

УДК 51:536.24(571.56)

**В.И. Слепцов**

**ВЛИЯНИЕ ТЕПЛОИЗОЛЯЦИИ ЗА КРЕПЬЮ  
ВЕРТИКАЛЬНОГО СТВОЛА НА НЕСУЩУЮ  
СПОСОБНОСТЬ СВАЙ НАДШАХТНЫХ СООРУЖЕНИЙ  
В УСЛОВИЯХ КРИОЛИТОЗОНЫ**

*Построена математическая модель процесса теплообмена в массиве многолетнемерзлых горных пород в устьевой части вертикального ствола с учетом существования охлаждающих устройств и теплоизоляции за крепью ствола.*

*Ключевые слова: многолетнемерзлые породы, фазовый переход, вертикальный ствол, охлаждающие устройства, теплоизоляция, математическая модель, теплообмен, температурное поле, несущая способность свай.*

**V.I. Slepcev**

**THE INFLUENCE OF THE HEAT  
INSULATION BEHIND THE CASING  
OF THE VERTICAL SHAFT ON THE  
SUPPORTING CAPACITY OF  
POLLINGS OF THE INSTALLATIONS  
ABOVE GROUND IN THE  
CONDITIONS OF THE  
CRYOLITHOZONE**

*The mathematical model of process of heat exchange in a permafrost massif in shaft tops is constructed in view of existence of cooling devices and heat-insulation for shaft support. By results of calculations the conclusion that the increase in thickness heat-insulation for shaft support not always results in increase in piles capacity is made.*

*Key words: permafrost rocks, phase change, vertical shaft, chiller system, heat insulation, mathematical model, heat exchange, thermal field, supporting capacity of pollings.*

**В** нормативных документах по проектированию и расчету оснований фундаментов надшахтных сооружений отсутствуют разделы, учитывающие специфические особенности эксплуатации таких сооружений, заложенных в многолетнемерзлых горных породах. Наиболь-

шую опасность представляют высокольдистые глинистые мерзлые отложения, распространяющиеся на большую глубину, какими являются места заложения вертикальных стволов при разработке алмазных месторождений в Якутии. Такие горные породы при обнажениях обладают высокой устойчивостью, но с повышением температуры прочность их снижается и при достижении температуры таяния льда в горной породе становится неудовлетворительной. Процессы оттаивания-замерзания породного массива в устьевой части вскрываемых выработок могут вызвать необратимые последствия для крепи вертикальных стволов и в основаниях фундаментов шахтных копров:

– снижение прочности и переход пород в пластическое состояние при оттаивании обуславливает неравномерную осадку фундаментов копров;

– проникновение вод в закрепную зону ствола с последующим замерзанием могут вызвать деформации крепи ствола, нарушение технологических зазоров, искривление его оси.

Поэтому мероприятия по сохранению устойчивости устьевых частей

должны быть направлены на сохранение вмещающих пород за все время эксплуатации в мерзлом состоянии. Одними из эффективных способов сохранения породного массива в мерзлом состоянии являются применение охлаждающих устройств (тепловой режим вертикального ствола положителен) и теплоизоляция крепи ствола.

Для оценки несущей способности свай для фундаментов оснований копров необходимо знание температурного поля в местах расположения свай. Для этого необходимо учитывать теплообмен воздуха в стволе и на поверхности при наличии проветриваемого подполья, теплоизоляции крепи ствола, охлаждающих устройств.

Сделаем следующие предположения и допущения:

– зависимость теплофизических свойств от температуры имеет кусочно-постоянный характер,  $\lambda(T)$ ,  $c\rho(T)$  – теплопроводность и объемная теплоемкость горных пород

$$\lambda(T) = \begin{cases} \lambda_-, & \text{если } T < T_f \\ \lambda_+, & \text{если } T > T_f \end{cases},$$

$$c\rho(T) = \begin{cases} c\rho_-, & \text{если } T < T_f \\ c\rho_+, & \text{если } T > T_f \end{cases},$$

где  $\lambda_-, \lambda_+, c\rho_-, c\rho_+$  – теплопроводность и объемная теплоемкость мерзлых и талых горных пород, соответственно, а  $T_f$  – температура фазового перехода горных пород;

– количество охлаждающих устройств достаточно велико и они равномерно располагаются на некотором расстоянии от ствола,  $r_k$  – радиус расположения охлаждающих устройств;

