

УДК 621.317

В.Л. Шкуратник, О.Ф. Таныгин, М.О. Таныгин
ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОГРЕШНОСТЕЙ
ПРИ ИСПОЛЬЗОВАНИИ НИЗКОЧАСТОТНОЙ
АППАРАТУРЫ В ЭЛЕКТРОРАЗВЕДКЕ
НА ПОСТОЯННОМ ТОКЕ

Семинар № 2

Доступность конечно-разностного моделирования поля постоянного тока в произвольном неоднородном полупространстве [1] расширяет возможности шахтной электроразведки. Измерение магнитных составляющих поля повышает ее информативность [2], однако в этом случае из-за постоянного магнитного поля Земли необходимо использовать аппаратуру, работающую на переменном токе. Так как моделирование поля переменного тока в произвольном неоднородном полупространстве до сих пор остается весьма сложной вычислительной задачей, то актуальным является определение погрешности в результатах шахтных измерений низкочастотной аппаратурой для сопоставления их с расчетами постоянного поля конечно-разностным методом.

Оценить эти погрешности можно с помощью сравнения величины напряженности электрического поля постоянного и переменного тока в одних и тех же точках однородного полупространства с заземленным диполем на его поверхности (рис. 1).

В квазистационарном приближении, когда длина электромагнитной волны

много больше характерных размеров измерительной установки, проекции векторного потенциала в точке $M(x,y,z)$ имеют следующий вид [3]:

$$A_x = \frac{Ids}{2\pi} \int_0^\infty \frac{\lambda}{\lambda + u} e^{uz} J_0(\lambda\rho) d\lambda; \quad (1)$$

$$A_z = \frac{Ids}{2\pi} \frac{\partial}{\partial x} \int_0^\infty \frac{e^{uz}}{\lambda + u} J_0(\lambda\rho) d\lambda; \quad (2)$$

где I – сила тока в диполе, А; ds – длина диполя, м; $J_0(\lambda\rho)$ – функция Бесселя нулевого порядка;

$$u^2 = \lambda^2 + \alpha^2; \quad \rho^2 = x^2 + y^2;$$

$$\alpha^2 = i\mu_0\omega(\sigma + i\omega\varepsilon\varepsilon_0); \quad i^2 = -1;$$

$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м; $\varepsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м; $\omega = 4\pi f$; f – частота тока, Гц; σ – проводимость полупространства, $(\text{Ом}\cdot\text{м})^{-1}$; ε – диэлектрическая проницаемость полупространства.

Интегралы в (1) и (2) могут быть получены с помощью интегралов Зоммерфельда [3] и Фостера [4]:

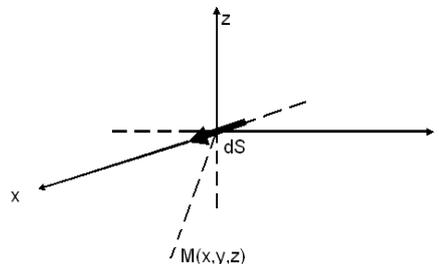


Рис. 1. Электрический диполь на поверхности полупространства. $M(x,y,z)$ – произвольная точка в нижнем полупространстве

$$\int_0^{\infty} \frac{\lambda}{u} e^{uz} J_0(\lambda \rho) d\lambda = \frac{e^{-ar}}{r}; \quad (3)$$

$$\int_0^{\infty} \frac{e^{uz}}{u} J_0(\lambda \rho) d\lambda = I_0[\alpha(r+z)] K_0[\alpha(r-z)] \quad (4)$$

где $I_0[\alpha(r+z)]$ и $K_0[\alpha(r-z)]$ - модифицированные функции Бесселя нулевого порядка; $r^2 = x^2 + y^2 + z^2$.

Сведя интегралы в (1) и (2) к интегралам Зоммерфельда (3) и Фостера (4) и используя связь напряженности электрического поля с векторным потенциалом [3]:

$$E_x = \frac{1}{\sigma} \left[-\alpha^2 A_x + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_z}{\partial z} \right) \right];$$

$$E_y = \frac{1}{\sigma} \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_z}{\partial z} \right);$$

$$E_z = \frac{1}{\sigma} \left[-\alpha^2 A_z + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_z}{\partial z} \right) \right];$$

получим выражения для проекций вектора напряженности электрического поля:

$$E_x = \frac{Ids}{2\pi\sigma} \left(-\frac{\partial^2}{\partial z^2} Q + \frac{\partial^3}{\partial z^3} F - \right. \quad (5)$$

$$\left. -\alpha^2 \frac{\partial}{\partial z} F + \frac{\partial^3}{\partial z \partial x^2} F \right)$$

$$E_y = \frac{Ids}{2\pi\sigma} \frac{\partial^3}{\partial z \partial x \partial y} F; \quad (6)$$

$$E_z = \frac{Ids}{2\pi\sigma} \frac{\partial^2}{\partial z \partial x} Q; \quad (7)$$

где $Q = \frac{e^{-ar}}{r}$; $F = I_0[\alpha(r+z)] K_0[\alpha(r-z)]$.

