

УДК 622.02

**А.В. Дугарцыренов, Е.Л. Бельченко**

## **О ТЕПЛОИЗОЛЯЦИИ СКЛАДОВ-ОТВАЛОВ ПРИ РАЗРАБОТКЕ РОССЫПНЫХ МЕСТОРОЖДЕНИЙ**

**О**дна из важных задач разработки аллювиальных золотоносных пород в районах многолетнемерзлых пород (Якутия, Чукотка, Магаданская обл.) – обеспечение более раннего (с момента наступления положительных температур) начала промывочного сезона.

Отрицательная температура воздуха, например, в районе Билибинского ГОКа устанавливается в начале сентября, далее температура воздуха  $T_b$  понижается, в зимние месяцы (декабрь, январь, февраль) температура  $T_b$  удерживается на уровне  $-30 \dots -40 \text{ }^\circ\text{C}$ , далее она начинает повышаться и в третьей декаде мая становится положительной.

Из сказанного следует, что с конца мая можно начинать промывочный сезон, если к этому времени будут подготовлены оттаявшие аллювиальные породы.

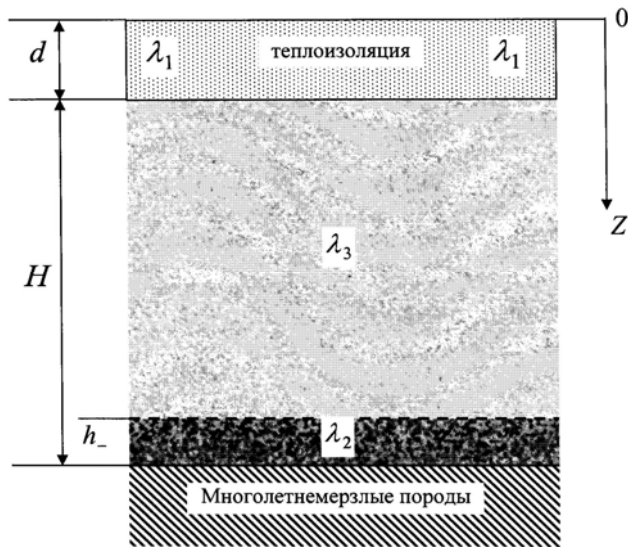
Технически это возможно осуществить, если оттаявшие за предыдущий летний период золотоносные аллювиальные породы с помощью бульдозеров заскладевать в специальные склады-отвалы, которые затем укрывают теплоизоляционным покрытием.

Для обоснования экономической целесообразности такой технологии необходимо определить толщину теплоизоляционного покрытия, достаточную для того, чтобы заскладеиро-

ванные талые аллювиальные породы не смерзли в зимний период.

Для решения задачи о полном предотвращении промерзания талых пород склада-отвала необходимо решить дифференциальные уравнения теплопроводности для материала теплоизоляционного покрытия и для талых аллювиальных золотоносных пород, так как их сохранность в талом состоянии должна, исходя из технико-экономических соображений, оставаться довольно длительное время (восемь месяцев: с 1.10 по 31.05; из них девяносто дней при  $T_b = -30 \div 40 \text{ }^\circ\text{C}$ ).

Рассмотрим следующую тепловую модель (рис. 1): полупространство покрыто теплоизоляционным слоем толщиной  $d$  с теплопроводностью  $\lambda_1$ . Для полного предотвращения промерзания необходимо, чтобы даже в самые сильные морозы породы склада-отвала оставались талыми, т.е.  $d$  и  $\lambda_1$  должны быть такими, чтобы на границе  $z = d$  температура не понижалась ниже  $0 \text{ }^\circ\text{C}$  ( $T_\phi$ ). Предполагаем, что при высоте склада-отвала, равной  $H$  на момент создания, на его поверхности температура будет положительной и величина  $H$  достаточно большая, чтобы исключить влияние отрицательной температуры основания, находящегося на многолетнемерзлых породах, температура кото-



**Рис. 1. Схема к расчету толщины теплоизоляционного покрытия при полном предотвращении промерзания**

рых равна  $-6^{\circ}\text{C}$  ( $T_0$ ), т.е. считаем, что  $H \rightarrow \infty$ . Отметим, что теплоизоляция складов-отвалов от основания трудноосуществима, поэтому промерзание отвала снизу на величину  $h_-$  неизбежно.

В задаче Стефана [1] при рассмотрении промерзания массива горных пород можно выделить мерзлую и талые зоны с движущейся границей их раздела, на которой сохраняется постоянная температура (температура фазового перехода). При этом толщина промерзшего слоя непрерывно увеличивается. В данной задаче имеет место аналогичная ситуация, так как здесь необходимо определить такую толщину теплоизоляционного покрытия при котором температура на ее нижней границе (на контакте с поверхностью склада-отвала) остается постоянной и равной температуре фазового перехода. Поэтому формально представим, что данная граница перемещается вниз по талой зоне по мере увеличения толщины теплоизоляционного покрытия при отсутствии фазового перехода.

