УДК 621.32

Г.М. Редькин

ПОКАЗАТЕЛИ СТРУКТУРНОЙ РАЗДРОБЛЕННОСТИ МАССИВОВ ГОРНЫХ ПОРОД

Предложены новые методы математического моделирования трещиноватости массивов горных пород.

Ключевые слова: трещиноватость, блочность, раздробленность массива горных пород.

Семинар № 1

G.M. Redkin

THE KEY FIGURES OF STRUCTURAL BREAKS IN ROCK MASS

The new methods of mathematical modeling of rock fracturing are proposed.

Key words: fracturing, blockiness, break in rock mass.

В массивах горных пород во всех без исключения случаях развиваются несколько (не менее трех) систем трещин [1], совокупность которых называют трещиноватостью. Трещины, пересекаясь, разделяют горный массив на структурные блоки различных форм и размеров, которые называют отдельностями, а объем элементарного (среднего) блока – блочностью [2].

Трещиноватость является одним из основных факторов, влияющих на прочностные, напряженно деформационные параметры состояний массивов горных пород, конструкций систем разработок; на разрушаемость горных пород; на механико-технологические свойства строительных и природных облицовочных материалов; и, поэтому, требует всестороннего и глубоко изучения.

Математическое моделирование служит фундаментальным аспектом изучения трещиноватости, поэтому актуальны разработанные [3, 4] и приведенные ниже новые методы математического моделирования трещиноватости массивов горных пород.

Характеристикой трещиноватости горного массива является интенсивность трещиноватости [2] – среднее количество трещин на погонный метр (либо на единицу длины) разреза в любом направлении. Интенсивность трещиноватости зависит от направления изменения количества трещин и, поэтому, является анизотропной величиной. В частности, интенсивность трещиноватости в направлении перпендикулярном системе трещин называют частотой трещин.

В работах [3, 4] установлено, что математическим эквивалентом системы трещин является вектор системы, который перпендикулярен плоскости системы, его модуль равен частоте трещин и выражается он через элементы залегания системы трещин следующим образом

$$\overline{\omega} = \frac{\omega}{\left|\overline{N}\right|}\overline{N} = \frac{\omega}{\left|\overline{N}\right|}\left(-[\sin A \sin\delta]; \quad [\cos A \sin\delta]; \quad [\cos\delta]\right) \tag{1}$$

где ω - частота трещин системы; A, δ, $\overline{N}$, $\left|\overline{N}\right|$ - соответственно азимут линии простирания, угол линии падения, нормальный вектор и его модуль плоскости системы трещин. Причем в записи вектора (1) использовано обозначение Гаусса

$$[\sin A \sin\delta] = \sum_{j=1}^{N} \sin A^{(j)} \sin\delta^{(j)}, \quad [\cos A \sin\delta] = \sum_{j=1}^{N} \cos A^{(j)} \sin\delta^{(j)},$$

$$[\cos\delta] = \sum_{j=1}^{N} \cos\delta^{(j)},$$

где N - количество трещин системы.

Исходя из векторного представления (1) системы трещин, интенсивность трещиноватости массива горных пород, обусловленная n системами трещин адекватно выражается суммой модулей проекций векторов (1) систем трещин на направление [3, 4]

$$\overline{e} = (\cos\alpha; \quad \cos\beta; \quad \cos\gamma), \ \left|\overline{e}\right| = 1, \tag{2}$$

т.е.

$$L(\overline{e}) = \sum_{i=1}^{n} \left|\overline{\omega}_i \cdot \overline{e}\right| = \sum_{i=1}^{n} \left|\omega_{xi}\cos\alpha + \omega_{yi}\cos\beta + \omega_{zi}\cos\gamma\right|, \tag{3}$$

где $\omega_{xi} = -\omega_i [\sin A_i \sin\delta_i] / \left|\overline{N}_i\right|$, $\omega_{yi} = \omega_i [\cos A_i \sin\delta_i] / \left|\overline{N}_i\right|$,

$\omega_{zi} = \omega_i [\cos\delta_i]$, $\left|\overline{N}_i\right| = \sqrt{[\sin A_i \sin\delta_i]^2 + [\cos A_i \sin\delta_i]^2 + [\cos\delta_i]^2}$,

в которых ω_i - среднее значение частоты i-ой системы трещин, A_i, δ_i - азимут линии простирания и углы падения плоскости i-ой системы трещин, а компоненты орта $\overline{e}$ (2) представляют направляющие косинусы углов между ортом $\overline{e}$ и соответственно осями координат 0*x*, 0*y*, 0*z*.

