© Ю.Б. Несмеянова, 2008

УДК 622.271

Ю.Б. Несмеянова

О РАСЧЕТЕ УСТОЙЧИВОСТИ БОРТОВ КАРЬЕРОВ ПРИ ИХ ПОДРАБОТКЕ ПОДЗЕМНЫМИ ГОРНЫМИ ВЫРАБОТКАМИ

Семинар № 1

Борт карьера, подработанный подземными горными выработками, подвержен сложным геомеханическим процессам, являющимися интегральным результатом взаимодействия полей напряжений, сформированных под влиянием открытых - подземных разработок и природных факторов. Расчет напряженно-деформи-рованного состояния прибортового массива пород в этих условиях, в рамках линейноупругой модели, в общем случае, сводится к интегрированию системы из пятнадцати уравнений первого порядка

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dfrac{\partial\sigma_X}{\partial X}+\dfrac{\partial\tau_{XY}}{\partial Y}+\dfrac{\partial\tau_{XZ}}{\partial Z}+\gamma X=0 \\ \dfrac{\partial\tau_{XY}}{\partial X}+\dfrac{\partial\sigma_Y}{\partial Y}+\dfrac{\partial\tau_{YZ}}{\partial Z}+\gamma Y=0 \\ \dfrac{\partial\tau_{XZ}}{\partial X}+\dfrac{\partial\tau_{YZ}}{\partial Y}+\dfrac{\partial\sigma_Z}{\partial Z}+\gamma Z=0 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \varepsilon_X=\dfrac{1}{E}\left[\sigma_X-\nu\left(\sigma_Y+\sigma_Z\right)\right].X_{XY}=\dfrac{\tau_{XY}}{\sigma} \\ \varepsilon_y=\dfrac{1}{E}\left[\sigma_Y-\nu\left(\sigma_X+\sigma_Z\right)\right],X_{YZ}=\dfrac{\tau_{YZ}}{\sigma} \\ \varepsilon_z=\dfrac{1}{E}\left[\sigma_Z-\nu\left(\sigma_X+\sigma_Y\right)\right],X_{XZ}=\dfrac{\tau_{XZ}}{\sigma} \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \varepsilon_X=\dfrac{\partial U}{\partial X},\varepsilon_Y=\dfrac{\partial V}{\partial Y},\varepsilon_Z=\dfrac{\partial W}{\partial Z} \\ X_{XY}=\dfrac{\partial U}{\partial Y}+\dfrac{\partial V}{\partial X},X_{XZ}=\dfrac{\partial W}{\partial X}+\dfrac{\partial U}{\partial Z}, \\ X_{YZ}=\dfrac{\partial V}{\partial Z}+\dfrac{\partial W}{\partial Y} \end{bmatrix} \end{cases} \qquad (1)$$

где x, y, z - прямоугольные декартовы координаты; X, Y, Z – соответственно x, y, z компоненты вектора напряженности поля массовых сил;

$G=\dfrac{E}{2(1+\nu)}$ - модуль сдвига;

$[\varepsilon]=\begin{bmatrix} \varepsilon_X X_{XY} X_{XZ} \\ X_{XY}\varepsilon_Y X_{YZ} \\ X_{XZ} X_{YZ}\varepsilon_Z \end{bmatrix}$ - тензоры деформации;

$[\sigma]=\begin{bmatrix} \sigma_X \tau_{XY} \tau_{XZ} \\ \tau_{XY}\sigma_Y \tau_{YZ} \\ \tau_{XZ}\tau_{YZ}\sigma_Z \end{bmatrix}$ - тензоры напряжений; γ, e, ν - соответственно плотность, модуль Юнга и коэффициент Пуассона породы; U, V, W - соответственно X, Y, Z компоненты вектора перемещений $\vec{U}$.

При написании системы уравнений (1) массив пород предполагается однородным и изотропным.

Для однозначного решения системы уравнений (1) к ней должны быть добавлены необходимые граничные условия

$$\vec{U}\big|_{S_1}=\vec{U}_{S_1}(X,Y,Z),[\sigma]\big|_{S_2}=[\sigma]_{S_2}(X,Y,Z), \qquad (2)$$

S_1 и S_2 - соответствующие части границы изучаемой координатной области; $\vec{U}_{S_1}(X,Y,Z)$ и $[\sigma]_{S_2}(X,Y,Z)$ - заданные вектор-функция и тензор.

