© Г.А. Янченко, 2009

УДК 622.23.02(045)

Г.А. Янченко

О ПОВЫШЕНИИ ТОЧНОСТИ И ИНФОРМАТИВНОСТИ ЭКСПЕРИМЕНТОВ ПО ОПРЕДЕЛЕНИЮ ТЕМПЕРАТУРНЫХ КОЭФФИЦИЕНТОВ ЛИНЕЙНОГО РАСШИРЕНИЯ ГОРНЫХ ПОРОД

Семинар № 3

Как известно, ***температурный коэффициент линейного расширения*** β равен относительному изменению линейного размера тела в рассматриваемом направлении при изменении температуры T тела на 1 K (1 ^{0}С) от принятой за начальную, а ***температурный коэффициент объёмного расширения*** $\beta_{об}$ равен относительному изменению объёма тела при изменении его температуры тела на 1 K (1 ^{0}С) от принятой за начальную. Эти коэффициенты бывают ***истинные,*** то есть при данной T, и ***средние*** в рассматриваемом диапазоне температур от $T_н$ до $T_к$, где $T_н$, $T_к$ – начальная и конечная температуры температурного диапазона, K.

Соответственно первые коэффициенты определяются как:

$$\beta = \frac{1}{l_н}\left(\frac{\partial l}{\partial T}\right)_P \quad и \quad \beta_{об} = \frac{1}{V_н}\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P \tag{1}$$

а вторые:

$$\beta(T_н ... T_к) = \frac{1}{l_н}\left(\frac{l_к - l_н}{T_к - T_н}\right)_P \tag{2}$$

$$и \quad \beta_{об}(T_н ... T_к) = \frac{1}{V_н}\left(\frac{V_к - V_н}{T_к - T_н}\right)_P$$

где $l_н, V_н, l_к, V_к$ – длина, $м$, тела в рассматриваемом направлении и его объём, $м^3$, при температуре соответственно $T_н$ и $T_к$.

Из (1) и (2) следует, что β ($\beta_{об}$) - это температурный коэффициент, численно оценивающий ***относительное*** линейное (объёмное) расширение тел при их нагревании на 1 K (1 ^{0}С) при данной температуре, а $\beta(T_н ... T_к)$ $\beta_{об}(T_н ... T_к)$ – это температурный коэффициент численно оценивающий ***среднее относительное*** линейное (объёмное) расширение тел при их нагревании на 1 K (1 ^{0}С) в пределах диапазона температур от $T_н$ до $T_к$.

В связи с тем, что температурные интервалы в ***абсолютной термодинамической температурной шкале*** и в ***термодинамической шкале температур Цельсия*** одинаковы, то есть $\Delta T = 1\,K = \Delta t = 1\,^0C$, то (1) и (2) могут быть также записаны в виде:

$$\beta = \frac{1}{l_н}\left(\frac{\partial l}{\partial t}\right)_P \quad и \quad \beta_{об} = \frac{1}{V_н}\left(\frac{\partial V}{\partial t}\right)_P \tag{3}$$

$$\beta(t_н ... t_к) = \frac{1}{l_н} \cdot \frac{l_к - l_н}{t_к - t_н}, \tag{4}$$

$$и \quad \beta_{об}(t_н ... t_к) = \frac{1}{V_н} \cdot \frac{V_к - V_н}{t_к - t_н}$$

Обе температурные шкалы абсолютно равноправны и использование их на практике диктуется только соображениями удобств.

Раздел физики и измерительной техники, изучающий влияния внешних воздействий (температура, давление, электрические и магнитные поля, ионизирующие излучения и так далее) на изменение размеров тел называется ***дила-***

тометрией (от латинского *dilato* – расширяю и греческого *metreo* – измеряю). В основном дилатометрия изучает температурное расширение тел и его различные аномалии при фазовых переходах. Приборы и установки, применяемые для изучения этих процессов, получили название ***дилатометров.***

К настоящему времени для определения величин β, $\beta\left(T_н ... T_к\right)$, $\beta_{об}$ и $\beta_{об}\left(T_н ... T_к\right)$ предложено несколько методов и соответственно дилатометров. Их принципиальное различие заключается только в методах измерения деформаций образцов при соответствующих внешних воздействиях.

