© Н.Г. Малич, В.С. Блохин, 2008

УДК 622.23.05

Н.Г. Малич, В.С. Блохин

ОСОБЕННОСТИ УПЛОТНЕНИЯ СРЕДЫ ВАЛЬЦАМИ КАТКОВ

Семинар № 21

Уплотнение грунтов в земляных сооружениях и дорожно-строительных материалов, уложенных в основание дорог и покрытий, является важнейшей операцией дорожного строительства. Сущность процесса уплотнения состоит в том, что под воздействием механической нагрузки частицы уплотняемого материала сближаются в результате уменьшения пористости и удаления содержащегося в порах защемленного воздуха и вытеснения избытка влаги. При сближении частиц материала повышается его плотность и несущая способность. Эффект уплотнения грунтов и дорожно-строительных материалов зависит от их физико-механических свойств, от механической нагрузки, ее длительности и периодичности, а также от способа ее приложения (постепенная статическая нагрузка, вибрация или удар).

Уплотнение грунтов, дорожных оснований и покрытий осуществляется дорожно-строительными машинами, действие которых основано на следующих принципах: использование статического давления от массы перекатывающихся вальцов катка, имеющих различную форму рабочей поверхности (гладкие, кулачковые, решетчатые и пневмоколесные); сообщение уплотняющему материалу колебаний близких к собственной частоте колебаний машины: вибрационных катков, виброплит и вибробрусов; уплотнение материала динамическими ударами навесных плит трамбовочных машин.

Самоходные катки с гладкими вальцами изготавливают и применяют статического и динамического (вибрационного) действия. Общим для статических и вибрационных самоходных катков с гладкими вальцами являются их многократные проходы по одному следу для достижения требуемого результата уплотнения, но различаются они в основном рабочей частью.

Уплотняющее действие катков зависит от максимальных контактных давлений, распределения давлений по площади контакта, размеров поверхности контакта, скорости укатки и числа проходов. Максимальные контактные давления оказывают основное влияние на прочность материала основания. Размер и форма катка (площади контакта), определяющие толщину уплотняющего слоя материала, в поперечном сечении могут быть в виде овала, эллипса или прямоугольника. Нагрузка в процессе работы катка направлено по прямой, нормальной к зоне контакта (гладкие вальцы статического и динамического действия), или нормально и тангенциально (осцилляторы) [2].

Для анализа напряженного состояния зоны контакта вальца с уплотняемой средой рассмотрено соприкосновение двух тел из однородных и изотропных материалов, ограниченных некоторыми криволинейными поверхностями. Оба тела воспринимают нагрузку, направленную

по прямой, нормальной к зоне контакта. При этом валец и среда деформируются, и в этом месте первоначальный контакт переходит в соприкосновение по некоторой поверхности. Действующие нагрузки предполагаются такими, что в зоне контакта имеют место только упругие деформации. Во всех случаях принималось, что поверхность контакта мала по сравнению с общей поверхностью каждого из соприкасающихся тел. Тогда в общем случае зона контакта представляет собой эллипс или полоску при соприкосновении вальца с уплотняемой средой.

Излагаемый метод расчета напряженного состояния уплотняемой среды при действии контактных нагрузок основывается на общих решениях контактной задачи. В рассматриваемом случае (сжатие упругих тел, ограни-ченных плавно очерченными поверх-ностями) определяются: перемещения в вальцах вблизи зоны соприкосновения, в том числе и сближение участков ее, далеко отстоящих от места касания со средой, вдоль направления действия сил; форма и размеры контактной площадки, возникающей при упругом сжатии поверхностей; напряжения в любом сечении вальцов и уплотняемой среды в зоне контакта, подверженном действию контактной деформации [1].

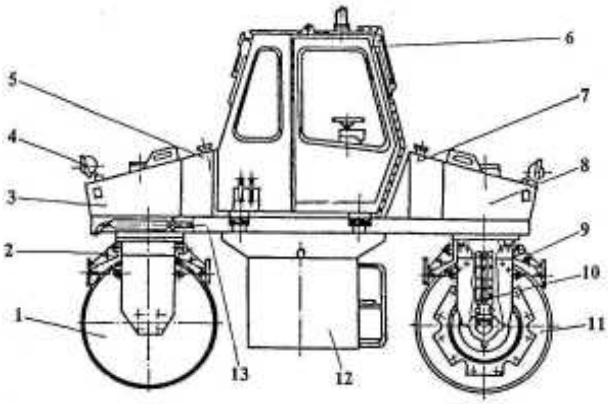
При нормальном нагружении вальца возможен учет одновременного действия тангенциальных усилий и трения на контакте. В этом случае также могут быть определены напряжения и дефор-мации на поверхности и вблизи кон-такта при плоском напряженном со-стоянии.

При составлении данных исследований и результатов исследований, полученных экспериментальным и аналитическим методами других авторов, отмечено соответствие результатов в том и другом случаях. Однако учитывая существующие трудности, связанные с техникой эксперимента и необходимостью моделирования соприкасающихся поверхностей при экспериментальных исследованиях напряженного состояния контактных зон, предпочтительнее использование аналитического метода. В некоторых задачах последний позволяет выявить закономерности, трудно уловимые экспериментально, так как материал в зоне контакта в связи с большими значениями $\sigma_к$ ведет себя как упруго-пластичный. Предлагаемый метод расчета $p = f(x)$ практически позволяет исследовать форму вальцов произвольной конфигурации и при любой схеме приложения внешних сил.