Однако, осложненное модулями от нелинейных функций выражение $L(\overline{e})$ (3) является не гладкой, сложнодифференцируемой многомерной функцией и имеет большое количество экстремумов, т.к. каждая система трещин вносит в нее два экстремума, что затрудняет построение в пространстве естественной отдельности при количестве систем трещин $n > 3$.

Для решения проблемы определения средней естественной и блочности массива горных пород перейдем к квадратичным значениям его интенсивности трещиноватости [5], которые аналитически описываются дифференцируемыми в всей области существования функциями, количество экстремумов равно размерности пространства – соответственно двум в плоском случае (двумерное пространство E^2), либо трем в объемном случае (трехмерное пространство E^3) при любом количестве систем трещин.

Возведем в квадраты скалярные произведения векторов (1) на орт (2) и найдем в обозначениях (3) обусловленные i-ми системами трещин, квадраты интенсивностей трещиноватости

$$L_i^2(\bar{e}) = (\bar{\omega}_i \cdot \bar{e})^2 = (\omega_{xi}\cos\alpha + \omega_{yi}\cos\beta + \omega_{zi}\cos\gamma)^2, \quad i = 1,2,\ldots,n. \tag{4}$$

Раскроем круглые скобки в правых частях равенств (4), просуммируем по всем системам трещин и выразим в тензорной форме квадратичное значение интенсивности, индуцированной n системами трещин

$$\left[L^2(\bar{e})\right] = \sum_{i=1}^{n} L_i^2(\bar{e}) = \bar{e} \cdot L \cdot \bar{e}^{T} =$$

$$= (\cos\alpha;\quad \cos\beta;\quad \cos\gamma) \cdot \begin{Vmatrix} \sum_{i=1}^{n}\omega_{xi}^2 & \sum_{i=1}^{n}\omega_{xi}\cdot\omega_{yi} & \sum_{i=1}^{n}\omega_{xi}\cdot\omega_{zi} \\ \sum_{i=1}^{n}\omega_{yi}\cdot\omega_{xi} & \sum_{i=1}^{n}\omega_{yi}^{\,2} & \sum_{i=1}^{n}\omega_{yi}\cdot\omega_{yi} \\ \sum_{i=1}^{n}\omega_{zi}\cdot\omega_{xi} & \sum_{i=1}^{n}\omega_{zi}\cdot\omega_{yi} & \sum_{i=1}^{n}\omega_{zi}^{\,2} \end{Vmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \cos\alpha \\ \cos\beta \\ \cos\gamma \end{pmatrix}, \tag{5}$$

где

$$L = \begin{Vmatrix} \sum_{i=1}^{n}\omega_{xi}^2 & \sum_{i=1}^{n}\omega_{xi}\cdot\omega_{yi} & \sum_{i=1}^{n}\omega_{xi}\cdot\omega_{zi} \\ \sum_{i=1}^{n}\omega_{yi}\cdot\omega_{xi} & \sum_{i=1}^{n}\omega_{yi}^{\,2} & \sum_{i=1}^{n}\omega_{yi}\cdot\omega_{yi} \\ \sum_{i=1}^{n}\omega_{zi}\cdot\omega_{xi} & \sum_{i=1}^{n}\omega_{zi}\cdot\omega_{yi} & \sum_{i=1}^{n}\omega_{zi}^{\,2} \end{Vmatrix} \tag{6}$$

– тензор второго ранга квадратичных значений интенсивности трещиноватости, выраженный в выбранной системе координат квадратной симметричной неособенной матрицей.