Конструкции дилатометров обычно предусматривают возможность варьирования внешним воздействием на образец. При этом особое внимание уделяют учёту изменения размеров тел, передающих деформации образцов на датчики перемещения (в технической литературе они получили название «***толкатели***»), при воздействии на образцы физическими полями, приводящими к деформации этих толкателей. В качестве материала, из которого изготавливаются эти толкатели, очень часто используется плавленый кварц. Такие дилатометры образуют группу ***кварцевых дилатометров.*** Соответственно в этих дилатометрах β веществ измеряется относительно температурных деформаций плавленого кварца.

Плавленый кварц в дилатометрах был выбран в связи с тем, что его $\beta\cdot$ более чем на порядок меньше $\beta\cdot$ абсолютного большинства твёрдых веществ Кварцевые дилатометры используются в широком диапазоне температур от $T \approx 20\ K$ до $T \approx 1200\ K$. Температурная область применения этих дилатометров ограничена свойствами плавленого кварца. При $T < 20\ K$ $\beta\cdot$ плавленого кварца становится сравнимым с $\beta\cdot$ других твёрдых веществ, а при $T > 1200\ K$ плавленый кварц уже размягчается.

Кварцевые дилатометры нашли широкое применение, как для лабораторных, так и промышленных исследований температурного расширения горных пород. Это объясняется следующими причинами:

- конструкции дилатометров достаточно просты для изготовления;
- исследуемые образцы не требуют тщательной обработки; их форма может быть произвольной, основное требование к образцам – наличие двух плоскопараллельных плоскостей;
- дилатометры обеспечивают достаточную чувствительность к удлинению, чтобы надёжно проводить измерения вплоть до $T \approx 20\ K$

Точность определения β и $\beta_{об}$ зависит не только от точности замеров температуры и температурных деформаций образцов твёрдых тел, а и от величины температурного интервала ΔT в пределах которого эти коэффициенты определяются. Согласно [1], если β и $\beta_{об}$ изучаются при температурах ниже температуры Дебая $T_Д$, то ΔT не должны превышать $10\ K$. Если же эксперименты проводятся при $T_Д < T < 2T_Д$, то ΔT, в которых изучаются β и $\beta_{об}$, могут быть достаточно большими, в пределах $\Delta T \approx 50\ K$. При $T > 2T_Д$ увеличивается ангармонизм тепловых колебаний частиц в узлах кристаллических решёток твёрдых тел, что приводит к усилению температурной зависимости теплоёмкости и коэффициентов теплового расширения. В связи с этим температурные интервалы при определении β и $\beta_{об}$ должны быть максимально уменьшены.

Следует иметь в виду, что в технических расчётах в абсолютном большинстве случаев используются средние температурные коэффициенты линейного и объёмного расширения в соответствующем рассматриваемом процессе, поэтому все экспериментальные исследования проводятся таким образом, чтобы на их основе можно было бы получить величины этих коэффициентов в пределах необходимого температурного интервала.

При исследовании величин β и $\beta\left(T_н ... T_к\right)$ горных пород в лабораторных условиях наиболее широко применяется кварцевый дилатометр, состоящий из трубчатого нагревателя, в котором размещается образец породы, зажатый между двумя стержнями из плавленого кварца.