Рассмотрим один из общих случаев, когда соприкасающиеся тела очерчены криволинейными поверхностями и до приложения нагрузки имеют общий контакт в точке (линии).

Принимаем начальную точку касания поверхностей $z_1 = f_1(x)$ и $z_2 = -f_2(x)$ произвольной кривизны в зоне касания за начало координат. В точке контакта имеется общая нормаль и общая касательная к плоскости ХОУ. Все обозначения, относящиеся к вальцам, будем снабжать индексом I, а величины, относящиеся к среде – индексом 2 (рис. 1).

При нагружении уплотняемой сре-ды силами, направленными по нормали вдоль оси z, первоначальное точечное касание за счет деформации вальцов и среды переходит в соприкосновение по некоторой площадке (поверхности давления или контакта). Деформирование поверхностей может быть достаточно точно описано, если известны закон распределения нагрузки на поверхности контакта, форма и площадь поверхности соприкосновения, а также сближение тел (сближение точек, достаточно удаленных в направлении оси z от поверхности соприкосновения).



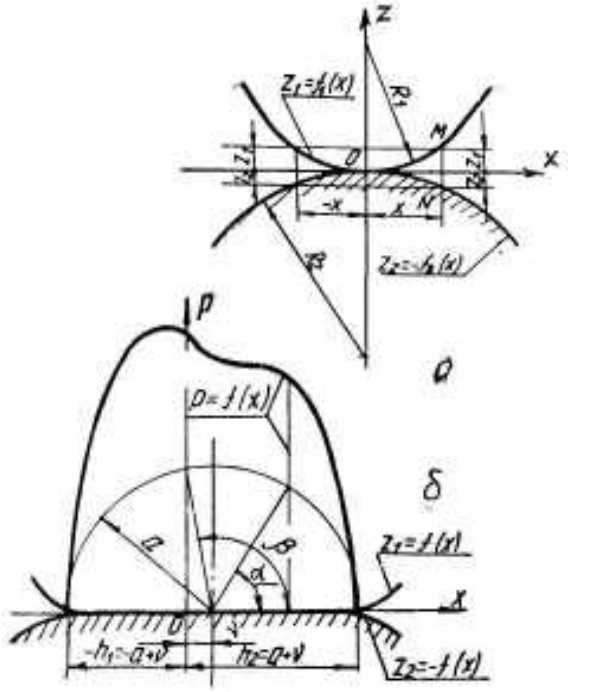


Рис. 1. Самоходный каток статического действия: *1, 11* – вальцы; *2, 9* – скребки; *3, 8* – баки для воды; *4* – фара; *5* – топливный бак; *6* - кабина; *7* – гидробак; *10* – гиброборудование; *12* – силовая установка; *13* – рама; а и б – схемы контактирования вальца со средой (симметричная и несимметричная соответственно)

До приложения нагрузки между вальцом и средой (исключая точку касания) имеет место зазор $z_1 + z_2 = f_1(x) + f_2(x)$, а в точке касания $f_1(x)+f_2(x)= 0$. При нагружении вальца он приобретает поступательное перемещение в направлении оси z. Для некоторой точки M в общем случае появятся следующие перемещения: δ_1 – сближение (перемещение недеформированной части вальца за счет деформации зоны контакта), W_1 и U_1 – упругие перемещения в направлении осей x и z. Аналогично для точки N : δ_2, W_2 и U_2. Если точки M и N после деформации вальца и поверхности среды совпадут в точке M_1 с абсциссой x, то для ординаты этой точки можно записать, с одной стороны, $f_1(x - U_1) + W_1 - \delta_1$ и, с другой (со стороны среды) – $f_2(x + U_2) - W_2 + \delta_2$, т.е. должно быть равенство $f_1(x - U_1) + +W_1 - \delta_1 = - f_2(x + U_2) - W_2 + \delta_2$.

Так как рассматриваются очень малые упругие перемещения, в равенстве можно заменить $f_1(x - U_1)$ и $f_2(x + U_2)$ на $f_1(x)$ и $f_2(x)$. Для точек, которые при нагружении приходят в соприкосновение вальца с поверхностью среды, получим уравнение:

$$W_1 + W_2 = =\delta - f_1(x) - f_2(x),$$

где δ - сумма перемещений точек, лежащих вблизи первоначального касания поверхностей (сближения тел).

Полученное уравнение является уравнением перемещений рассматриваемой контактной задачи. Если текущие точки M и N совпадают с точками

первоначального касания тел (начало координат), то обе части уравнения обращаются в нуль. С увеличением расстояния от M и N до оси z левая часть выражения уменьшается и соответственно возрастает сумма $z_1 + z_2 = f_1(x) + f_2(x)$.

При расчете напряженного состояния вальца и упрочняемой среды в зоне контакта могут быть учтены различные случаи первоначального их соприкосновения. Учет производится с помощью функций $f_1(x)$ и $f_2(x)$, определяющих конфигурацию поверхностей в зоне контакта.

