© А.В. Томилин, 2010

УДК 622.274: 519.3

А.В. Томилин

ГЕОМЕТРИЧЕСКИЙ СТРУКТУРНЫЙ АНАЛИЗ

Приведено описание основ геометрического структурного анализа, а также соотношения между геометрическими параметрами трехмерных, двумерных и одномерных структур горной породы.

Ключевые слова: геометрический структурный анализ, геометрические параметры горной породы.

1. Исследование внутреннего строения горных пород

При исследовании горных пород исследователи сталкиваются с рядом серьезных проблем, среди которых можно отметить следующие:

1. Трудоемкость процесса изучения образцов, связанная с тем, что нельзя проникнуть внутрь образца, с целью определения внутреннего строения и количественных характеристик горных пород. Одним из таких примеров является горная порода, изображенная на рис. 1:

2. Большая неточность измерений формы и размеров включений, связанная с большим разнообразием таких форм и невозможностью измерения их напрямую, что и приводит к количественным и качественным ошибкам.

В связи с этим исследователям необходимо разработать метод анализа форм и размеров текстурных и структурных составляющих горных пород, на основе которого можно математическими методами получить количественные значения геометрических параметров исследуемых пород.

2. Определяющие геометрические параметры трехмерной, двухмерной и одномерной структур

При рассмотрении структурной или текстурной частицы как геометрического тела ее параметры обозначаются теми же буквами греческого алфавита, которыми принято обозначать те же параметры геометрических тел: V - объем отдельной микрочастицы; S - площадь поверхности; L - длина; D - диаметр; H - высота; K - кривизна поверхности; Ф - двугранный угол между гранями; N - число частиц в единице рас-сматриваемого элементарного объема.

Суммарные значения величин, отнесенные к единице элементарного объема, обозначаются прибавлением знака суммы $\sum$, например, $\sum S$ - суммарный объем частиц в единице соответствующего элементарного объема. Принадлежность к одной из нескольких текстурных или структурных составляющих параметра, обозначаем индексом, например, $\sum S_\alpha$ - суммарная площадь частиц горной породы α в единице соответствующего элементарного объема. Источником информации о параметрах трехмерной структуры и текстуры служит двумерная структура сечения соответствующего элементарного объема, наблюдаемая на плоскости шлифа, микро- или электронной фотографии.

На плоскости шлифа элементы пространственной структуры представлены следами:

- Микрочастица – сечением.
- Поверхность микрочастицы - периметром сечения.

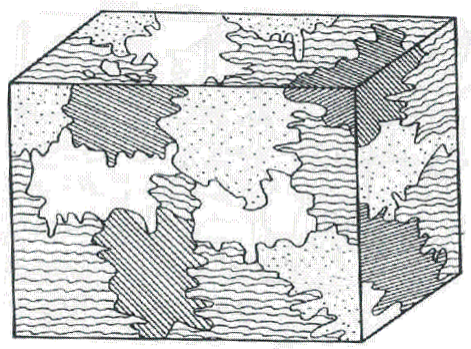

Рис. 1 Пример сложно исследуемого образца горной породы

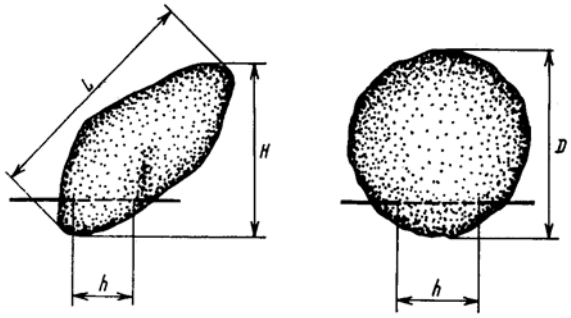

Рис. 2. Линейные параметры трехмерных частиц: L - линейный размер, H - высота, D - диаметр, h - хорда

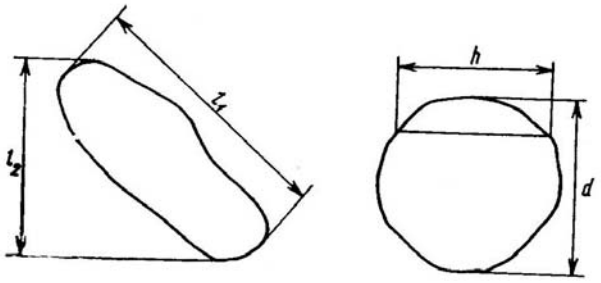

Рис. 3 Линейные параметры сечений частиц: l_1, l_2 - линейные размеры, d - диаметр, h - хорда

- Линейный элемент пространственной структуры - точкой его выхода на плоскости шлифа.
- Двугранный угол - плоским сечением, т. е. плоским углом между следами граней, его образующих.

При этом исходными данными для количественного определения параметров пространственного строения служат параметры перечисленных выше и других элементов двумерной структуры, которые измеряют или подсчитывают на плоскости шлифа.

На рис. 2 схематически показаны основные геометрические параметры, определяемые на плоскости шлифа. Для них приняты следующие обозначения: S' - площадь сечения частицы; P - периметр этого сечения; l - длина сечения; d - диаметр сечения; k - кривизна граничной линии; φ - плоский угол (сечение двугранного угла плоскостью шлифа); n - число сечений микрочастиц на единице площади шлифа.

Аналогично знаком суммы Σ обозначаются суммарные значения, отнесенные к единице соответствующего элементарного объема, индексом обозначается принадлежность к одной из составляющих.