Тензор (6) является полной характеристикой анизотропии квадратичных значений интенсивности трещиноватости, порожденной развитыми в массиве горных пород n системами трещин. Умножая его скалярно слева и справа на направляющие орты $\bar{e}$ и $\bar{e}^{T}$ по формуле (5), получим квадратичные значения интенсивности трещиноватости по любому направлению $\bar{e}$.

Извлечем квадратный корень из равенства (5) и определим среднее квадратичное значение интенсивности трещиноватости массива горных пород в зависимости от направление $\bar{e}$

$$\sqrt{\left[L^2(\bar{e})\right]} = \sqrt{\bar{e} \cdot L \cdot \bar{e}^{T}}\ . \tag{7}$$

Положим тензорную характеристику (6) и показатель интенсивности трещиноватости (7) в основу определения средней естественной отдельности и блочности массива горных пород. Проблема определения экстремумов среднеквадратичного значения (7) интенсивности трещиноватости массива горных пород сводится к отысканию главных направлений (главных осей) тензора L (6) и его главных (собственных) значений, представляющих собой компоненты тензора в координатной системе главных осей.

Главные оси тензора L определяют экстремальные направления анизотропии среднеквадратических значений интенсивности трещиноватости $\sqrt{\left[L^2(\bar{e})\right]}$ (7), а главные значения – экстремальные величины интенсивностей трещиноватости по главным направлениям.

По разработанной методике [5] главные значения тензора L (6) являются решениями (корнями) его характеристического уравнения

$$\Delta(\lambda) = \lambda^3 - S_1\lambda^2 + S_2\lambda - \det L = 0 \quad , \tag{8}$$

где

$$S_1 = \sum_{i=1}^{n} \omega_{xi}^{\ 2} + \sum_{i=1}^{n} \omega_{yi}^{\ 2} + \sum_{i=1}^{n} \omega_{zi}^{\ 2} \, ,$$

$$S_2 = \begin{vmatrix} \sum\limits_{i=1}^{n} \omega_{xi}^{\ 2} & \sum\limits_{i=1}^{n} \omega_{xi} \cdot \omega_{yi} \\ \sum\limits_{i=1}^{n} \omega_{yi} \cdot \omega_{xi} & \sum\limits_{i=1}^{n} \omega_{yi}^{\ 2} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \sum\limits_{i=1}^{n} \omega_{xi}^{\ 2} & \sum\limits_{i=1}^{n} \omega_{xi} \cdot \omega_{zi} \\ \sum\limits_{i=1}^{n} \omega_{zi} \cdot \omega_{xi} & \sum\limits_{i=1}^{n} \omega_{zi}^{\ 2} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \sum\limits_{i=1}^{n} \omega_{yi}^{\ 2} & \sum\limits_{i=1}^{n} \omega_{yi} \cdot \omega_{zi} \\ \sum\limits_{i=1}^{n} \omega_{zi} \cdot \omega_{yi} & \sum\limits_{i=1}^{n} \omega_{zi}^{\ 2} \end{vmatrix}$$

– суммы главных миноров соответственно первого и второго порядков тензора L; $\det L$ - определитель матрицы L.

В силу симметричности матрицы L (6) корни λ_i, i = 1,2,3 характеристического уравнения (8) вещественные и $\sqrt{l_i}$, i = 1,2,3 равны экстремумам среднеквадратичных значений интенсивности трещиноватости $\sqrt{\left[L^2(\bar{e})\right]}$ (7). Главным (собственным) значениям тензора L λ_i, в соответствие с [5], отвечают определяющие направления главных осей тензора L орты

$$\bar{e}_i' = \left(\frac{\Delta_{xi}}{|\bar{u}_i|}; \; \frac{\Delta_{yi}}{|\bar{u}_i|}; \; \frac{\Delta_i}{|\bar{u}_i|} \right), \quad i = 1,2,3 \, , \tag{9}$$