Для рассматриваемой задачи (см. рис. 1, *а*) решение для определения контактного давления p(x) по зоне симметричного контакта получено в следующем виде:

$$p(x) = (Q + Aa^2 - 2Ax^2)(\pi\sqrt{a^2 - x^2})^{-1}$$

или $p(x) = [2Q/(\pi a^2)]\sqrt{a^2 - x^2})$;

$$a = \sqrt{2Q\eta\bar{R}^{-1}}; \quad A = \bar{R}(2\eta)^{-1},$$

где Q – действующая нагрузка; a – полушарие площадки контакта; $\bar{R}$ - приведенный радиус контактирующих поверхностей

$$\bar{R} = f_1''(0) + f_2''(0) = R_1^{-1} + R_2^{-1};$$

η - приведенная упругая постоянная соприкасающихся поверхностей

$$\eta = (1 - \mu_1^2)E_1^{-1} + (1 - \mu_2^2)E_2^{-1};$$

μ_1, μ_2, E_1 и E_2 - упругие постоянные вальца и среды.

Для пространственной контактной задачи расчетные формулы по определению давления p (x, y) в любой точке зоны контакта будут иметь следующий вид: площадь контакта – эллипс с полуосями a и в –

$$p(x,y) = 3Q(2\pi ав)^{-1}\sqrt{1 - x^2/a^2 - y^2/в^2},$$

где x и y – текущие координаты точки внутри зоны контакта.

Область контакта – круг с a = в - $p(x,y) = [3Q/(2\pi a^2)]\sqrt{1 - r^2/a^2} = (p_o/a)\times$ $\times(a^2 - x^2 - y^2)^{1/2}$, где p_o - максимальное давление, $p_o = 3Q/(2\pi a^2)$; $r = \sqrt{x^2 + y^2}$.

Зона контакта – площадка с поперечным размером вдоль оси y равным 2в (начальный контакт по линии – соприкосновение поверхностей, образованных параллельными цилиндрами или цилиндром и плоскостью)

$$p(x,y) = [2q/(\pi в)]\sqrt{1 - y^2/в^2},$$

где q - нагрузка, приходящаяся на единицу длины поверхности контакта, $q = Q/\ell$.

Зная закон распределения давления по поверхности контактной площадки и используя известные положения, для компонентов напряжений в центре площадки (направляя ось x вдоль большой полуоси эллипса, а ось y – вдоль малой полуоси) можно записать

$$\sigma_x = p_o[-2\mu - (1 - 2\mu)в(a + в)^{-1}],$$

$$\sigma_y = p_o[-2\mu - (1 - 2\mu)a(a + в)^{-1}],$$

$$\sigma_z = -p_o = -1{,}5Q(авп)^{-1}.$$

В случае круговой площадки контакта $p_o = \sigma_{zmax} = 3Q/(2\pi a^2)$, для плоскости $p_o = 2q/(\pi в)$. Среднее значение p(x,y) находится с учетом $p_{cp} = (\pi ав)^{-1}Q$, $p_{cp} = Q/(\pi a^2)$ и $p_{cp} = Q/(2в\ell)$ соответственно для эллиптической, круговой и линейной площадок контакта.

Касательные напряжения при x = a, в/a = к и y = 0 (конец большой полуоси)

$\tau_{xy} = (1 - 2\mu)p_oKe^{-2}(e^{-1}\mathrm{arctg}\, e - 1)$, при x = 0, y = в (конец малой полуоси)

$\tau_{xy} = (1 - 2\mu)p_oKe^{-2}(1 - Ke^{-1}\,\mathrm{arctg}\,\ell/K)$, $e = a^{-1}\sqrt{a^2 - в^2}$.

Максимальные значения главных напряжений на поверхности вальца в цен-

Рис. 2. Распределение напряжений в зоне контакта вальца со средой

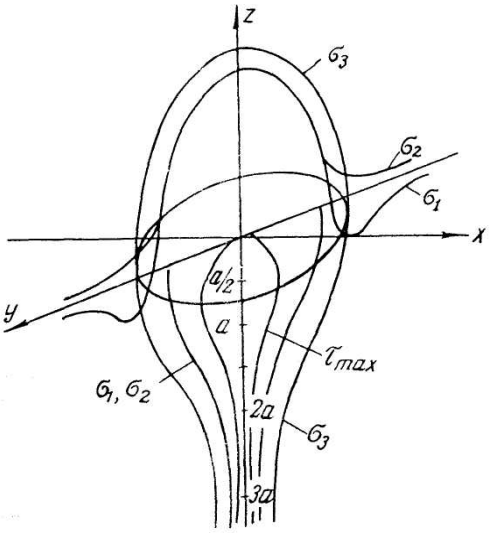
тральной части зоны плоского контакта ($z = 0$ и $y = 0$)

$\sigma_1 = \sigma_2 = [2q/(\pi в)]2\mu$, $\sigma_{max} = 2q/(\pi в)$, $\tau_{max} = 0{,}5(\sigma_{max} - \sigma) = [q/(\pi в)](1 - 2\mu)$.

Распределение напряжений вдоль горизонтальной оси. Сжимающие главные напряжения σ_1, σ_2 и σ_3 имеют максимальные значения в центре зоны контакта ($\sigma_1 = \sigma_2 = 0{,}8p_o$, $\sigma_3 = p_o$) и непрерывно убывают при подходе к границе площадки (рис. 2), причем σ_3 на границе зоны контакта уменьшается до нуля. Напряжение σ_1 (оно направлено вдоль радиуса) на участке $x \approx 0{,}95a$ меняет знак на противоположный, достигая на границе площадки значения $\sigma_1 = (0{,}13 \div 0{,}14)\ p_o$. За пределами площадки это напряжение сохраняет положительный знак и по мере удаления от границы площадки постепенно уменьшается до нуля. Напряжение σ_2 (характеризует напряжение по главной площадке к радиусу, проведенному из центра зоны контакта) подобно σ_1 уменьшается к границе площадки, где $\sigma_2 = 0{,}13\ p_o$. В отличии то σ_1 σ_2 не меняет знака и остается все время отрицательным. Это напряжение распространяется и за пределы площадки, асимптотически приближаясь к нулю.