Один из стержней плавленого кварца упирается в неподвижную опору, что позволяет ему передавать свои абсолютные продольные температурные деформации только образцу породы. Второй стержень плавленого кварца прижимается к образцу породы при помощи пружины и поэтому может перемещаться в продольном направлении, то есть этот стержень является толкателем. Возможность перемещения этого стержня в продольном направлении позволяет ему передавать абсолютные температурные деформации Δl всей системы «кварцевый стержень - образец породы – кварцевый стержень», то есть $\Delta l_{\Sigma}(T_н ... T_i)$, где $T_н$ - начальная температура исследуемого температурного диапазона в эксперименте, обычно при проведении экспериментов в лаборатории $T_н \approx 290...295$ K; T_i– текущая температура, при которой определяются температурные деформации системы «кварцевый стержень - образец породы – кварцевый стержень» при её нагреве от $T_н$ до $T_н \leq T_к$; $T_к$ - конечная температура исследуемого температурного диапазона в эксперименте, датчику перемещения.

Таким образом, в этой конструкции дилатометра датчик перемещения фиксирует абсолютные температурные деформации двух кварцевых стержней (неподвижного и толкателя) и образца породы. Если нет необходимости в большой точности замера β и $\beta\left(T_н ... T_i\right)$ исследуемой горной породы, то температурными деформациями кварцевых стержней можно пренебречь. При той длине участков этих стержней, которые находятся вместе с образцом в трубчатом нагревателе погрешность определения β и $\beta\left(T_н ... T_i\right)$ породы обычно не превышает 10 %. Такая точность в принципе вполне приемлема для использования в практических расчётах процессов горного производства.

Для получения более точных данных необходимо уже учитывать температурные деформации обоих кварцевых стержней. Точно оценить их при использовании приведённых в технической литературе, например [1], данных о величинах истинных температурных коэффициентах линейного расширения плавленого кварца довольно сложно, так как трудно определить среднюю температуру нагретых участков стержней. Часть этих участков находится внутри трубчатого нагревателя и имеет температуру близкую к температуре образца породы, а часть находится вне нагревателя и их температура, по мере удаления от нагревателя, постепенно уменьшается, приближаясь к температуре воздуха в лаборатории.

Для экспериментального определения температурных деформаций кварцевых стержней необходимо сделать образец из плавленого кварца длиной равной длине образцов исследуемой горной породы. Затем с тем же темпом нагрева, при котором планируется определять β и $\beta\left(T_н ... T_i\right)$ исследуемой горной породы, и при тех же температурах T_i в пределах всего запланированного температурного диапазона, от начальной температуры $T_н$ до конечной $T_к$ (это обеспечит практически одинаковую среднюю температуру прогрева кварцевых стержней в экспериментах с образцами из исследуемой породы и плавленого кварца), определяются суммарные температурные деформации системы «кварцевый стержень - образец плавленого кварца – кварцевый стержень» от $T_н$ до каждой температуры T_i, то есть $\Delta l'_{\Sigma}(T_н...T_i)$. Далее, используя данные о величинах истинного температурного коэффициента линейного расширения плавленого кварца для каждого диапазона температур от $T_н$ до T_i определяются абсолютные температурные деформации кварцевых стержней $\Delta l_{к.с.}(T_н...T_i)$:

$$\Delta l_{к.с.}(T_н...T_i) = \Delta l'_{\Sigma}(T_н...T_i) - -l_н \int_{T_н}^{T_i} \beta_{п.к.}(T)dT, \quad (5)$$

где $\beta_{п.к.}(T)$ - зависимость истинного температурного коэффициента линейного расширения плавленого кварца от температуры нагрева.

Соответственно зависимость $\beta_{п.к.}(T)$ должна быть определена во всём температурном диапазоне от начальной $T_н$ до конечной $T_к$.

Обработка приведённых в [1] экспериментальных данных, показала, что зависимость $\beta_{п.к.}(T)$ в диапазоне температур от $T_н = 260\,K$ до $T_к = 1000\,K$ очень хорошо (корреляционное отношение r = 0,998) *аппроксимируется* полиномом третьей степени, который легко поддаётся интегрированию:

$$\beta_{п.к.} \cdot 10^7 = -9,7816 + 0,07708T - -0,0001144T^2 + 5,10455 \cdot 10^{-8} T^3, \quad (6)$$

где $[T] = K$; $\left[\beta_{п.к.}\right] = 1/K$.