где

$$|\bar{u}_i| = \sqrt{\Delta_{xi}^2 + \Delta_{yi}^2 + \Delta_i^2} \; ,$$

$$\Delta_{xi} = \begin{vmatrix} \sum\limits_{i=1}^{n} \omega_{xi} \cdot \omega_{yi} & \sum\limits_{i=1}^{n} \omega_{xi} \cdot \omega_{zi} \\ \sum\limits_{i=1}^{n} \omega_{yi}^{\ 2} - \lambda_i & \sum\limits_{i=1}^{n} \omega_{yi} \cdot \omega_{zi} \end{vmatrix}, \quad \Delta_{yi} = \begin{vmatrix} \sum\limits_{i=1}^{n} \omega_{xi} \cdot \omega_{zi} & \sum\limits_{i=1}^{n} \omega_{xi}^{\ 2} - \lambda_i \\ \sum\limits_{i=1}^{n} \omega_{yi} \cdot \omega_{zi} & \sum\limits_{i=1}^{n} \omega_{yi} \cdot \omega_{xi} \end{vmatrix},$$

$$\Delta_i = \begin{vmatrix} \sum\limits_{i=1}^{n} \omega_{xi}^2 - \lambda_i & \sum\limits_{i=1}^{n} \omega_{xi} \cdot \omega_{yi} \\ \sum\limits_{i=1}^{n} \omega_{yi} \cdot \omega_{xi} & \sum\limits_{i=1}^{n} \omega_{yi}^2 - \lambda_i \end{vmatrix}. \tag{10}$$

Орты $\bar{e}_i'$ (9) суть три взаимно ортогональных единичных вектора в пространстве. Они удовлетворяют условию

$$\bar{e}_i' \cdot \bar{e}_j' = \begin{cases} 1, & если \quad i = j, \\ 0, & если \quad i \neq j, \quad i, j = 1,2,3 \end{cases}$$

и определяют ориентировку, положение в пространстве средней естественной отдельности. В направлениях этих ортов интенсивности трещиноватости вычисляются по формуле (3) и принимают значения $L(\bar{e}_1')$, $L(\bar{e}_2')$, $L(\bar{e}_3')$.

Тогда средняя естественная отдельность представляет прямоугольный параллелепипед в пространстве (см. рис.), построенный на векторах

$$\bar{a} = \bar{e}_1' / L(\bar{e}_1'), \quad \bar{в} = \bar{e}_2' / L(\bar{e}_2'), \quad \bar{c} = \bar{e}_3' / L(\bar{e}_3'), \tag{11}$$

которые наряду с ортами (9) также определяют ориентировку отдельности в пространстве, а модули векторов (11) и ее линейные размеры

$$|\bar{a}| = 1 / L(\bar{e}_1'), \quad |\bar{в}| = 1 / L(\bar{e}_2'), \quad |\bar{c}| = 1 / L(\bar{e}_3'). \tag{12}$$

Модуль смешанного произведения векторов (11) равен объему построенного на этих векторах параллелепипеда и, следовательно, блочность массива горных пород, характеризующегося развитием любого количества систем трещин, равна

$$\vartheta = |(\bar{a} \cdot \bar{в} \cdot \bar{c})| = |\bar{a}| \cdot |\bar{в}| \cdot |\bar{c}| = 1 / L(\bar{e}_1') \cdot L(\bar{e}_2') \cdot L(\bar{e}_3'). \tag{13}$$

Наряду с разработанными показателями раздробленности массива горных пород (9), (11) – (13), могут быть полезны теории и практике физике горных пород и строительного материаловедения следующие показатели:

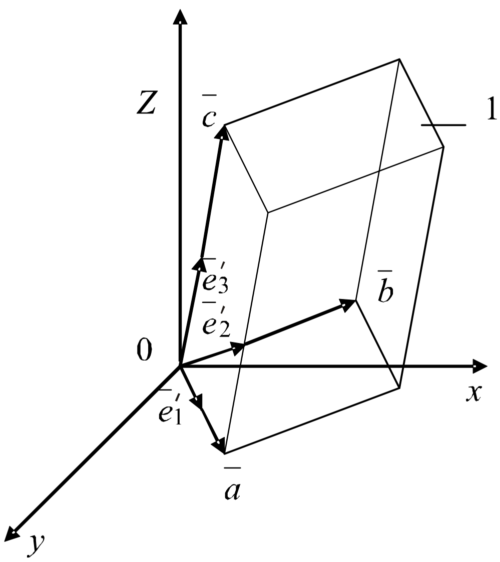
$$[L] = \left(L(\bar{e}_1') + L(\bar{e}_2') + L(\bar{e}_3')\right) / 3 \tag{14}$$