Таким образом, на границе площадки и за ее пределами ($\sigma_1 = - \sigma_2$ при $\sigma_3 = 0$) имеет место двухосное напряженное состояние (чистый сдвиг). Наиболее напряженным является участок контактирующей поверхности, расположенной в центре зоны контакта, где (при $\mu = 0{,}3$) $\sigma_1 = \sigma_2 = -0{,}8\ p_o$ и $\sigma_3 = -p_o$.

Сечение вдоль вертикальной среды. По сечению оси z напряжения (σ_1 и σ_2 имеют максимальные и равные значения на поверхности контакта $\sigma_1 = = \sigma_2 = 0{,}8\ p_o$. При проходе вдоль сечения эти напряжения довольно интенсивно убывают и на расстоянии равном $z > 2a$ приближаются к нулю (σ_1 и $\sigma_2 \to 0$). Напряжение σ_3 имеет максимум на поверхности контакта $\sigma_3 = \sigma_{max} = - p_o$. Закон изменения значений σ_3 вглубь соприкасающихся поверхностей отличается от закона изменения значений остальных главных напряжений. Вначале σ_3 уменьшается медленно, затем, начиная примерно с $z = 0{,}5a$, величина σ_3 резко падает и на глубине $z = 3a$ приближается к нулю.



Максимальные касательные напряжения $\tau_{max} = 0{,}5(\sigma_3 - \sigma_1)$ по сечению вдоль оси z изменяются от $\tau = =(0{,}1 \div 0{,}2)\ p_o$ на поверхности контакта и достигают максимального значения на глубине $z = 0{,}5a$ $\tau_{max} = =(0{,}31 \div 0{,}33)p_o$. При дальнейшем увеличении расстояния от поверхности τ резко снижается и, начиная с $z > 2a$, стремится к нулю.

В случае контакта в виде полосы $\tau_{max} = 0{,}3\ p_o$ на глубине $z = 0{,}9$ в.

Таким образом, напряженное состояние среды и вальца при контактных нагрузках характеризуется большим градиентом напряжений и концентрацией их в небольших объемах вблизи поверхности.

При этом характерно наличие двух более напряженных зон: поверхностного слоя, где действует максимальные главные напряжения, и зоны максимальных касательных напряжений на глубине меньшей, чем размеры контактной площадки, здесь материал в зоне контакта находится в состоянии всестороннего сжатия.

На границе зоны контакта, где действуют наибольшие касательные напряжения и радиальные растягивающие напряжения, постепенно накапливаются сдвиговые нежелательные деформации в уплотняемой среде, росту которых способствует и трение контактирующих поверхностей. Трение достигает максимального значения на периферии зоны контакта. Наиболее нагруженным участком уплотняемой среды является «сфера» вблизи зоны контакта, где после каждого прохода катка накапливаются пластически-сдвиго-вые деформации, приводящие к появлению области всестороннего сжатия материала, определяющей глубину его уплотнения. Этот участок для каждого катка и уплотняемой среды расположен на вполне определенной глубине вдоль нормальной оси с максимальными касательными напряжениями.

В тех случаях, когда нагрузка, прикладываемая к вальцам, передается среде не нормально к плоскости зоны контакта, т.е. помимо нормального давления действует и тангенциальная составляющая, распределение напряжений на поверхности вальцев становится несимметричным. Появляются дополнительные растягивающие напряжения с противоположной стороны относительно направления действия тангенциальной силы и сжимающие напряжения на обратной поверхности вальца. На поверхности среды действуют те же напряжения, но в обратном направлении.

В случае несимметричного контактирования вальцов катка с уплотняемой средой (рис. 1, *б*) расчет контактного давления p(x) осуществляется с использованием зависимости $p(x) = 2a(\pi^2\eta)^{-1}\{\mathrm{Sin}\alpha[S_n\beta + S_\wedge(\pi-\beta)] + (\mathrm{Cos}\alpha - \mathrm{Cos}\beta)\times(S_n - S_\wedge)\ln \mathrm{Sin}0{,}5(\alpha+\beta)\mathrm{Sin}^{-1}0{,}5\times(\alpha-\beta)]\}$ при выполнении условий:

$\nu = -a\,\mathrm{Cos}\beta,\ 0 < \alpha < \pi,$

$x = a(\mathrm{Cos}\alpha - \mathrm{Cos}\beta),$

$S_n = 0{,}5[f''_1(0) + f''_2(0)]$ при $x = +0$ и при $x = -0$ $S_\wedge = 0{,}5[f''_1(0) + f''_2(0)]$, тогда $f_1(x) + f_2(x) = S_n x^2$, $f_1(x) + f_2(x) = S_\wedge x^2$, и $f'(x) = -2 S_n\eta^{-1}x$, $f'(x) = -2 S_\wedge x\eta^{-1}$ при $x > 0$ и при $x < 0$ соответственно.