После выполнения дифференцирования в правых частях формул (5), (6) и (7), были получены достаточно громоздкие выражения, содержащие модифицированные функции Бесселя нулевого и первого порядков. Для их расчета была написана специальная программа на Фортране. Напряжен-

ность рассчитывалась для частот 4 Гц, 40 Гц, 400 Гц и 4000 Гц, проводимости полупространства 0,2 (Ом м)⁻¹, 0,02 (Ом м)⁻¹ и 0,002 (Ом м)⁻¹ в четырех точках: для E_x - $M_1(20,70,-63)$, $M_2(20,70,0)$, $M_3(70,70,-63)$, $M_4(70,70,0)$, для E_y - $M_1(15,71,-63)$, $M_2(15,71,0)$, $M_3(65,71,-63)$, $M_4(65,71,0)$, для E_z - $M_1(15,70,-64)$, $M_2(15,70,-1)$, $M_3(65,70,-64)$, $M_4(65,70,-1)$.

Искомая погрешность, вносимая низкочастотной аппаратурой, определялась как отношение напряженности переменного поля к напряженности постоянного, рассчитанного по известным [3] формулам

$$E_x = \frac{I}{2\pi\sigma} \left(\frac{x - \frac{ds}{2}}{r_1^3} - \frac{x + \frac{ds}{2}}{r_2^3} \right),$$

$$E_y = \frac{I}{2\pi\sigma} \left(\frac{y}{r_1^3} - \frac{y}{r_2^3} \right),$$

$$E_z = \frac{I}{2\pi\sigma} \left(\frac{z}{r_1^3} - \frac{z}{r_2^3} \right), \quad (8)$$

где $r_1 = \sqrt{\left(x - \frac{ds}{2}\right)^2 + y^2 + z^2}$,

$$r_2 = \sqrt{\left(x + \frac{ds}{2}\right)^2 + y^2 + z^2}.$$

Полученные расчеты приведены в таблице.

В таблице не приведены данные, полученные для частоты 4000 Гц и проводимости 0,2 (Ом м)⁻¹, так как только для точки M_2 погрешности E_x , E_y , E_z составляют соответственно 1,807; 0,718; -0,265. Для остальных точек погрешность превышает 10 раз, доходя до нескольких десятков тысяч раз. Как видно из таблицы, для низкочастотного ($\sigma = 0,002$) полупространства увеличение частоты с 4 Гц до 40 Гц и далее до 400 Гц практически не приводит к изменению погрешности, которая остается в пределах 4 %. Для более проводящего полупространства или для большей частоты получена следующая закономерность, отраженная в таблице - одно-

Погрешность для однородного полупространства

Частота, Гц; проводимость, (Ом м) ⁻¹		M ₁	M ₂	M ₃	M ₄
4, 0.002; 40, 0.002; 4, 0.02	E _x	0.998	0.999	1.040	1.007
	E _y	1.009	1.010	1.002	0.997
	E _z	1.010	1.007	1.001	1.000
400, 0.002; 40, 0.02; 4, 0.2	E _x	1.002	0.999	0.960	1.007
	E _y	1.009	1.010	1.002	0.997
	E _z	1.010	1.007	1.001	1.000
4000, 0.002 400, 0.02 40, 0.2	E _x	1.074	1.048	-0.727	0.859
	E _y	0.995	1.010	0.986	0.997
	E _z	0.998	1.007	0.982	0.990
4000, 0.02; 400, 0.2	E _x	1.212	1.58	-13.89	-0.514
	E _y	0.338	0.989	0.060	0.937
	E _z	0.592	0.829	0.378	0.595

временное одинаковое увеличение частоты и уменьшение проводимости не приводит к изменению погрешности. Можно предположить, что данная закономерность остается справедливой до тех частот, на которых начинается сказываться влияние диэлектрической проницаемости ϵ . В наших расчетах увеличение ϵ с 2-х до 80 даже для частоты 4000 Гц не привело к каким – либо существенным изменениям напряженности.

Проведенные расчеты показали, что в низкопроводящих породах ($\sigma < 0,002$) результаты шахтных измере-

ний с применением аппаратуры частотой до 4000 Гц будут сопоставимы с расчетными данными, полученными методом конечных разностей. Осторожность здесь следует проявлять, видимо, только в отношении компоненты E_x, так как для нее величина погрешности в наиболее удаленной от питающего диполя точке M₃ оказалась существенно отличной от единицы (-0,727). То же самое можно повторить для более проводящих пород ($\sigma < 0,02$) и ($\sigma < 0,2$), если соответственно ограничиться частотами 400 Гц и 40 Гц.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Шкуратник В.Л., Таныгин О.Ф., Таныгин М.О. Расчет аномалии от обводненного карста в подземной электрометрии угольного пласта. – Горный информационно – аналитический бюллетень МГТУ. – 2002. – № 5. – С. 9-10.
2. Таныгин О.Ф. Расчет аномалии магнит-

ного поля в шахтной электрометрии. – Маркшейдерский вестник. – 2005. – № 4. – С. 65-67.

3. Уэйт Дж.Р. Геоэлектромагнетизм. – М.: Недра, 1987. – 235 с.: ил.

4. Wait J.R. Electromagnetic fields of a dipole over an anisotropic half-space, Can. J. Phys. 44, 2387- 2401 (1966). **ГЛАВ**

Коротко об авторах

Шкуратник В.Л. – доктор технических наук, профессор, зав. кафедрой физико-технического контроля производства Московского государственного горного университета, Таныгин О.Ф. - кандидат технических наук, доцент кафедры физики Курской государственной сельхозакадемии, Таныгин М.О. - кандидат технических наук, преподаватель кафедры защиты информации Курского государственного технического университета.

Доклад рекомендован к опубликованию семинаром № 2 симпозиума «Неделя горняка-2008».