

УДК 622.1:622.271

**П.С. Шпаков, С.Б. Ожигина, В.Н. Долгоносков,
С.Г. Ожигин, М.В. Шпакова**

ЗАКОН РАСПРЕДЕЛЕНИЯ КОЭФФИЦИЕНТА ЗАПАСА УСТОЙЧИВОСТИ

Семинар № 2

К оэффициент запаса устойчивости представляет собой отношение фактических прочностных характеристик, определенных экспериментальным путем, к приведенным характеристикам, при которых откос с заданной геометрией приведен в предельное состояние [1].

$$n = \frac{\tau_{\phi}}{\tau_{пр}}, \quad (1)$$

где τ_{ϕ} - фактическое сопротивление пород сдвигу, МПа; $\tau_{пр}$ - приведенное сопротивление пород сдвигу, МПа.

Промежуточные значения коэффициента запаса определяются как отношение удерживающих сил к сдвигающим силам, действующим по потенциальной поверхности скольжения.

$$n' = \frac{\sum \tau_{уд}}{\sum \tau_{сдв}}. \quad (2)$$

Если сдвигающие силы определяются весом и геометрией призмы возможного обрушения, то величину удерживающих сил помимо перечисленных величин определяют значения прочностных характеристик горных пород – коэффициент сцепления и угол внутреннего трения (в рамках теории предельного равновесия), ко-

торые определяются экспериментально и, следовательно, являются случайными величинами.

Допускаемые сдвигающие напряжения (удерживающие силы) определяются в соответствии с уравнением Кулона

$$\tau_{уд} = \sigma \cdot \operatorname{tg} \rho + k, \quad (3)$$

где σ - нормальные напряжения, Па; k - коэффициент сцепления, Па; ρ - угол внутреннего трения, град.

Удерживающие напряжения являются линейной функцией нормально распределенных случайных величин. Таким образом, и коэффициент запаса устойчивости, в соответствии с формулами (1–3), также представляет собой линейную функцию нормальных случайных величин.

Нормальный закон распределения обладает свойством устойчивости [2], т. е. композиция нормальных случайных величин также имеет нормальное распределение при условии независимости компонентов. Тогда, в случае независимости прочностных характеристик (k и ρ), удерживающие напряжения, представляющие их линейную композицию, и коэффициент запаса устойчивости также должны представлять собой нормально распределенную случайную величину.