Смещение середины полоски контакта ν относительно линии действия нагрузки представлено здесь в зависимости от ширины этой полоски 2a и угла β. Решение может быть использовано для расчетов в тех случаях, когда вальцы совершают только поступательное перемещение вдоль оси z и, помимо поступательного перемещения, возможен также относительный поворот вокруг начала координат.

Для определения полуширины плоскости контакта получена следующая зависимость

$$a = (\mathrm{Sin}\beta)^{-1}\sqrt{\pi Q\eta\left[(S_n - S_\wedge)\mathrm{tq}\beta\right]}^{-1},$$

$$\mathrm{tq}\beta - \beta = S_\wedge\pi(S_n - S_\wedge)^{-1}$$

Определенный интерес представляет рассмотрение случая несимметричного распределения давления по зоне контакта, в котором местом начального соприкосновения двух поверхностей (вальца и уплотняемой среды) является полоса (рис. 3, где $-a - d \le x \le a + d$).

Для этих условий получены формулы, позволяющие установить значения контактного давления в зоне взаимодействия вальца с уплотняемой средой (при

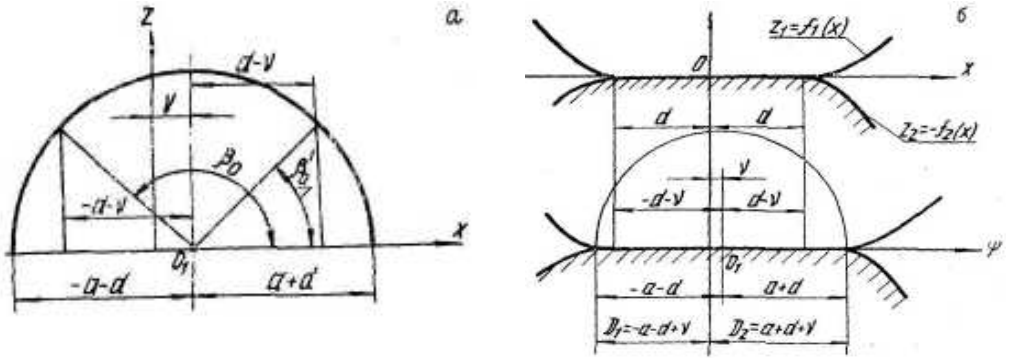


Рис. 3. Схема контактирования вальца со средой плоским сегментом: а – связь эксцентриситета ν с размерами площадки контакта; б – расчетная схема при несимметричном контакте

x = a + d + ν = ψ + ν) и размеров этой зоны

$$p(\psi) = \frac{2S_\wedge\sqrt{(a+d)^2-\psi^2}}{\pi^2\eta}\Big[(\psi+\nu+$$

$$+d)\frac{1+V^2}{(a+d)(1-V^2)}\ \ln\Big|\frac{V-q_1}{1-Vq_1}\Big| + \pi - \beta_o +$$

$$+\frac{S_n}{S_\wedge}(\psi+\nu-d)\frac{1+V^2}{(a+d)(1-V^2)}\times$$

$$\times\ln\Big|\frac{1-Vq_2}{V-q_2}\Big| + \frac{S_n}{S_\wedge}\beta'_0\Big],$$

где $V = (a + d)/\psi \pm \sqrt{[(a+d)/\psi]^2-1}$,

$q_1 = -(a + d)/(d + \nu) \pm$

$\pm\sqrt{[(a+d)/(d+\nu)]^2-1}$,

$q_2 = (a + d)/(d - \nu) \pm$

$\pm\sqrt{[(a+d)/(d-\nu)]^2-1}$,

$\beta_0 = \arccos[-(d + \nu)/(a + d)]$,

$\beta^1_0 = \arccos(d - \nu)/(a + d)$,

$|V| < 1$, $|q_1| < 1$, $|q_2| < 1$, $0<\beta_0 <\pi$,

$0 <\beta^1_0< \pi/2$.

Значения a и ν находятся из следующих соотношений:

$$\mathrm{Sin}\beta_o + \frac{\nu+d}{a+d}(\beta_0 - \pi) - \frac{S_n}{S_\wedge}\mathrm{Sin}\,\beta^1_0 -$$

$$-\frac{S_n}{S_\wedge}\frac{\nu-d}{a+d}\beta^1_0 = 0,$$

$$\frac{1}{2}(\beta_0 - \pi) + \frac{1}{4}\mathrm{Sin}2\beta_0 + \frac{\nu+d}{a+d}\mathrm{Sin}\beta_0 -$$

$$-\frac{1}{2}\frac{S_n}{S_\wedge}\beta^1_0 - \frac{1}{4}\frac{S_n}{S_\wedge}\mathrm{Sin}2\beta^1_0 - \frac{S_n}{S_\wedge}\frac{\nu-d}{a+d}\times$$

$$\times\sin\beta^1_0 = -\frac{\pi Q\eta}{2S_\wedge(a+d)^2}.$$

Распределение контактного давления p(ψ) для рассматриваемого случая (начальное соприкосновение вальца со средой – полоса) – несимметричное распределение давление по зоне контакта, показано на рис. 4. Значение p(ψ) по сечению площадки контакта характеризуется большей неравномерностью. В средней части сечения (полоски контактирующих поверхностей) p имеет минимальное значение и сравнительно равномерное распределение. Однако, начиная уже с участка ψ = ± 0,5d, расположенного по обе стороны от оси z, происходит постепенный рост значений контактного давления. Такой характер изменения p = f(±ψ) продолжается примерно до точки с абсциссой ψ = ±0,8 d, после чего наблюдается резкое увеличение значений контактного давления при подходе к границе зоны контакта. Несмотря на ярко выраженную тенденцию увеличения контактного напряжения с большим градиентом вблизи границы