Поскольку мерзлая зона (индекс 2) на контакте с теплоизоляционным покрытием отсутствует, система уравнений теплопроводности для покрытия (индекс 1) и талой (индекс 3) зон с границей их раздела на глубине  $d$  представима в виде

$$\frac{\partial T_1(z,t)}{\partial t} = a_1 \frac{\partial^2 T_1(z,t)}{\partial z^2}, \quad (1)$$

$$(t > 0; 0 < z < d)$$

$$\frac{\partial T_3(z,t)}{\partial t} = a_3 \frac{\partial^2 T_3(z,t)}{\partial z^2} \quad (t > 0; d < z < \infty), \quad (2)$$

при начальном

$$T_3(x,0) = T_0 \quad (3)$$

и граничных условиях

$$T_1(0,t) = T_b, \quad (4)$$

$$T_1(d,t) = T_3(d,t) = T_\phi = \text{const}, \quad (5)$$

$$\lambda_1 \frac{\partial T_1(d,t)}{\partial z} = \lambda_3 \frac{\partial T_3(d,t)}{\partial z}. \quad (6)$$

Решения уравнений (1) и (2) ищем в виде

$$T_1(z,t) = A_1 + B_1 \cdot \text{erf} \left( \frac{z}{2\sqrt{a_1 t}} \right); \quad (7)$$

$$T_3(z,t) = A_3 + B_3 \cdot \text{erf} \left( \frac{z}{2\sqrt{a_3 t}} \right). \quad (8)$$

Из граничного условия (4) и выражения (7) находим

$$T_1(0,t) = A_1 + B_1 \text{erf} 0 = T_b \Rightarrow A_1 = T_b.$$

Следовательно

$$T_1(z,t) = T_b + B_1 \cdot \text{erf} \left( \frac{z}{2\sqrt{a_1 t}} \right). \quad (9)$$

Используя начальное условие (3), получим

$$T_3(z, 0) = A_3 + B_3 \operatorname{erf} \infty = T_0 \Rightarrow A_3 = T_0 - B_3. \quad (10)$$

Отсюда

$$\begin{aligned} T_3(z, t) &= T_0 - B_3 + B_3 \cdot \operatorname{erf} \left( \frac{z}{2\sqrt{a_3 t}} \right) = \\ &= T_0 - B_3 \cdot \operatorname{erfc} \left( \frac{z}{2\sqrt{a_3 t}} \right) \end{aligned} \quad (11)$$

Граничное условие (5) с учетом (10) и (11) запишется в виде

$$T_1(d, t) = T_b + B_1 \cdot \operatorname{erf} \left( \frac{d}{2\sqrt{a_1 t}} \right) = T_\phi; \quad (12)$$

$$T_3(d, t) = T_0 - B_3 \cdot \operatorname{erfc} \left( \frac{d}{2\sqrt{a_3 t}} \right) = T_\phi. \quad (13)$$

Поскольку величины  $T_b, T_\phi, T_0, a_1, a_3, B_1, B_3, d$  являются некоторыми постоянными, то уравнения (12) и (13) удовлетворяются только при выполнении условия

$$\frac{d}{\sqrt{t}} = \operatorname{const} = \alpha \quad (14)$$

или

$$d = \alpha \sqrt{t}, \quad (15)$$

где  $\alpha$  - коэффициент пропорциональности, характеризующий «скорость» кажущегося перемещения основания теплоизоляционного покрытия.

Подставляя (15) в (12) и (13), имеем

$$T_1(d, t) = T_b + B_1 \cdot \operatorname{erf} \left( \frac{\alpha}{2\sqrt{a_1}} \right) = T_\phi; \quad (16)$$

$$T_3(d, t) = T_0 - B_3 \cdot \operatorname{erfc} \left( \frac{\alpha}{2\sqrt{a_3}} \right) = T_\phi. \quad (17)$$

Из уравнений (16) и (17) находим

$$B_1 = \frac{T_\phi - T_b}{\operatorname{erf} \left( \frac{\alpha}{2\sqrt{a_1}} \right)}; \quad (18)$$

$$B_3 = \frac{T_0 - T_\phi}{\operatorname{erfc} \left( \frac{\alpha}{2\sqrt{a_3}} \right)}. \quad (19)$$

Тогда распределение температуры в покрытии и талой породе определяется соотношениями

$$T_1(z, t) = T_b + \frac{T_\phi - T_b}{\operatorname{erf} \left( \frac{\alpha}{2\sqrt{a_1}} \right)} \cdot \operatorname{erf} \left( \frac{z}{2\sqrt{a_1 t}} \right). \quad (20)$$

$$T_3(z, t) = T_0 - \frac{T_0 - T_\phi}{\operatorname{erfc} \left( \frac{\alpha}{2\sqrt{a_3}} \right)} \cdot \operatorname{erfc} \left( \frac{z}{2\sqrt{a_3 t}} \right). \quad (21)$$