Систему уравнений (1) с граничными условиями (2) возможно решить в квадратурах лишь для очень небольшого количества вариантов, когда граница имеет весьма искусственную специальную форму. Поэто-му для решения сформулированной задачи, в настоящее время, применяются исключительно численные методы, наибольшее распростране-ние из которых получили метод се-ток и метод конечных элементов (МКЭ).

Бесспорным достоинством численных методов является возможность решения задачи упругости при любой форме границы области и любых граничных условиях вида (2). Однако к серьезнейшему недостатку этих методов следует отнести то, что в результате решения конкретной задачи определяются уникальные значения неизвестных переменных, характерных только для данной задачи в конкретной постановке, в связи с чем отсутствует возможность прямого анализа и прогноза числовых значений неизвестных величин (функций) при изменениях параметров задачи по уже найденным числовым значениям. В такой ситуации возможен только один путь исследования геомеханического состояния прибортовой зоны массива и влияния на него геотехногенных факторов - это серийное решение однотипных по постановке задач с различными значениями входящих в них параметров.

Отметим, что для решения задач геомеханики гораздо более эффективным является метод конечных элементов (по сравнению с методом сеток). Поэтому здесь все последующие решения задач выполнены с применением именно этого метода, сущность которого достаточно хорошо изложена в работах советских ученых О.С. енкевича и А.Б. Фадеева.

Основное достоинство МКЭ заключается в том, что с его помощью решение сложной задачи (1, 2) сводится к решению системы линейных уравнений

$$[к]*\{\delta\}=\{F\}, \qquad (3)$$

где $[к]$ - матрица жесткости системы; $\{\delta\}$ -вектор-столбец неизвестных узловых перемещений; $\{F\}$ - вектор-столбец узловых сил.

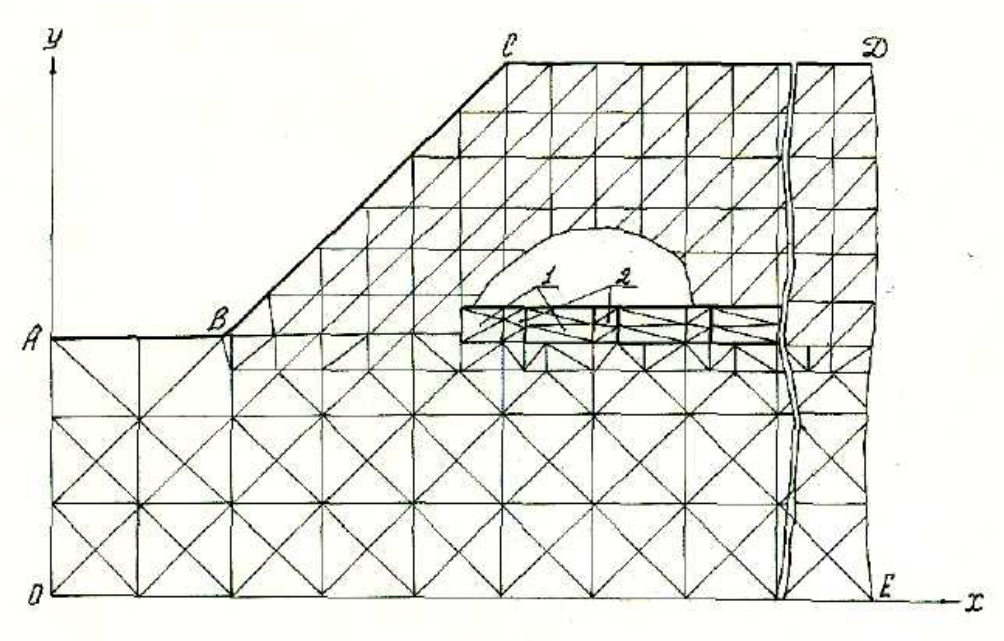
Известно (А.Б. Фадеев), что наибольшая эффективность применения МКЭ достигается при числе узлов сети элементов, не превышающей N=300-500. В противном случае существенно возрастает время расчетов и перестает удовлетворяться одно из основных требований, предъявляемых к методу исследований – оперативность получения результатов. При решении задачи (1, 2) в трехмерной постановке для области, включающей в себя подземные пустоты и междукамерные целики, число узлов элементов, на которые разбивается эта область, обычно равно нескольким тысячам, так как размер междукамерных целиков составляет 5-7 % от характерного размера рассматриваемой области. Для сокращения числа узлов элементов, в этом случае, обычно идут по пути упрощения постановки задачи, рассматривая ее двумерный аналог. Один из возможных вариантов плоской области прибортовой зоны массива с разбивкой ее на треугольные элементы показан на рисунке.