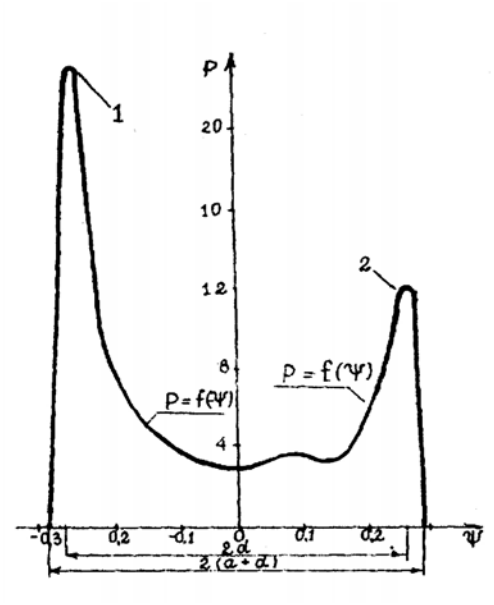


Рис. 4. Эпюра распределения контактного давления p(ψ), 1 и 2 – $p_{max}(-\psi)$ и $p_{max}(\psi)$ соответственно

площадки контакта, максимального значения p достигает, не доходя до нее.

После достижения максимума p, опять с большим градиентом, снижается и на границе зоны контакта $\psi = \pm (a + d)$ принимает нулевое значение. Полученное распределение контактного давления по сечению является довольно типичным для рассматриваемой схемы нагружения и подтверждает ранее высказанное предположение о довольно сложном характере напряженного состояния уплотняемого материала в зоне контакта. При этом необходимо иметь в виду, что схемы нагружения (приложения внешних сил), приведенные на рис. 1 и 3, вызывают возникновение в уплотняемом материале различных напряженных состояний со своими плюсами и минусами (см. рис. 2 и 4), применительно к процессу уплотнения материала, но, что очень важно, их совместное действие обеспечивает существенное повышение эффективности уплотнения материала за счет взаимного снижения (устранения) влияния минусов обеих схем нагружения.

Поэтому, на вальцах желательно чередовать круглые и плоские сегменты.

Если $d \neq 0$, $S_n = S_\wedge$, имеем случай соприкосновения вальца со средой при $S(x) = S(-x)$ и $\nu = 0$. Иными словами, случай симметричного распределения давлений в зоне контакта, в котором местом начального соприкосновения двух поверхностей является полоса. Для рассматриваемой контактной задачи в качестве интеграль-ного уравнения можно записать при –

$a-d \leq x \leq a+d$

$$\int_{-a-d}^{a+d} p(K) \ln |K - x|^{-1} \, dK = f(x)$$

Решение этого уравнения подобно решению уравнения для штампа с закругленными краями, вдавливаемого в упругую плоскость

$p(x) = S(a+d)(\pi^2\eta)^{-1}[(\pi - 2\tau)\mathrm{Cos}\alpha +$
$+ \mathrm{Sin}\alpha \ln|[\mathrm{Sin}(\alpha - -\tau)]^{-1}\mathrm{Sin}(\alpha+\tau)| +$
$+\mathrm{Sin}\tau \ln|\mathrm{tg}0{,}5(\alpha+\tau)\mathrm{tg}0{,}5(\alpha-\tau)|]$,

где $x = (a+d)\,\mathrm{Sin}\alpha$, $S = [f_1''(d) + f_2''(d)] =$
$= [f_1''(-d) + \ + f_2''(-d)]$, $-0{,}5\pi \leq \alpha \leq 0{,}5\pi$,

$\mathrm{Sin}\tau = d/(a+d)$ или

$a = d\,(\mathrm{Sin}^{-1}\tau - 1)$, $\pi Q\eta(Sd^2)^{-1} =$
$=(\pi - 2\tau)(2\,\mathrm{Sin}^2\tau)^{-1} - \mathrm{ctq}\tau$.

Результаты расчета для последнего случая показаны на рис. 5. Эпюра описывает закон изменения контактного давления по сечению в зоне симметричного контакта вальца со средой. Общий характер изменение p подобен диаграмме, приведенной на рис. 4, однако в рассматриваемом случае эпюра симметрична относительно центра координат и σ имеет меньшую неравномерность при распределении по сечению. Контактное давление небольшой величины сравнительно равномерно распределено по большей части

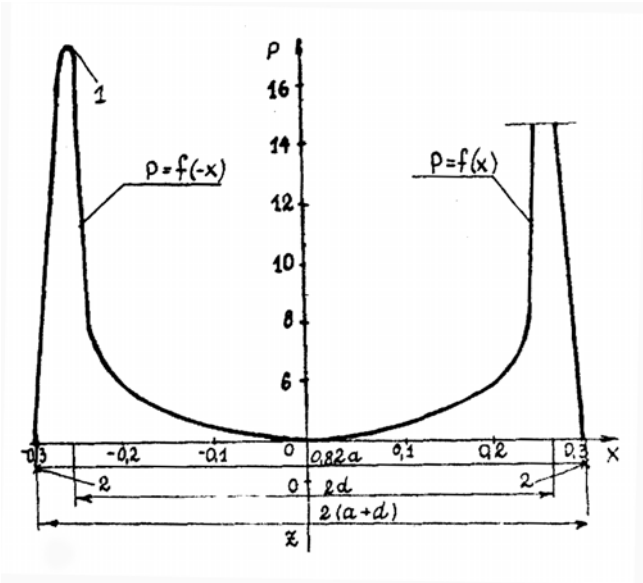


Рис. 5. Распределение напряжений при симметричном контакте в виде полосы, 1 и 2 – p_{max} = f(-x,x) и $\sigma_{экв.max}$ соответственно