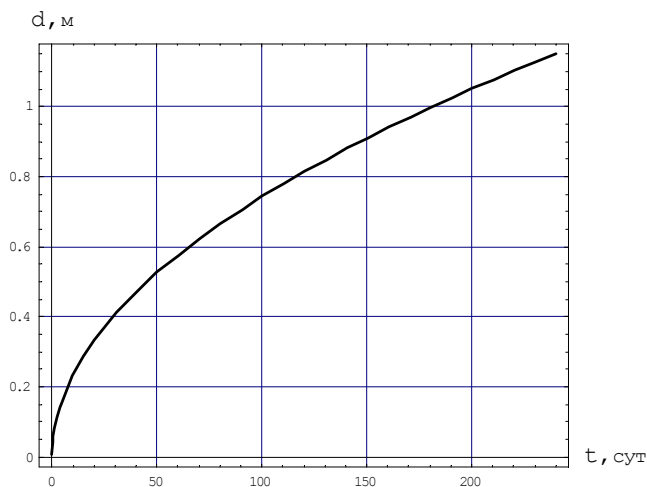
Дифференцируя выражения (20) и (21) и подставляя соответствующие производные в граничное условие (6), имеем

$$\begin{aligned} \lambda_1 \cdot \frac{1}{\sqrt{a_1}} \cdot \frac{T_\phi - T_b}{\operatorname{erf} \left( \frac{\alpha}{2\sqrt{a_1}} \right)} \exp \left( \frac{\alpha^2}{4a_1} \right) = \\ = \lambda_3 \cdot \frac{1}{\sqrt{a_3}} \cdot \frac{T_0 - T_\phi}{\operatorname{erfc} \left( \frac{\alpha}{2\sqrt{a_3}} \right)} \exp \left( \frac{\alpha^2}{4a_1} \right) \end{aligned} \quad (22)$$

Полученное уравнение позволяет определить коэффициент  $\alpha$  и соответственно необходимую толщину теплоизоляционного покрытия при заданном времени стояния склада-отвала. Трансцендентное уравнение (22) достаточно сложное и неудобное для исследования влияния на величину  $\alpha$  различных параметров, поэтому представляется целесообразным определение явного приближенного выражения для коэффициента  $\alpha$ .

Разлагая комплексы трансцендентных функций в ряд и учитывая быструю сходимость этих рядов, получим

$$\frac{\exp \left( -\frac{\alpha^2}{4a_1} \right)}{\operatorname{erf} \left( \frac{\alpha}{2\sqrt{a_1}} \right)} = \frac{\sqrt{\pi a_1}}{\alpha} - \frac{\sqrt{\pi} \alpha}{6\sqrt{a_1}}; \quad (23)$$



**Рис. 2. Зависимость толщины теплоизоляционного покрытия от времени стояния склада-отвала при полном отсутствии промерзания**

Отсюда окончательно получим

$$\alpha = \frac{C_2 - \sqrt{C_2^2 - 4A \cdot C_1 \sqrt{\pi a_1}}}{2A}. \quad (26)$$

Зависимость толщины теплоизоляционного покрытия от времени стояния склада-отвала для условий Билибинского ГОКа, полученная по формулам (15) и (26), представлена на рис. 2.

В частности при времени стояния, равном 8 месяцам при температуре внешней среды  $T_b = 243\text{K} (-30^\circ\text{C})$ , величина  $d$  равна 1,1502 м. Таким образом, следует отметить, что полное предотвращение промерзания при теплоизоляции складов-отвалов, экономически нецелесообразно.

В связи с этим, выбор толщины теплоизоляционного покрытия следует проводить при условии неполного промерзания складов-отвалов, тем более при наличии современных рыхлителей глубина промерзания может быть достаточно большой.

$$\frac{\exp\left(-\frac{\alpha^2}{4a_1}\right)}{\operatorname{erfc}\left(\frac{\alpha}{2\sqrt{a_1}}\right)} = 1 + \frac{\alpha}{\sqrt{\pi a_2}}. \quad (24)$$

С учетом найденных разложений сведем уравнение (22) к квадратному:

$$A\alpha^2 - C_2\alpha + C_1\sqrt{\pi a_1}, \quad (25)$$

$$\text{где } C_1 = \lambda_1 \cdot \frac{1}{\sqrt{a_1}} \cdot (T_\phi - T_b);$$

$$C_2 = \lambda_3 \cdot \frac{1}{\sqrt{a_3}} \cdot (T_0 - T_\phi); \quad A = C_2 \frac{1}{\sqrt{\pi a_3}} - C_1 \frac{\sqrt{\pi}}{6\sqrt{a_1}}.$$

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. – М.: Наука, 1972. **ИДБ**

#### Коротко об авторах

Дугарьширенов А.В. – докторант кафедры «Физика горных пород и процессов» Московского государственного горного университета,  
Бельченко Е.Л. – профессор кафедры «Физика горных пород и процессов».

Рецензент д-р техн. наук, проф. О.М. Гридин, Московский государственный горный университет.