– наличие крепи и теплоизоляции учитывается через термическое сопротивление, то есть приведенный коэффициент теплообмена между

воздухом в стволе и массивом горных пород имеет вид [1]

$$\bar{\alpha}_c = \begin{cases} \bar{\alpha}_1, & \text{если } 0 < z < z_{is} \\ \bar{\alpha}_2, & \text{если } z_{is} < z < z_\infty \end{cases},$$

$$\bar{\alpha}_1 = \frac{1}{\frac{1}{\alpha} + r_1 \left[ \frac{1}{\lambda_{is}} \ln \left( \frac{r_1}{r_1 - \Delta r_{is}} \right) + \frac{1}{\lambda_s} \ln \left( \frac{r_1 - \Delta r_{is}}{r_1 - \Delta r_{is} - \Delta r_s} \right) \right]}$$

$$\bar{\alpha}_2 = \frac{1}{\frac{1}{\alpha} + r_1 \left[ \frac{1}{\lambda} \ln \left( \frac{r_1}{r_1 - \Delta r_{is}} \right) + \frac{1}{\lambda_s} \ln \left( \frac{r_1 - \Delta r_{is}}{r_1 - \Delta r_{is} - \Delta r_s} \right) \right]}$$

$$r_1 = r_0 + \Delta r_s + \Delta r_{is}$$

где  $z_{is}$  – глубина теплоизолированной части ствола,  $z_\infty$  – глубина на которой влиянием дневной поверхности можно пренебречь,  $\alpha$  – истинный коэффициент теплообмена между воздухом в стволе и крепью ствола,  $r_0$  – радиус ствола,  $\Delta r_s, \Delta r_{is}$  – толщина крепи и теплоизоляции,  $\lambda_s$  – теплопроводность крепи,  $\lambda_{is}$  – теплопроводность теплоизоляции;

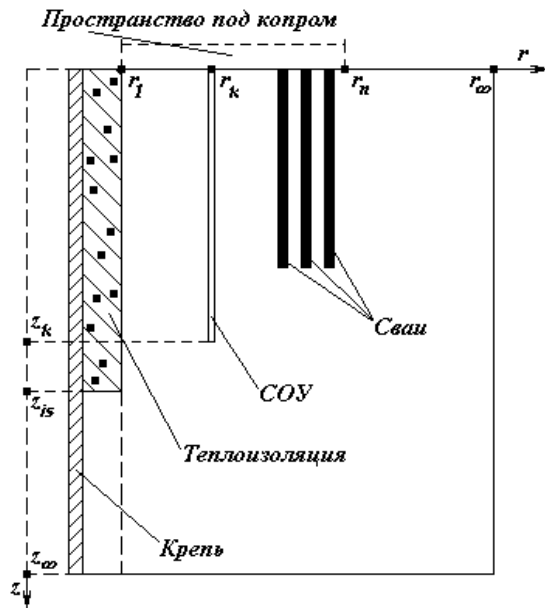
– зимой, подаваемый в ствол воздух подогрывается до определенной температуры;

– под копром соблюдается такой же температурный режим, что и в стволе.

При принятых допущениях и предположениях процесс распространения тепла в массиве многолетнемерзлых горных пород описывает математическая модель, основанная на двумерной осесимметрической задаче типа Стефана.

Имеем расчетную область  $\Omega: \{(r, z) / r_1 < r < r_\infty, 0 < z < z_\infty\}$ , где  $r_\infty$  – радиус на котором влиянием ствола можно пренебречь.

Математическая модель, описывающая процесс распространения те-



Расчетная область (СОУ – сезонные охлаждающие устройства)

пла в массиве вокруг ствола имеет вид [2]:

$$\begin{aligned}
 (c\rho(T) + D\delta(T - T_f)) \frac{\partial T}{\partial t} = & \\
 = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r\lambda(T) \frac{\partial T}{\partial r}) + \frac{\partial}{\partial z} (\lambda(T) \frac{\partial T}{\partial z}) + & \quad (1) \\
 + n\alpha_k d_k (T_k - T) \frac{\delta(r - r_k)}{2r} G(z_k - z), & \\
 (r, z) \in \Omega, \quad t > 0 & \\
 -\lambda(T) \frac{\partial T}{\partial r} = \bar{\alpha}_c (T_c - T), & \\
 r = r_1, \quad 0 < z < z_\infty, \quad t > 0 & \\
 \lambda(T) \frac{\partial T}{\partial r} = 0, \quad r = r_\infty, \quad 0 < z < z_\infty, \quad t > 0 & \\
 -\lambda(T) \frac{\partial T}{\partial z} = \alpha_{air} (T_c - T) & \\
 z = 0, \quad r_1 < r < r_n, \quad t > 0 & \\
 -\lambda(T) \frac{\partial T}{\partial z} = \alpha_{air} (T_{air} - T) & \\
 z = 0, \quad r_n < r < r_\infty, \quad t > 0 &
 \end{aligned}$$