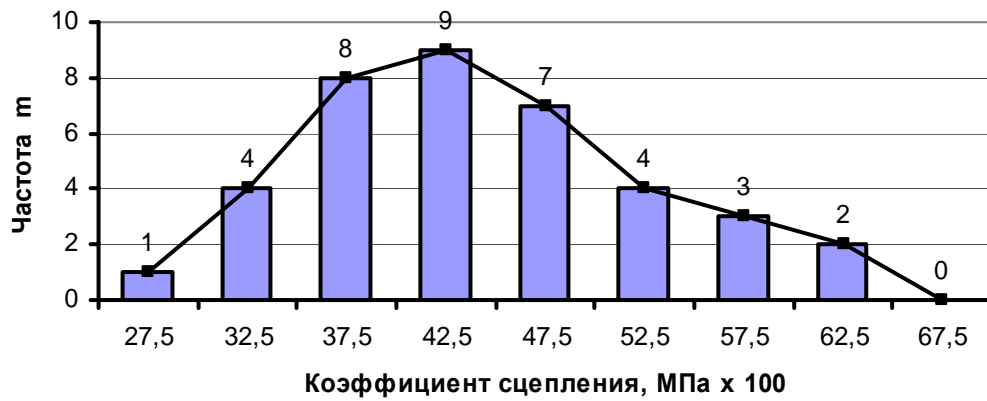


Рис. 1. Гистограмма распределения коэффицента сцепления

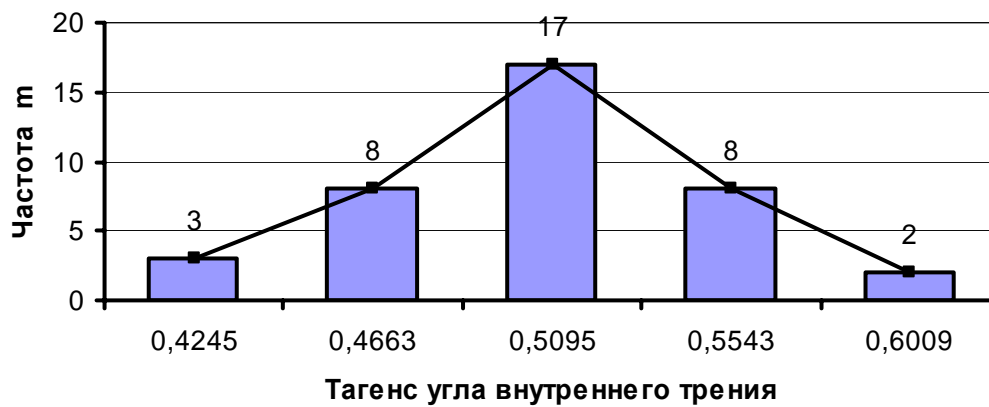
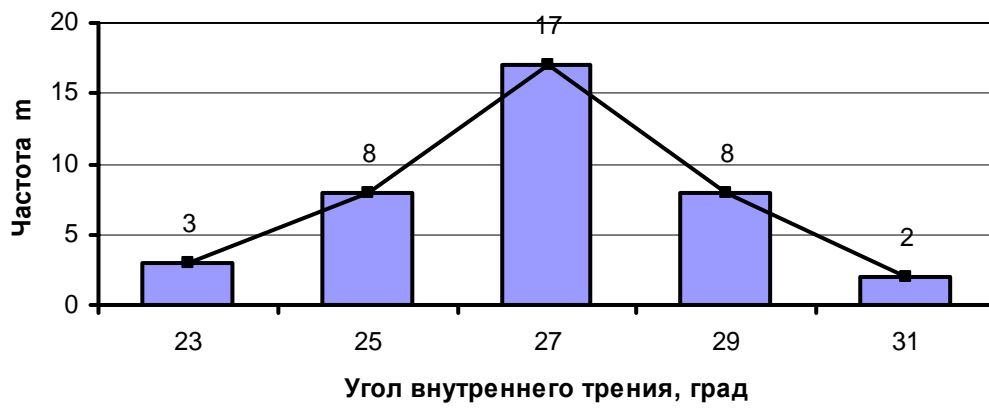


Рис. 2. Гистограмма распределения угла и тангенса угла внутреннего трения

Коэффициент запаса устойчивости откоса n в общем случае является непрерывной случайной величиной, определяемой как функция случайных аргументов (прочностных характеристик массива горных пород), определяемых экспериментальным способом – путем выполнения лабораторных и натурных исследований. Значения прочностных характеристик зависят от множества случайных факторов, связанных с условиями и методикой испытаний, отбором проб и образцов и т.д.

Значения прочностных характеристик горных пород являются величинами случайными, удовлетворяющими условиям центральной предельной теоремы А.М. Ляпунова и можно выдвинуть гипотезу о нормальном законе их распределения.

Выполним статистическую проверку принятой гипотезы. Для проверки соответствия эмпирического распределения случайных значений нормальному закону воспользуемся критерием согласия χ^2 Пирсона.

При исследовании прочностных характеристик горных пород месторождения «Нурказган» лабораторией «Центргеоланалит» выполнен большой объем испытаний образцов пород, в частности туфов андезит-базальтовых, полученных из кернов геологоразведочных скважин. Нами выполнена статистическая обработка полученных данных. Гистограммы распределения прочностных характеристик андезит-базальтовых туфов приведены на рис. 1 и 2.

Вид гистограмм распределения прочностных характеристик подтверждает справедливость гипотез о нормальном распределении коэффициента сцепления и угла внутреннего трения. При выполнении проверки данной гипотезы с применением критерия согласия Пирсона

получены результаты, приведенные в табл. 1.

Как следует из табл. 1, расчетные значения критерия χ^2 значительно ниже критических значений, что подтверждает хорошее соответствие эмпирическое распределения прочностных показателей нормальному закону.

Оценки параметров законов распределения коэффициента сцепления и угла внутреннего трения для андезит-базальтовых туфов определены в процессе расчетов и приведены в табл. 2.

На примере условий месторождения «Нурказган» для андезит-базальтовых туфов по методике проф. Шпакова П.С. [1] выполнен расчет предельного угла наклона плоского борта высотой $H = 275$ м при средних значениях прочностных характеристик, который составил $56,7^\circ$. Исходные данные приняты на основе статистической обработки результатов испытаний, предельные параметры откоса определены на основе средних значений прочностных характеристик.

Выполнены многочисленные расчеты коэффициента запаса устойчивости полученного предельного откоса с различными комбинациями коэффициента сцепления и угла внутреннего трения, полученными из испытаний. Всего выполнено около 300 расчетов. В результате статистического анализа полученных значений построена частотная гистограмма коэффициента запаса устойчивости, приведенная на рис. 3.

Вид гистограммы позволяет выдвинуть две конкурирующие гипотезы: о нормальном законе и о гамма-распределении коэффициента запаса устойчивости, которые была подвергнуты статистической проверке при помощи критерия согласия

