R достигает экстремума и в первой зоне разрушения и во



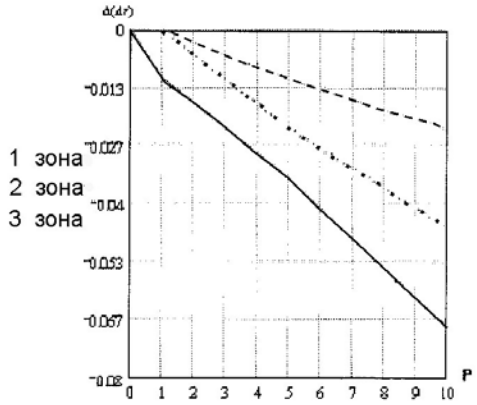


Рис. 1. Сравнение изменения радиальной протяженности первой зоны разрушения для случаев: незакрепленной выработки (А) и закрепленной выработки (Б)

Рис. 2. Зависимость приращения радиальной протяженности зон разрушения от нагрузки P на крепь

второй и в последующих зонах. Отсюда краевые условия для функции R берем в виде:

$$R(r)\Big|_{r=r_0} = 0, \qquad R'\Big|_{r=r^*} = 0, \tag{6}$$

где r_0 — радиус выработки, r^* — находим из эксперимента. Решение уравнения (5), убывающее на бесконечности имеет вид:

$$R(r) = aJ_0\left(\sqrt{\lambda}r\right) + bN_0\left(\sqrt{\lambda}r\right) + cK_0\left(\sqrt{\lambda}r\right), \tag{7}$$

где J_0, N_0, K_0 — функции Бесселя, Неймана и Макдональда нулевого порядка.

Применяя краевые условия (6), и, следуя работе [2], записываем выражения для компонент напряжения:

$$\begin{aligned}
\sigma_{rr} &= \sigma_\infty\left(1 - r_0^2/r^2\right) - E/2\lambda^{3/2}\left(1 - v^2\right)r \times \\
&\times\left[aJ_1\left(\sqrt{\lambda}r\right) + bN_1\left(\sqrt{\lambda}r\right) + cK_1\left(\sqrt{\lambda}r\right)\right] + \\
&+ r_0/r^2\, E/2\left(1 - v^2\right)\lambda^{3/2} \times \\
&\times\left[aJ_1\left(\sqrt{\lambda}r_0\right) + bN_1\left(\sqrt{\lambda}r_0\right) + cK_1\left(\sqrt{\lambda}r_0\right)\right] + \\
&+ Pr_0^2/r^2, \\
\sigma_{\varphi\varphi} &= \sigma_\infty\left(1 + r_0^2/r^2\right) + E/2\lambda^{3/2}\left(1 - v^2\right)r \times \\
&\times\left[aJ_1\left(\sqrt{\lambda}r\right) + bN_1\left(\sqrt{\lambda}r\right) + cK_1\left(\sqrt{\lambda}r\right)\right] - \\
&- r_0/r^2\, E/2\left(1 - v^2\right)^{3/2} \times \\
&\times\left[aJ_1\left(\sqrt{\lambda}r_0\right) + bN_1\left(\sqrt{\lambda}r_0\right) + cK_1\left(\sqrt{\lambda}r_0\right)\right] - \\
&- E/2\lambda\left(1 - v^2\right) \times \\
&\times\left[aJ_0\left(\sqrt{\lambda}r\right) + bN_0\left(\sqrt{\lambda}r\right) - cK_0\left(\sqrt{\lambda}r\right)\right] - \\
&- Pr_0^2/r^2.
\end{aligned} \tag{8}$$

Эксперименты показывают, что зоны дезинтеграции появляются тогда, когда напряжения в материале достигают не-

которого критического значения. С точки зрения физики процесса это означает, что надо использовать критерий прочности, выполнение которого в выделенной области показывает, что в этой области появилась зона. В качестве такого критерия будем использовать критерий отрывного разрушения при сжатии [5]:

$$K_1 = (\pi l)^{1/2} \left(\gamma_1 \sigma_1^0 - \gamma_3 \sigma_3^0\right), \qquad (9)$$

где l — минимальная полудлина неустойчивых макротрещин отрыва; $\sigma_1^0 = \sigma_{\varphi\varphi}$ — максимальное напряжение вокруг выработки, $\sigma_3^0 = \sigma_{rr}$ — минимальное напряжение вокруг выработки; $\gamma_1 \gamma_3$ — эмпирические коэффициенты.

Условия разрушения записывают в виде:

$$K_1 \geq K_{1c} \qquad (10)$$

где K_{1c} — трещиностойкость горных пород [4], в противном случае разрушения нет.

Произведено сравнение изменения радиальной протяженности первой зоны разрушения при граничных условиях (А):

$$R'\big|_{r=r_0} = 0, \qquad R'\big|_{r=r^*} = 0,$$

случай $P=0$ (незакрепленная выработка) и при наличии крепи с граничными условиями (Б):

$$R(r)\big|_{r=r_0} = 0, \qquad \frac{\partial R}{\partial r}\bigg|_{r=r^*} = 0,$$

случай $P = 0{,}1$. Здесь P — отпор крепи (см. рис. 1).

Установлена зависимость приращения радиальной протяженности зон разрушения от нагрузки P на крепь (рис. 2). ГИАБ

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Булычев Н.С.* Механика подземных сооружений. — М: Недра, 1994.
2. *Гузев М.А., Парошин А.А.* Неевклидова модель зональной дезинтеграции горных пород вокруг подземной выработки // Прикладная механика и техническая физика. — 2001, Т.42, № 1.
3. *Макаров В.В., Ксендзенко Л.С., Сапелкина В.М.* Осцилляционный характер напряжений вокруг пройденных в сильно сжатых породах выработок и зональное разрушение массива // Материалы конфер. «Геодинамика и напряженное состояние недр Земли». Новосибирск. 10 — 10.10.2003.
4. *Макаров В.В., Николайчук Н.А., Воронцова Н.А.* Деформирование и разрушение горных пород в предельном и запредельном состояниях. Владивосток 2003.
5. *Одинцев В.Н.* Отрывное разрушение массива скальных горных пород. — М.: ИПКОН РАН, 1996.— 166 с.

Коротко об авторах

Ксендзенко Людмила Степановна