$$\lambda(T) \frac{\partial T}{\partial z} = 0, \quad z = z_\infty, \quad 0 < r < r_\infty,$$

$t > 0$

$$T(r, z, 0) = T_{mas}, \quad (x, y) \in \Omega,$$

где  $G(z)$  –  $\theta$ -функция Хэвисайда

$$G(z) = \begin{cases} 1, & \text{если } z > 0 \\ 0, & \text{если } z < 0 \end{cases},$$

$z_k$  – глубина охлаждающих скважин,  $r_n$  – радиус копра,  $\alpha_{air}$  – коэффициент теплообмена воздуха с дневной поверхностью,  $D$  – скрытая объемная теплота фазового перехода горных пород,  $T_{mas}$  – естественная температура массива горных пород,  $T_k$  – температура хладоносителя,  $\alpha_k$  – коэффициент теплоотдачи от хладоносителя к массиву горных пород,  $d_k$  – диаметр охлаждающей скважины;  $n$  – количество охлаждающих скважин,  $T_{air}$  – наружная температура воздуха (периодическая функция)

$T_c$  – температура подаваемого в ствол воздуха в зимнее время.

$$T_{air} = A_{air} + B_{air} \sin(\omega t + \varphi_0),$$

$T_c$  – температура воздуха в стволе

$$T_c = \begin{cases} T_{air}, & \text{если } T_{air} > T_3 \\ T_3, & \text{если } T_{air} < T_3 \end{cases},$$

$T_3$  – температура подаваемого в ствол воздуха в зимнее время.

Кроме того, принималось, что охлаждающие устройства являются коаксиальными сезонными с принудительной конвекцией, то есть  $T_k = T_{air}$ . Очевидно, что при работе охлаждающих устройств с принудительной конвекцией, весной, а возможно и следующей осенью, аккумулированный зимой холод будет выноситься хладоносителем, поэтому режим работы охлаждающих устройств определялся температурой включения ( $T_{inp}$

) и температурой выключения ( $T_{out}$ ). В данной математической модели принималось  $T_{inp} = T_{out}$  (грубое условие). Глубина охлаждающих скважин ( $z_k$ ) принималась равной максимальной длине буроопускных свай, а глубина заложения закрепной теплоизоляции ( $z_{is}$ ) на 5 м больше, чтобы вероятность нахождения свай в мерзлом грунте была максимальной.

Приведенная математическая модель теплообмена реализовалась методом суммарной аппроксимации путем расщепления двумерной задачи на две локально-одномерные.

Для этого разобьем необходимый для реализации временной интервал сеткой  $\Omega_i: \{t_j | t_j = t_{j-1} + \tau_j, \tau_j > 0, j > 0, t_0 = 0\}$ . Тогда, на каждом временном интервале  $[t_{j-1}, t_j]$ , задача (1) может быть сведена, например, к последовательному решению следующих двух локально-одномерных задач (2), (3) с соответствующими граничными условиями и начальными условиями.

$$(c\rho(T) + D\delta(T - T_f)) \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r\lambda(T) \frac{\partial T}{\partial r}) + \quad (2)$$

$$+ n\alpha_k d_k (T_k - T) \frac{\delta(r - r_k)}{2r} G(z_k - z),$$

$$(r, z) \in \Omega, \quad t_{j-1} < t < t_j$$

$$(c\rho(T) + D\delta(T - T_f)) \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} (\lambda(T) \frac{\partial T}{\partial z})$$

$$(r, z) \in \Omega, \quad t_{j-1} < t < t_j \quad (3)$$

Алгоритм совместного решения задач (2) и (3) описан в [3]. Каждая из задач (2), (3) на каждом временном шаге решалась конечно-разностным методом сквозного счета [4].

Для определения несущей способности свайных фундаментов копра применялась методика расчета, принятая в СНиП [5], по принципу использования грунтов с сохранением

их мерзлого состояния на весь период эксплуатации.