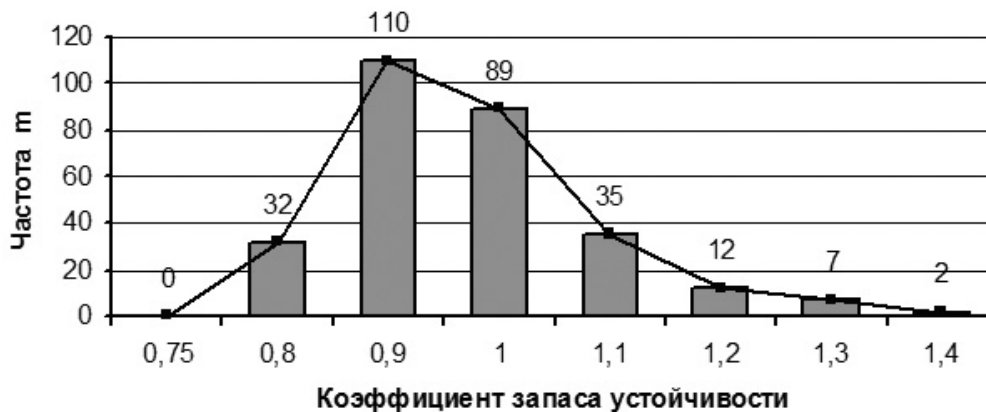


Рис. 3. Гистограмма распределения коэффициента запаса устойчивости

Пирсона χ^2 . Гипотеза о нормальном распределении была отвергнута в связи с большими значениями отклонений, а по гамма-распределению было достигнуто хорошее согласование эмпирических и теоретических показателей. Результаты расчетов приведены в табл. 3.

В выполненных расчетах получено значение вероятности $P[\chi^2 > \chi^2_{кр}] = 0,32$ (табл. 3), а при $0,3 < p < 1$ степень соответствия эмпирического распределения теоретическому считается высокой [3]. Соответствие подтверждается расчетным значением критерия χ^2 , которое существенно ниже критических значений при заданных уровнях значимости.

Параметры соответствующего теоретического гамма-распределения ко-

эффициента запаса устойчивости определены по формулам [3]

$$\bar{n} = \beta(\alpha + 1); \quad \sigma_n = \beta\sqrt{\alpha + 1} \quad (4)$$

и приведены в табл. 4.

Проверку соответствия принятой гипотезы можно выполнить по формуле Романовского [3]:

$$\eta = \frac{|\chi^2 - k|}{\sqrt{2k}} \leq 3, \quad (5)$$

где $k = s - 3 = 4$ - число степеней свободы; $s = 7$ - число интервалов.

Вычисленное значение критерия Романовского существенно ниже критического значения, что также подтверждает выдвинутую гипотезу о гамма-распределении коэффициента запаса устойчивости откоса.

Таблица 1

Результаты статистической проверки гипотез о нормальном распределении прочностных характеристик горных пород

Показатели	Расчетные значения χ^2	Критические значения χ^2		Вывод
		Уровень значимости, α		
		0,01	0,05	
Кoeffициент сцепления k, МПа	2,75	16,8	12,6	Гипотеза принята
Угол внутреннего трения ρ , град	0,93	9,2	6,0	Гипотеза принята
Тангенс угла внутреннего трения $\text{tg } \rho$	1,01	9,2	6,0	Гипотеза принята

Таблица 2

Параметры законов распределения прочностных характеристик горных пород

Показатели	Выборочная средняя (МО)	Дисперсия D	Среднеквадратическое отклонение σ
Коэффициент сцепления $k \cdot 10^2$, МПа	44,2	72,7	8,5
Угол внутреннего трения ρ , град	26,9	3,77	1,94
Тангенс угла внутреннего трения $\operatorname{tg} \rho$	0,508	0,0018	0,0427

Таблица 3

Результаты статистической проверки гипотезы о гамма-распределении коэффициента запаса устойчивости

Показатели	Расчетные значения χ^2	Вероятность $P(\chi^2 > \chi^2_{кр})$	Параметр η (по Романовскому)	Критические значения χ^2	
				Уровень значимости, α	
				0,01	0,05
Коэффициент запаса n	4,78	0,32	0,27	7,8	9,5

Выводы

1) Коэффициент запаса устойчивости, представляющий линейную композицию нормально распределенных случайных величин (параметров k и $\operatorname{tg} \rho$), имеет γ -распределение, что не опровергнуто статистической проверкой. Это обстоятельство подтверждает предположение о взаимосвязи и корреляции между параметрами k и $\operatorname{tg} \rho$.

2) По данным выполненных расчетов статистическая оценка коэффициента запаса устойчивости предельного откоса со средними прочностными характеристиками меньше единицы ($n_{ср} = 0,97$). Поэтому для обеспечения надежного устойчивого состояния предельных откосов коэффициент запаса должен быть не менее 1,05.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Шпаков П.С. Маркшейдерское обоснование геомеханических моделей и разработка численно-аналитических способов расчета устойчивости карьерных откосов: Автореф. дис. д.т.н. - Л., 1988. - 40 с.

2. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика. М., «Высшая школа», 1977. - 479 с.

3. Шпаков П.С., Попов В.Н. Статистическая обработка экспериментальных данных. - М.: Изд-во МГУ, 2003. - 268 с. **ИВАС**

Коротко об авторах

Шпаков П.С. - профессор, доктор технических наук, Муромский институт Владимирского государственного университета,

Ожигина С.Б. - доцент, кандидат технических наук,

Долгонос В.Н. - доцент, кандидат технических наук,

Ожигин С.Г. - доцент, кандидат технических наук,

Шпакова М.В. - студентка,

Карагандинский государственный технический университет

Доклад рекомендован к опубликованию семинаром № 2 симпозиума «Неделя горняка-2007».

Рецензент д-р техн. наук, проф. В.Н. Попов.