Соответственно, абсолютные температурные деформации образца исследуемой горной породы в пределах температурного интервала от $T_н$ до T_i будут:

$$\Delta l(T_н...T_i) = \Delta l_{\Sigma}(T_н...T_i) - -\Delta l_{к.с.}(T_н...T_i). \quad (7)$$

Если в результате обработки экспериментальных данных по величинам абсолютных температурных деформаций кварцевых стержней удаётся получить точное дифференцируемое уравнение регрессии, описывающее в диапазоне температур от $T_н$ до $T_к$ зависимость этих де формаций от температуры нагрева T, то есть $\Delta l_{к.с.}(T_н...T_i)$ = $f(T)$, то в принципе отпадает необходимость эксперименты с образцом из плавленого кварца проводить точно при тех же температурах T_i, что и с образцами из исследуемой горной породы. При наличии такого уравнения для каждой T_i величины $\Delta l_{к.с.}(T_н...T_i)$ могут быть рассчитаны. Однако здесь надо иметь в виду, что во всех случаях величина начальной температуры $T_н$ должна быть если не одинаковой, то очень близкой.

В ходе экспериментов по определению величин β и $\beta\left(T_н...T_i\right)$ горных пород наибольшей информативностью обладают результаты замеров абсолютных температурных деформаций образцов $\Delta l(T_н...T_i)$ при температурах T_i. В ходе обработки этих результатов по соответствующим методикам могут быть получены все необходимые данные.

Наиболее часто для обработки этих экспериментальных данных используется следующая методика. Для каждого температурного интервала $T_{i-1}...T_i$ определяются сначала абсолютные температурные деформации образца исследуемой породы, то есть его удлинения при изменении температуры от начальной температуры рассматриваемого температурного интервала T_{i-1} до конечной температуры этого интервала T_i,

$\Delta l(T_{i-1}...T_i) = \Delta l(T_н...T_i) - \Delta l(T_н...T_{i-1})$, а затем относительные температурные деформации этого образца в пределах этих температурных интервалов $\Delta l(T_н...T_i)/l_н$. В идеале при расчёте относительных температурных деформаций вместо $l_н$ в принципе необходимо использовать $l_н + \Delta l(T_н...T_i)$. Однако это практически не повышает точность определения относительных температурных деформаций, так как величины $l_н$ и $\Delta l(T_н...T_i)$ различаются на 3–4 порядка. Поэтому в расчётах температурных коэффициентов линейного расширения горных пород, да и других твёрдых веществ используют исключительно $l_н$.

Далее определяют величины средних температурных коэффициентов линейного расширения породы в пределах температурных интервалов $T_{i-1}...T_i$:

$$\beta(T_{i-1}...T_i) = \frac{\Delta l(T_{i-1}...T_i)}{(T_i - T_{i-1})l_н}. \qquad (8)$$

Величины $\beta(T_{i-1}...T_i)$ относят к средней температурам рассмотренных температурных интервалов $\overline{T}_{i-1...i} = 0,5(T_{i-1} + T_i)$ и *условно принимают* эти $\beta(T_{i-1}...T_i)$ за истинные температурные коэффициенты линейного расширения породы при $T = \overline{T}_{i-1...i}$. Совокупность $\beta(T_{i-1}...T_i)$ в пределах всего исследованного температурного интервала $T_н...T_к$ даёт температурную зависимость истинного температурного коэффициента линейного расширения исследованной породы. Соответственно чем больше величины $T_i - T_{i-1}$, тем больше возникает погрешность такого определения истинного температурного коэффициента линейного расширения породы в пределах рассмотренного температурного интервала $T_н...T_к$ по данной методике.