Несущая способность вертикально нагруженной вишечей сваи рассчитывалась по формуле

$$N_{sv} = m(R^{sd} F + \sum_{i=1}^k R_i^{sm} F_i^{sv}),$$

где  $N_{sv}$  – несущая способность,  $m$  – коэффициент условий работы грунтового основания,  $k$  – число слоев вечномерзлого грунта, на которое разделяется основание,  $R^{sd}$  – расчетное давление на мерзлый грунт под нижним концом сваи,  $F$  – площадь поперечного сечения сваи у нижнего ее конца,  $R_i^{sm}$  – расчетное сопротивление мерзлого грунта сдвигу по поверхности смерзания сваи для середины  $i$ -го слоя вечномерзлого грунта,  $F_i^{sv}$  – площадь поверхности смерзания  $i$ -го слоя вечномерзлого грунта с боковой поверхностью сваи.

Значение  $R_i^{cm}$  определяется при температуре грунта вдоль сваи  $T(z)$  в середине  $i$ -го слоя на глубине  $z$ , отсчитываемой от верхней поверхности. При положительной температуре грунта считалось, что  $R_i^{sm}$  и  $R_i^{cm}$  равны нулю. Коэффициент условий работы основания ( $m$ ) в расчетах принимался равным единице ввиду того, что нагрузка на фундамент была задана с учетом условий работы.

Для расчетов составлены программы на алгоритмическом языке «Fortran-90». Для удобства работы и выполнения расчетов на ЭВМ данные таблицы СНиП интерполировались полиномами второй степени. Несущая способность свай пересчитывалась на их необходимые длины исходя из нагрузки на фундаменты копра. Общая нагрузка на основание башенного копра – 132000 кН. Сваи принимались сечением 30x40 см.

Общее число вариантов составило 54 для различных параметров тепло-

**Расчетные давления  $R^{cd}$  на мерзлые грунты под нижним концом сваи (суглинки и глины, глубина погружения сваи 3–5 м) и сопротивления  $R^{cm}$  мерзлых грунтов сдвигу по поверхностям смерзания при различных температурах грунта  $T$  [5]**

$T, ^\circ C$	-0.3	-0.5	-1	-1.5	-2	-2.5	-3	-3.5	-4	-6	-8	-10
$R^{cd},$ кгс/см <sup>2</sup>	6.5	7.5	8.5	9.5	11	12	13	14	15	18	23	28
$R^{cm},$ кгс/см <sup>2</sup>	0.4	0.6	1	1.3	1.5	1.8	2	2.3	2.5	3	3.4	3.8

изоляции, расположения скважин и зимней температуры воздуха в стволе. Температура включения-выключения ( $T_{инр}$ ) сезонных охлаждающих устройств для  $T_3 = \{+5; +10; +15\}^\circ C$  принималась равной  $\{-10; -9; -7.5\}^\circ C$ , соответственно. Наружная температура воздуха принималась согласно [6]. Теплофизические свойства горных пород принимались согласно [7]. В качестве теплоизоляции принимался керамзитобетон.

Анализ этих результатов позволяет утверждать следующее:

– для всех вариантов в районе свайного поля, начиная с 3 м по глубине, формируется мерзлое ядро;

– чем дальше от ствола расположены скважины, тем более глубокая мерзлота образуется под сваями копра;

– зависимость несущей способности свай фундаментов копров от толщины теплоизоляции в закрепном пространстве вертикального ствола имеет нелинейный характер, то есть увеличение толщины теплоизоляции за крепью ствола не всегда приводит к увеличению несущей способности свай. Оптимальное значение толщины теплоизоляции для просчитанных вариантов находится вблизи 0.3–0.4 м.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Теоретические основы теплотехники. Теплотехнический эксперимент.*: Справочник/Под общ. ред. В.А. Григорьева, В.М. Зорина. - М.: Энергоатомиздат, 1988. - 560 с.
2. *Слепцов В.И., Мордовской С.Д., Изаксон В.Ю.* Математическое моделирование теплообменных процессов в многолетнемерзлых горных породах -Новосибирск: Наука, 1996.- 104 с.
3. *Самарский А.А.* Теория разностных схем. - М.: Наука, 1977. - 656 с.
4. *Васильев В.И.* Численное интегрирование дифференциальных уравнений с нелокальными граничными условиями. - Якутск: ЯФ СО АН СССР, 1985. - 160 с.
5. СНиП 2.02.04-88 Основания и фундаменты на вечномерзлых грунтах М: 1988.
6. *Павлов А.В.* Расчет и регулирование мерзлотного режима почвы. - Новосибирск: Наука. - 1980. - 240с.
7. *Теплофизические свойства горных пород.* - М.: Изд-во МГУ, 1984. - 204 с.