сечения. Эта часть сечения распространяется примерно до участков с координатами x = ± 0,8d. Начиная с границы участков x= ± 0,8d, напряжения интенсивно возрастают и достигают максимальных значений в точках с x = ±d. После достижения предельных значений контактные давления с большим градиентом снижаются и

принимают нулевое значение на границе контакта x = ± (a+d).

Представленные на рис. 1, *б*; 2; 4 и 5 эпюры распределения контактного давления по сечению зоны контакта вальца и уплотняемой среды свидетельствуют о зависимости p(x) в первую очередь от: нагрузки (Q), площадки начального контакта (d), полуширины площадки упругого деформирования (a) соприкасающихся поверхностей и кривой расстояния между сжимаемыми поверхностями.

На катках, вальцы которых совершают крутильные колебания вокруг собственной оси, т.е. совершают небольшие реверсивные осцилляции (угловые отклонения), получили название «осцилляторных». Осцилляторное уплотнение материалов осуществляется по силовому принципу раздельного или совместного действия

сжатия (Q) и реверсного сдвига (Q_1). Силы Q_1 направлены перпендикулярно начальному контакту. Решение такой задачи связано с существенными математическими трудностями. Поэтому воспользуемся приближенным решением [3, 4] с учетом следующих допущений: контактное давление распределяется по эллиптической площадке в зоне соприкосновения поверхностей; касательные нагрузки пропорциональны нормальным $Q_1Q^{-1} = q_{max}p^{-1}_{max} = \varphi =$ const. В этом случае напряженное состояние зоны контакта вальца и уплотняемой среды определяется компонентами напряжений:

$$\sigma_x = q_{max}[2\, e^{-\alpha}\mathrm{Cos}\beta_0 - \mathrm{Sh}\alpha\, \mathrm{Sin}\beta_0 \times \frac{\mathrm{Sin}2\beta_0}{\mathrm{Ch}2\alpha - \mathrm{Cos}2\beta_0},\ \sigma_y = 2\mu q_{max} e^{-\alpha}\mathrm{Cos}\beta_0,\ \sigma_z = q_{max} \times \times \mathrm{Sh}\alpha\, \mathrm{Sin}\beta_0 \frac{\mathrm{Sin}2\beta_0}{\mathrm{Ch}2\alpha - \mathrm{Cos}2\beta_0}],\ \tau_{zx} = q_{max}[e^{-\alpha}\, \mathrm{Sin}\beta_0 - \mathrm{Sh}\alpha\, \mathrm{Sin}\beta_0 \times (1 - \frac{\mathrm{Sh}2\alpha}{\mathrm{Ch}2\alpha - \mathrm{Cos}2\beta_0})],$$

где α и β_0 – эллиптические координаты, связь которых с прямоугольными координатами x и z посредством гиперболических и круговых функций осуществляется следующим образом: $x = d\, \mathrm{Ch}\alpha \mathrm{Cos}\beta_0$, $z = d\, \mathrm{Sh}\alpha \mathrm{Sin}\beta_0$;

μ - коэффициент Пуассона.