– средняя интенсивность трещиноватости массива горных пород;

$$S = 3 / \left(L(\bar{e}_1') \cdot L(\bar{e}_2') + L(\bar{e}_1') \cdot L(\bar{e}_3') + L(\bar{e}_2') \cdot L(\bar{e}_3')\right) \tag{15}$$

– средняя площадь сечения средней естественной отдельности.

Таким образом, тензоро-вероятностное моделирование анизотропии интенсивности трещиноватости (3) и ее среднеквадратичных значений (7), (6) позволило определить следующие показатели раздробленности массива горных пород при развитии в нем любого количества систем трещин: форму, ориентировку в пространстве (9), (11) и размеры (12) средней естественной отдельности (см. рис.); блочность массива горных пород



Форма, ориентировка в пространстве и размеры средней естественной отдельности (1) массива горных пород

(13); среднюю интенсивность трещиноватости массива горных пород (14); среднюю площадь сечения средней естественной отдельности (15).

Разработанные показатели раздробленности массива горных пород (9), (11) – (15) представляют полученную за счет математического моделирования дополнительную информацию, которая и обеспечивает эффективность проведенного математического моделирования.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Казикаев Д.М.* Методические рекомендации по изучению трещиноватости массива скальных пород для решения задач механики горных пород/ Д.М. Казикаев, Г.И. Чухлов. – Белгород: Изд-во ВИОГЕМ, 1976. – 59 с.

2. *Рац М.В.* Трещиноватость и свойства трещиноватости гонных пород/ М.В. Рац, С.Н. Чернышев. – М.: Недра, 1970. – 160 с.

3. *Редькин Г.М.* Стохастическое моделирование трещиноватости массива горных пород/ Г.М. Редькин// Системы обработки информации: Сб. научн. тр. – Харьков: НАНУ, ПАНМ, ХВУ, 2001. – Вып. 6(16) – С. 234 – 238.

4. *Редькин Г.М.* Математическое моделирование трещиноватости массива горных пород/ Г.М. Редькин// Известия вузов. Северо-Кавказский регион. Технические науки. 2005. - №4. – С. 79-82.

5. *Редькин Г.М.* Нестационарное анизотропное математическое моделирование неоднородностей систем минерального сырья/ Г.М. Редькин. – М.: Изд-во Ассоциации строительных вузов, 2007. – 500 с. ГИАБ

Коротко об авторе

Редькин Г.М. – кандидат технических наук, доцент, зам. заведующего кафедрой прикладной математики, Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова, E-mail: rector@intbel.ru

РУКОПИСИ, ДЕПОНИРОВАННЫЕ В ИЗДАТЕЛЬСТВЕ МОСКОВСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО ГОРНОГО УНИВЕРСИТЕТА

Пономарев В.П., Скачкова Е.С. Концепция формирования эффективного спроса тепловых электростанций на угольное топливо (724/12-09 от 23.09.09) 5 с.

Обоснована новая экономическая категория, названная эффективным спросом тепловых электростанций на угольное топливо. Концепция его формирования состоит в обеспечении конкурентоспособного предложения электроэнергии угольной генерации при достижении общего баланса интересов между государством и субъектами экономических отношений, участвующими в развитии тепловой электроэнергетики.

Ключевые слова: эффективный спрос, предложение, угольное топливо, электроэнергия, угольная генерация.

The article contains the description of a new economic category called the effective demand of thermoelectric power stations for coal fuel. The conception of its formation lies in providing competitive coal-generated electricity supply when achieving the balance between the interests of the state and the subjects of economic relations, which take part in development of thermal power industry.

Key words: effective demand, supply, coal fuel, elecricity, coal generation.