ИДБ

#### Коротко об авторе

Слепцов В.И. – кандидат технических наук, ст. научный сотрудник, Институт горного дела Севера им. Н.В.Черского СО РАН, Якутск, v.i.sleptsov@igds.ysn.ru

УДК 51:536.24:622.012.3

**В.И. Слепцов**

**ИССЛЕДОВАНИЕ МЕТОДОМ МАТЕМАТИЧЕСКОГО  
МОДЕЛИРОВАНИЯ ПРОЦЕССОВ ОТТАИВАНИЯ-  
ПРОМЕРЗАНИЯ НА НАКЛОННЫХ ПОВЕРХНОСТЯХ  
РАЗЛИЧНОЙ ОРИЕНТАЦИИ И КРУТИЗНЫ**

*Построена математическая модель процесса теплообмена массива многолетнемерзлых горных пород с атмосферным воздухом на наклонных поверхностях различной ориентации и крутизны. Предложена формула для приближенного расчета суммарной радиации для различно ориентированных наклонных поверхностей. Исследовано влияние суточных изменений солнечной радиации, теплоизоляции, угла откоса и ориентации склона на температурное поле породного массива.*

*Ключевые слова: температурное поле, многолетнемерзлые породы, фазовый переход, солнечная радиация, длина светового дня, математическая модель, теплообмен, наклонная поверхность.*

**V.I. Slepcev  
THE STUDY ON THE  
FREEZE/THAW PROCESSES ON THE  
INCLINED SURFACES OF DIFFERENT  
ORIENTATION AND STEEP BASED ON  
THE MATHEMATICAL MODELLING**

*The mathematical model of process of heat exchange of a permafrost massif with atmospheric air on inclined surfaces of various orientations and steepness is constructed. The formula for the approached calculation of total radiation for variously oriented inclined surfaces is offered. Influence of daily changes of solar radiation, heat-insulation, angle of slope and orientation of slope to a temperature field of a massif is investigated.*

*Key words: thermal field, permafrost rocks, phase change, solar radiation, photoperiod, mathematical model, heat exchange, inclined surface.*

**Д**ля определения динамики температуры массива многолетнемерзлых горных пород вследствие теплообмена с атмосферой необ-

ходимо знать поток тепла в этот массив. Одним из основных факторов, влияющих на тепловой поток, является солнечная радиация.

Для оценки вклада солнечной радиации в процесс теплообмена массива с атмосферой, необходимо рассмотреть радиационный баланс поверхности, в общем случае являющейся наклонной. Достаточно глубоко вопросы теплообмена почвы с атмосферой в северных широтах изучены в работах [1-3]. В них показано, что на величину среднегодовой температуры дневной поверхности влияет весь комплекс условий теплообмена, как с атмосферой, так и в самих горных породах. Анализируя радиационный баланс поверхности, получено уравнение, связывающее поток тепла в породный массив с составляющими радиационно-теплового баланса:

$$-\lambda \frac{\partial T}{\partial x} = \alpha(T_{air} - T) + Q_s(1 - A) - J_{eff} - LE,$$

где  $\lambda$  – коэффициент теплопроводности породного массива;  $T$  – функция распределения температур в породном массиве;  $\alpha$  – коэффициент конвективного теплообмена на границе поверхность–атмосфера;  $T_{air}$  – температуры воздуха;  $A$  – отражательная способность (альбедо) поверхности;  $Q_s$  – потоком суммарной солнечной радиации;  $J_{eff}$  – эффективное излучение, представляющее собой разность между излучением поверхности и противоизлучением атмосферы;  $LE$  – затраты тепла на испарение (конденсацию);  $L$  – теплота испарения влаги;  $E$  – величина испарения (конденсации).