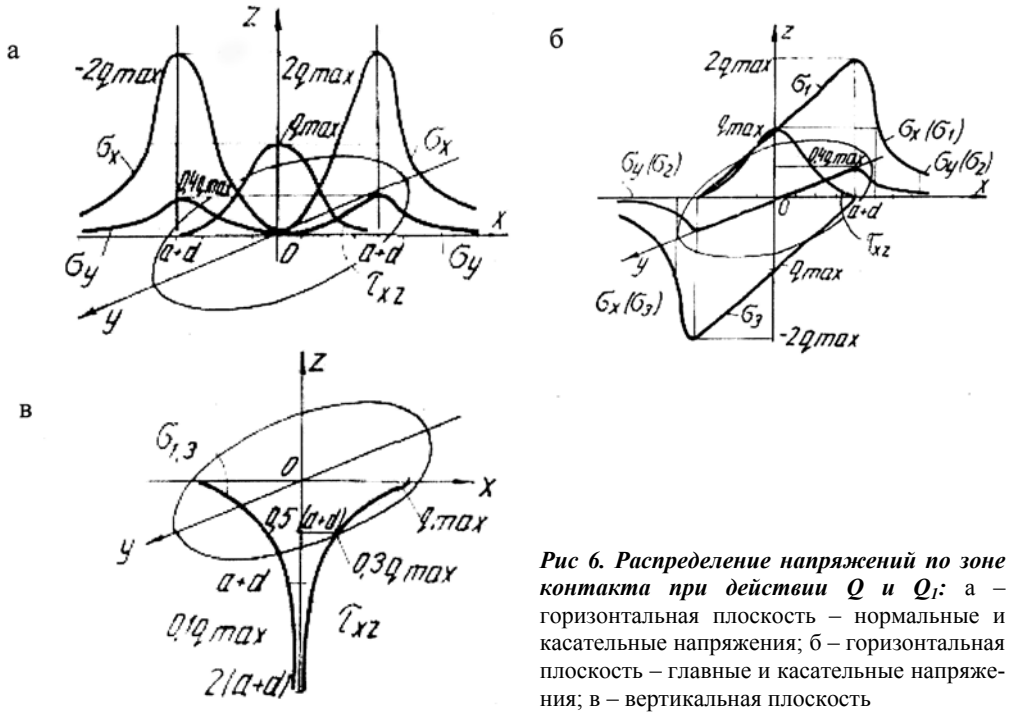


Рис 6. Распределение напряжений по зоне контакта при действии Q и Q_1: а – горизонтальная плоскость – нормальные и касательные напряжения; б – горизонтальная плоскость – главные и касательные напряжения; в – вертикальная плоскость

Зная напряженное состояние материала в зоне контакта при действии нормальной нагрузки Q и касательных сил Q_1 нетрудно получить общее напряженное состояние методом суперпозиции. Наличие дополнительных Q_1 внешних сил в зоне контакта сказывается на размерах зоны контакта, расстоянии участка всестороннего сжатия от поверхности контакта и на растягивающих и касательных напряжениях по зоне контакта (рис. 6).

Анализируя общее напряженное состояние поверхностей в зоне их контакта со средой, можно сделать вывод - максимальные контактные на-пряжения по абсолютному значению увеличиваются с ростом как нормальных, так и касательных нагрузок. При наличии Q_1зарождается зона растяжения, размеры которой и напряжения резко возрастают с увеличением касательной нагрузки. Вероятно, в некоторых случаях именно эти напряжения определяют прочность и характер уплотнения материалов в приконтактной зоне.

С увеличением касательной нагрузки уменьшается зона всестороннего сжатия материала в зоне контакта. Глубина расположения наиболее напряженной точки (τ_{max}) уменьшается и с увеличением Q_1приближается к поверхности контакта. При эксплуатации осцилляторов это положение необходимо иметь в виду. Их, вероятно, более рационально использовать на предварительных стадиях уплотнения материалов с последующим уплотнением тяжелыми статическими катками с соответствующим контактным давлением вальца или после мощных вибрационных вальцов, эффективно уплотняющих нижнюю часть укатываемого слоя с некоторым разупрочнением приповерхностной его зоны, когда валец с осцилляциями, своими хотя и значительно меньшими силовыми воздейст-

виями, но более эффективно уплотняет приповерхностную часть укатываемого слоя.

Максимальные контактные давления оказывают основное влияние на прочность уплотняемого материала. Размеры площадки контакта определяют толщину уплотняемого слоя материала. Увеличение минимального размера (a +d) контакта приводит к увеличению толщины уплотняемого слоя. Увеличение длины контакта (в фронтальном направлении) рабочего органа с материалом и уменьшение скорости передвижения приводит к увеличению времени нагружения уплотняемого материала. Это положительно сказывается на качестве уплотнения материала с вязкими свойствами. Чередуя за время действия цикла уплотнения среды круговую форму вальца в зоне контакта и форму вальца в этой зоне в виде площадки можно получить более равномерное распределение контактного давления по зоне соприкосновения поверхностей и тем самым интенсифицировать процесс уплотнения среды и устранить ее волнование. Реализация такого воздействия вальца на уплотняемый материал возможна в случае сочетания на поверхности вальца плоских и скругленных сегментов.

Диаметр укатывающих вальцов оказывает существенное влияние на качество уплотнения. С уменьшением диаметра вальца горизонтальные силы увеличиваются, что приводит к сдвигу уплотняемого материала и снижает качество укатки вследствие образования волн на поверхности уплотняемого покрытия. С увеличением диаметра вальца улучшается качество уплотнения, но значительно увеличиваются габаритные размеры машины и центр тяжести перемещается вверх.

Характерным условием нагружения в зоне контакта вальца и уплотняемого материала, воспринимающей контактные нагрузки, является ограниченность величины контактирующих поверхностей, через которые передается импульс сил от вальца к среде. Напряжения, возникающие в зоне соприкосновения вальца со средой, отличаются от их общих напряжений. Контактные напряжения часто превышают предел прочности материала при одноосном нагружении. Это объясняется тем, что материал вблизи контактных поверхностей находится в состоянии, близком к всестороннему сжатию. Кроме того, контактные напряжения очень быстро убывают по мере удаления от зоны соприкосновения, уменьшаясь в десятки раз на расстоянии, равном нескольким размерам площадки контакта.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Блохин В.С.* Динамическая напряженность коротких тел сложной формы. – М.: Наука, 1991. – 160 с.
2. *Костельов М.П.* «Умные» виброкатки для дорожников//Дорожная техника. – 2006.
3. *Расчеты* на прочность в машиностроении /Под ред./ С.Д. Пономарева. – М.: Машгиз, 1959.
4. *Тимошенко С.П., Гудьер Д.* Теория упругости. – М.: Наука, 1975. – 576 с. ГИАБ

Коротко об авторах

Малич Н.Г. – доцент, кандидат технических наук,
Блохин В.С. – профессор, доктор технических наук
Национальная металлургическая академия Украины, г. Днепропетровск.

Доклад рекомендован к опубликованию семинаром № 19 симпозиума «Неделя горняка-2007».
Рецензент д-р техн. наук, проф. *В.Ж. Аренс.*