Температурную зависимость $\beta(T_{i-1}...T_i)$ = $f(T = \overline{T}_{i-1...i})$ для горных пород представляют обычно либо в графическом виде, либо в табличной форме, так как у многих из них, например кварцсодержащих, эта зависимость имеет довольно сложный вид. Попытка, например, в работе [2] точно описать эту зависимость у гнейса даже полиномом пятой степени оказалась неудачной. Связано это с тем, что при $T \approx 583\ ^0C$ кварцсодержащие породы имеют чёткий максимум истинного температурного коэффициента линейного расширения, связанного с полиморфным превращением низкотемпературного α-кварца в высокотемпературный β-кварц.

В ряде случаев относительно точную зависимость истинного температурного коэффициента линейного расширения горных пород β от температуры T можно получить, если принять во внимание, что зависимость абсолютного удлинения образца породы $\Delta l(T_н...T_i)$ от температуры $T = T_i$ в пределах исследуемого температурного интервала от $T_н \approx 290...295\,K$ до $T_к \approx 900...1100\,K$ имеет монотонный характер, то есть не имеет точек экстремума [2]. Как показывают исследования, эту зависимость для абсолютного большинства горных пород довольно точно может быть описана довольно простыми дифференцируемыми уравнениями регрессии $\Delta l(T_н...T) = f(T)$. Продифференцировав эти выражения по T и разделив полученные при этом результат на $l_н$, получим температурную зависимость $\beta(T)$ в виде следующего выражения:

$$\beta(T) = \frac{1}{l_н}\left\{\frac{\partial\left[\Delta l(T_н...T)\right]}{\partial T}\right\}. \qquad (9)$$

Соответственно точность определения β по формуле (9) определяется точностью уравнения регрессии $\Delta l(T_н ... T) = f(T)$.

Получить температурную зависимость среднего температурного коэффициента линейного расширения породы $\beta(T_н ... T)$ в диапазоне исследованного температурного интервала можно двумя способами.

Если температурная зависимость истинного температурного коэффициента линейного расширения породы $\beta(T)$ можно описать элементарно интегрируемым аналитическим выражением, то зависимость $\beta(T_н ... T)$ определяется как:

$$\beta(T_н ... T) = \frac{1}{T - T_н} \int_{T_н}^{T} \beta(T) dT . \qquad (10)$$

Если в полученную зависимость $\beta(T_н ... T)$ вместо текущей температуры T подставить любую конкретную температуру $T_н < T' \leq T_к$, то получим средний температурный коэффициент линейного расширения породы в диапазоне температур от $T_н$ до T', то есть $\beta(T_н ... T')$.

Зависимость $\beta(T_н ... T)$ можно также получить в результате обработки экспериментальных данных следующим способом. Для этого для каждого температурного интервала $T_н - T_i$ необходимо определить относительные удлинения образца породы в пределах каждого интервала температур от $T_н$ до T_i, то есть $\Delta l(T_н ... T_i) / l_н$. Если полученные данные разделить на величину каждого из этих интервалов $T_н - T_i$, то это даст средний температурный коэффициент линейного расширения породы в каждом из этих температурных интервалов. Полученные данные могут быть представлены как в табличной, так и в графической форме, а также в виде соответствующего уравнения регрессии. Для практического использования последнее наиболее предпочтительно, так как позволяет довольно легко и точно определять величины средних температурных коэффициентов линейного расширения породы в диапазоне температур от $T_н$ до любой температуры $T' \leq T_к$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Новикова С.И.* Тепловое расширение твёрдых тел. – М.: Наука, 1974. – 294 с.

2. *Янченко Г.А.* Результаты исследования теплофизических свойств гнейса и амфиболита в температурных полях // Горный информ. - аналит. бюлл. - М.: Изд-во МГГУ, 2005. - № 6. - С. 111 - 114. ГИАБ

Коротко об авторе

Янченко Г.А. – профессор, доктор технических наук, кафедра «Физика горных пород и процессов» Московского государственного горного университета.

Доклад рекомендован к опубликованию семинаром № 3 симпозиума «Неделя горняка-2008». Рецензент д-р техн. наук, проф. *С.А. Гончаров.*