Известно, что к земной поверхности поступает целый ряд потоков лучистой энергии Солнца: прямая солнечная радиация  $Q_d$ , потоки рассеянной радиации  $Q_u$ , падающие от всех точек небесного свода, отраженная солнечная радиация, противоизлучение атмосферы. Для наклонных поверхностей добавляется еще поток радиации, отраженной горизонтальной поверхностью перед склоном в направлении последнего  $Q_m$ . Понятно, что

$$Q_s = Q_d + Q_u + Q_m.$$

Если предположить, что потоки рассеянной и отраженной радиации изотропны, то можно получить простые формулы, выражающие потоки рассеянной и отраженной радиации на наклонные поверхности через потоки на горизонтальные поверхности, и зависящие только от угла наклона склона  $\beta$  [4]. Так, для рассеянной и отраженной радиации зависимости имеют следующий вид (условимся обозначать потоки, относящиеся к горизонтальной поверхности с подчер-

киванием сверху, а к вертикальной поверхности – со значком  $\perp$ ):

$$Q_u = \bar{Q}_u \cos^2 \frac{\beta}{2}, \quad Q_m = \bar{Q}_m \sin^2 \frac{\beta}{2}.$$

Отраженную радиацию горизонтальной поверхности, если принять альбедо наклонной и горизонтальной поверхности одинаковыми, можно принять равной

$$\bar{Q}_m = A(\bar{Q}_d + \bar{Q}_u).$$

Для наклонных поверхностей используется простая формула, выражающая зависимость прихода прямой солнечной радиации к склону от его ориентации и крутизны:

$$Q_d = \bar{Q}_d \cos \beta + Q_d^\perp \sin \beta.$$

Для расчета потока (сумм) прямой радиации на вертикальную поверхность часто используют следующую формулу:

$$Q_d^\perp = K_\perp \bar{Q}_d.$$

Коэффициент  $K_\perp$  может быть вычислен по известным геометрическим соотношениям и записан в виде:

$$K_\perp = \frac{\cos \psi}{\operatorname{tg} h_\odot},$$

где  $h_\odot$  – высота Солнца,  $\psi = \psi_\odot - \psi_s$  ( $\psi_\odot, \psi_s$  – азимуты Солнца и проекции нормали к склону на горизонтальную поверхность, отсчитываемые от плоскости меридиана, причем азимуты считаются положительными при отсчете от точки юга в направлении часовой стрелки). Существуют таблицы коэффициентов  $K_\perp$  для пересчета средних суточных сумм прямой радиации с горизонтальной поверхности на вертикальные различных ориентаций для различных широт, где заданы среднемесячные значения [4].

С учетом вышеприведенных формул приближенный расчет суммарной радиации для различно ориентиро-

ванных наклонных поверхностей будем проводить по формуле:

$$Q_s = (\cos \beta + K_{\perp} \sin \beta + A \sin^2 \frac{\beta}{2}) \bar{Q}_d + (\cos^2 \frac{\beta}{2} + A \sin^2 \frac{\beta}{2}) \bar{Q}_u$$

Очевидно, что практически все параметры в приведенной формуле, в общем случае, зависят от времени.

Анализ составляющих радиационно-теплового баланса проведенный в работе [2] на основе экспериментальных данных, показал, что для инженерных расчетов влиянием  $J_{eff}$  и  $LE$  можно пренебречь, особенно при отсутствии снежного покрова. Исходя из этого, уравнение теплообмена на поверхности склона можно принять в следующем виде

$$-\lambda \frac{\partial T}{\partial x} = \alpha(T_{air}(t) - T) + Q_s(t)(1 - A(t)), \text{ где}$$

$$Q_s(t) = \left( (\cos \beta + K_{\perp}(t) \sin \beta + A(t) \sin^2 \frac{\beta}{2}) \times \mu(t) + (\cos^2 \frac{\beta}{2} + A(t) \sin^2 \frac{\beta}{2})(1 - \mu(t)) \right) \bar{Q}_d$$

$\mu(t)$  – есть доля прямой радиации в суммарной для горизонтальной поверхности.

Слой теплоизоляции на поверхности склона, так как толщина слоя теплоизоляции пренебрежимо мала с размерами расчетной области, моделировался посредством введения термического сопротивления

$$\alpha^* = \frac{\alpha \lambda_{is}}{\lambda_{is} + \alpha \Delta_{is}}$$

где  $\alpha$ ,  $\alpha^*$  – истинный и приведенный коэффициенты теплообмена;  $\Delta_{is}$  – толщина слоя теплоизоляции;  $\lambda_{is}$  – коэффициент теплопроводности материала теплоизоляции.