Для плоской задачи входящие в уравнение (3) вектор-столбцы $\{\delta\}$ и $\{F\}$ можно представить в виде

$$\{\delta\}=\{u_1 v_1 ... u_i v_i ... u_N v_N\}^T,$$

$$\{F\}=\{U_1 V_1 ... U_i V_i ... U_N V_N\}^T, \qquad (4)$$

где u_i и v_i - соответственно X и У перемещения i-го узла; U_i и V_i - соответст-



Вариант «плоской» постановки задачи: *1* – подземные пустоты; *2* – междукамерные целики

венно X и У компоненты i-ой узловой силы.

Матрица жесткости системы $[K]$ равна сумме матриц жесткости отдельных элементов $[K]_i^e$

$$[K]=\sum_{i=1}^{M}[K]_i^e, \qquad (5)$$

где M - число элементов; $[K]^e$ - рассчитывается по формуле

$$[K]^e=[B]^T[D][B]\Delta, \qquad (6)$$

где $[D]$ - матрица упругости

$$[D]=\frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)}\begin{bmatrix}(1-\nu)\nu 0\\ \nu(1-\nu)0\\ 00\frac{1}{2}(1-2\nu)\end{bmatrix}, \qquad (7)$$

Δ - площадь треугольного элемента

$$\Delta=\frac{1}{2}\det\begin{bmatrix}1X_{i1}Y_{i1}\\ 1X_{i2}Y_{i2}\\ 1X_{i3}Y_{i3}\end{bmatrix}, \qquad (8)$$

(X_{ij}, Y_{ij}), j = 1, 2, 3 - координаты узлов i-го элемента;

$$[B]=\begin{bmatrix}\frac{\partial N_{i1}}{\partial X}0\frac{\partial N_{i2}}{\partial X}0\frac{\partial N_{i3}}{\partial X}0\\ 0\frac{\partial N_{i1}}{\partial Y}0\frac{\partial N_{i2}}{\partial Y}0\frac{N_{i3}}{\partial Y}\\ \frac{\partial N_{i1}}{\partial Y}\frac{\partial N_{i1}}{\partial X}\frac{\partial N_{i2}}{\partial Y}\frac{\partial N_{i2}}{\partial X}\frac{\partial N_{i3}}{\partial Y}\frac{\partial N_{i3}}{\partial X}\end{bmatrix}, \qquad (9)$$

где $N_{i1}(X,Y)$, $N_{i2}(X,Y)$, $N_{i3}(X,Y)$ – функции формы элемента, связывающие перемещения U, V произвольной точки элемента с узловыми перемещениями $\{\delta\}^e$

$$\begin{Bmatrix}u\\ v\end{Bmatrix}=[IN_{i1},IN_{i2},IN_{i3}]\{\delta\}^e, \qquad (10)$$

где I - единичная матрица второго ранга. Для определения угла наклона устойчивого борта карьера α, подработанного подземной горной выработкой и решения уравнения (3) с целью оценки напряженно-деформиро-ванного состояния прибортовой зоны массива по формулам

$$\{\varepsilon\}^e = [B]\{\delta\}^e, \{\delta\}^e = [D]\{\varepsilon\}^e,$$

$$\{\varepsilon\}^e = \left\{\frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial v}{\partial y}, \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right\}, \qquad (11)$$

разработана соответствующая программа вычислений на ПК - (BORT).

Здесь следует отметить, что изложенная выше методика позволяет не только оценить напряженно-деформированное состояние прибортовых массивов и определить максимально возможные углы наклона устойчивых бортов карьеров, подработанных подземными горными выработками, но и при заданных параметрах бортов карьеров и подземных горных выработок – рассчитать минимально возможные размеры разделительных целиков между карьером и шахтой. ГИАБ

Коротко об авторе

Несмеянова Ю.Б. – аспирантка, кафедра МДиГ, Московский государственный горный университет.

Доклад рекомендован к опубликованию семинаром № 1 симпозиума «Неделя горняка-2008».
Рецензент д-р техн. наук, проф. *А.М. Гальперин*

Д И С С Е Р Т А Ц И И

ТЕКУЩАЯ ИНФОРМАЦИЯ О ЗАЩИТАХ ДИССЕРТАЦИЙ ПО ГОРНОМУ ДЕЛУ И СМЕЖНЫМ ВОПРОСАМ

Автор	*Название работы*	*Специальность*	*Ученая степень*
МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ГОРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
СЕМЕНОВ Василий Васильевич	Обоснование и разработка способа пылеподавления и нейтрализации вредных газов при массовых взрывах на карьерах	25.00.20	к.т.н.