С учетом вышеизложенного, для определения динамики изменения температурного поля массива многолетнемерзлых пород рассмотрим од-

нородную двухфазную одномерную задачу типа Стефана [5]:

$$(c\rho(T) + D\delta(T - T_f)) \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} (\lambda(T) \frac{\partial T}{\partial x}), \quad x_0 < x < x_{\infty}, \quad t > 0$$

$$-\lambda(T) \frac{\partial T}{\partial x} = \alpha(T_{air} - T) + Q_s(1 - A),$$

$$x = x_0, \quad t > 0$$

$$\lambda(T) \frac{\partial T}{\partial x} = 0, \quad x = x_{\infty}, \quad t > 0,$$

$$T(x, 0) = T_n(x), \quad x_0 < x < x_{\infty},$$

где  $\delta(T - T_f)$  –  $\delta$ -функция Дирака;  $\lambda(T)$ ,  $c\rho(T)$  – функции терпящие разрыв первого рода при  $T = T_f$ , (кусочно-постоянные функции)

$$\lambda(T) = \begin{cases} \lambda_{-}, & \text{если } T < T_f \\ \lambda_{+}, & \text{если } T > T_f \end{cases},$$

$$c\rho(T) = \begin{cases} c\rho_{-}, & \text{если } T < T_f \\ c\rho_{+}, & \text{если } T > T_f \end{cases}.$$

Данная математическая модель была реализована разностным методом сквозного счета [6, 7].

При расчетах принимались следующие данные:  $\lambda_{-} = 2,34$  Вт/(м<sup>0</sup>С);  $\lambda_{+} = 2,17$  Вт/(м<sup>0</sup>С);  $c\rho_{-} = 510$  (Вт час)/(м<sup>3</sup>С);  $c\rho_{+} = 560$  (Вт час)/(м<sup>3</sup>С);  $\alpha = 16$  Вт/(м<sup>2</sup>С);  $D = L\rho w$ , где  $\rho = 2200$  кг/м<sup>3</sup>,  $L = 90$  (Вт час)/кг,  $w = 0,05$ ;  $T_0 = -3^{\circ}\text{C}$ ;  $T_f = 0^{\circ}\text{C}$ ;  $\Delta_{is} = \{0,0; 0,05; 0,1\}$  м;  $\lambda_{is} = 2,17$  Вт/(м<sup>0</sup>С).

Изменение солнечной радиации в течение суток учитывалось с помощью кусочно-постоянной функции и считалось, что вне светового дня солнечной радиации нет.  $T_{air}$ ,  $\bar{Q}_s$ ,  $A$ , длина светового дня, коэффициент  $K_{\perp}$  линейно интерполировались по данным табл.1-4.

Известно, что на физико-механические свойства многолетнемерзлых



горных пород существенно влияет количество циклов промерзания–оттаивания [9]. Вызывает интерес влияние суточных изменений  $Q_s$ , теплоизоляции, угла откоса и ориентации склона на температурное поле породного массива.

Таблица 1

**Значения температуры воздуха ( $T_{air}$ ,  $^{\circ}C$ ), суммарной солнечной радиации ( $\bar{Q}_c$ , ккал/(см<sup>2</sup> мес)) и альbedo (A, доли ед.) для г.Якутска [3]**

Показатель	Месяцы											
	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
$T_b$	-43,3	-37,8	-21,3	-6,7	4,2	13,7	22,1	13,4	7,1	-11,7	-29,1	-41,8
$\bar{Q}_c$	0,7	2,5	6,2	11,7	12,9	14,0	16,3	10,2	6,6	2,6	1,1	0,3
A	0,84	0,74	0,75	0,71	0,34	0,18	0,19	0,21	0,16	0,72	0,77	0,78

Таблица 2

**Время восхода и захода солнца (ч мин) на 15-е число месяца для г.Якутска ( $\varphi=62^{\circ}$ , время истинное солнечное) [8]**

	Месяцы											
	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
Восход	9 01	7 35	6 11	4 37	3 09	2 02	2 29	3 55	5 28	6 57	8 27	9 30
Заход	14 59	16 25	17 49	19 23	20 51	21 58	21 31	20 05	18 32	17 03	15 33	14 30

Таблица 3

**Коэффициент  $K_{\perp}$  для пересчета средних суточных сумм прямой радиации с горизонтальной поверхности на вертикальные для  $\varphi=62^{\circ}$  [4]**

Ориентация	Месяцы											
	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
Южная	9,0	4,0	2,0	1,1	0,67	0,54	0,59	0,88	1,56	3,0	6,65	15,0
Восточная	0,89	0,81	0,72	0,66	0,6	0,57	0,58	0,62	0,7	0,81	1,04	1,33
Западная	1,11	0,95	0,81	0,6	0,51	0,53	0,55	0,58	0,62	0,75	0,91	0,96
Северная	0,0	0,0	0,0	0,03	0,11	0,18	0,14	0,07	0,0	0,0	0,0	0,0

Таблица 4

**Доля прямой радиации  $\mu(t)$  в суммарной для горизонтальной поверхности для г. Якутска [8]**

Месяцы												
I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	
0,22	0,43	0,57	0,57	0,530	0,61	0,57	0,58	0,53	0,33	0,31	0,0	

Расчеты показали, что наибольшее влияние оказывают следующие факторы (в порядке убывания):

1. Наличие теплоизоляции позволяет существенно уменьшить ореол протаивания и количество циклов оттаивания-промерзания.

На склоне с южной экспозицией без теплоизоляции с углом откоса  $45^{\circ}$  количество циклов промерзания-оттаивания может достигать: весной – девяти раз на поверхности, пяти раз на глубине 5 см, трех раз на глубине 10 см и одного раза на глубине 20 см; осенью – четырех раз на поверхности, трех раз на глубине 5 см, одного раза на глубине 10 см. Максимальная глубина оттаивания составляет около 2,8 м.

На склоне с северной экспозицией без теплоизоляции с углом откоса  $45^{\circ}$  количество циклов промерзания-оттаивания может достигать: весной – трех раз на поверхности, двух раз на глубине 5 см и одного раза на глубине 10 см; осенью – двух раз на поверхности, одного раза на глубине 5

см. Максимальная глубина оттаивания составляет около 1,8 м.

Теплоизоляция толщиной 5 см снижает количество циклов примерно в полтора раза и уменьшает глубину оттаивания-промерзания в два раза. Теплоизоляция толщиной 10 см практически полностью исключает суточные циклы оттаивания-промерзания, как весной, так и осенью;

2. Ориентация склона (максимальные ореол протаивания и количество циклов оттаивания-промерзания для склонов южной ориентации, минимальные для склонов северной ориентации. Ореол протаивания и количество циклов оттаивания-промерзания для склонов северной ориентации в два-три раза меньше, чем для склонов южной ориентации);

3. Угол откоса склона (максимальные ореол протаивания и количество циклов оттаивания-промерзания для склонов с углом откоса около  $25^{\circ}$ , минимальные для склонов с углом откоса  $90^{\circ}$ .)

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Павлов А.В. Расчет и регулирование мерзлотного режима почвы. – Новосибирск: Наука, 1980. – 240 с.
2. Павлов А.В. Теплообмен почвы с атмосферой в северных и умеренных широтах территории СССР. – Якутск: Кн. изд-во, 1975. – 304 с.
3. Павлов А.В., Оловин Б.А. Искусственное оттаивание мерзлых пород теплом солнечной радиации при разработке россыпей. – Новосибирск: Наука, 1974. – 182 с.
4. Кондратьев К.Я., Пивоварова З.И., Федорова М.И. Радиационный режим наклонных поверхностей. – Л.: Гидрометеоиздат, 1982. – 215 с.
5. Изаксон В.Ю., Самохин А.В., Петров Е.Е., Слепцов В.И. Вопросы устойчивости обнажений многолетнемерзлых горных пород. – Новосибирск: Наука, 1994. – 165 с.
6. Васильев В.И. Численное интегрирование дифференциальных уравнений с нелокальными граничными условиями. – Якутск: ЯФ СО АН СССР, 1985. – 160 с.
7. Самарский А.А. Теория разностных схем. – М.: Наука, 1977. – 656 с.
8. Климат Якутска /Под ред. Ц.А. Швер, С.А. Изюменко – Ленинград: Гидрометеоиздат, 1982. – 250 с
9. Курилко А.С. Экспериментальные исследования влияния циклов замораживания-оттаивания на физико-механические свойства горных пород – Якутск: ЯФ ГУ «Изд-во СО РАН», 2004. – 153 с. **VIAS**

### Коротко об авторе

Слепцов В.И. – кандидат технических наук, ст. научный сотрудник, Институт горного дела Севера им. Н.В.Черского СО РАН, Якутск, v.i.sleptsov@igds.ysn.ru