Если провести на плоскости шлифа случайную прямую линию - секущую, то ее можно рассматривать и как линию, проведенную в пространственной структуре. Параметры, которые можно измерить или подсчитать на данной линии, характеризуют линейную структуру рассматриваемого образца. Эти параметры можно использовать для расчета характеристик пространственной структуры. Секущая прямая, пересекающая частицы одной или нескольких составляющих, разделена на хорды, проходящие по этим составляющим горной породы.

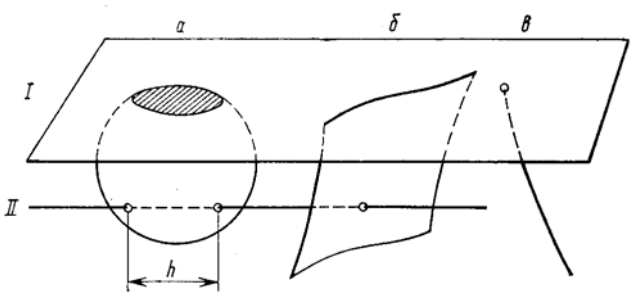

Рис. 4 Трехмерный (а), двумерный (б) и одномерный (в) элементы пространственной структуры и их следы на секущей плоскости (I) и на секущей линии (II)

По линейной структуре можно получить такие параметры, как: длина хорды h, число точек пересечения секущей с поверхностями структурных или текстурных единиц на единице длины секущей m. Как принято выше, суммарные значения будут обозначаться знаком суммы Σ, а принадлежность к одной из компонент индексом. Так, например, средняя длина хорд, проходящих через включение α, будет обозначаться $\bar{h}_\alpha$, а суммарная длина тех же хорд $\sum \bar{h}_\alpha$.

2.2. Соотношения между параметрами трехмерных, двумерных и одномерных структур

Трехмерные характеристики структурных и текстурных составляющих горных пород неизмеримы напрямую в связи с большой трудоемкостью и невозможностью геометрических исследований внутри изучаемого образца. Данную проблему можно решить, проникая внутрь строения горных пород. Этого можно достичь, пересекая исследуемый образец плоскостью или линией, что позволит нам наблюдать одномерную структуру на секущей линии, проведенной на шлифе и саму двумерную структуру на том же шлифе. Характеристики одномерной и двумерной структур могут быть посчитаны с необходимой точностью, но для того чтобы из них получить реальные параметры трехмерной структуры, следует найти математически строгие зависимости между параметрами всех трех структур.

Элементы пространственной структуры могут быть следующими:

- Трехмерные (частицы).
- Двумерные (граничные поверхности).
- Одномерные (ребра частиц).
- Точечные.

В табл. 1 показаны соотношения размерностей элементов пространственной структуры и их следов на плоскости шлифа и на секущей линии.

Как видно из таблицы в двумерной структуре, т.е. на плоскости шлифа, следы пространственных элементов имеют размерность на единицу меньше, чем в трехмерной структуре, а в одномерной структуре на единицу меньше чем соответствующие параметры в двумерной.

Эта разность размерностей показывает, что в общем случае, когда элементы структуры равновелики, точные соотношения между какими-либо средним параметром трехмерной структуры и соответствующим средним параметром его следов в одномерной или двумерной структуре не существуют, а могут быть лишь более сложные соотношения, в которые входят не два параметра, а большее их число, так чтобы в соотношении выдерживалось равенство размерностей параметра трехмерной структуры, с одной стороны, и группы пара-

Таблица 1

Соотношение размерностей элементов пространственной структуры и их следов на секущей плоскости и секущей линии

Элемент трехмерной структуры и его размерность	**Следы элементов трехмерной структуры и их размерность**	
	на секущей плоскости	**на секущей линии**
Частица, $мм^3$	Площадь сечения, $мм^2$	Хорда, мм
Поверхность, $мм^2$	Линия, мм	Точка
Линия, мм	Точка	-
Точка	-	-

Таблица 2

Размерности параметров трехмерной структуры, отнесенных к единице объема и их следов на секущей плоскости и секущей линии

Элемент трехмерной структуры, отнесенный к единице объема, и его размерность	**Следы элементов трехмерной структуры и их размерность**	
	на секущей плоскости	**на секущей линии**
Доля компоненты, $мм^3/мм^3$	$мм^2/мм^2$	мм/мм
Удельная поверхность, $мм^2/мм^3$	$мм/мм^2$	$мм^{-1}$
Плотность линий, $мм/мм^3$	$мм^2/мм^{-2}$	

метров двумерной структуры или однородной структуры, - с другой.

Что же касается других параметров, то они имеют одинаковую размерность, например, средняя кривизна граничных поверхностей в пространстве и средняя кривизна их следов ($мм^{-1}$), средняя величина двугранных углов (градус, радиан) в объеме и их следов (плоских углов).

В табл. 2 приведены размерности суммарных параметров пространственной структуры, отнесенные к единице ее объема, и их следов, отнесенных соответственно к единице площади шлифа или к единице длины секущей линии.

Из таблицы видно, что доля компоненты является безразмерной величиной для любого выбранного нами пространства, удельная поверхность и следы поверхностей на секущей линии и плоскости имеют размерность - $мм^{-1}$, а плотность линий (удельная протяженность) в объеме их следов одинаковую размерность - $мм^{-2}$.

Для тех случаев, когда параметры имеют одинаковую размерность вне зависимости от выбора пространства для их подсчета, можно утверждать о том, что между ними существует простое соотношение с каким либо безразмерных коэффициентом, причем в некоторых случаях, возможно, что данный коэффициент будет равен единице.

Следует отметить, что наибольшую сложность при измерениях геометрических параметром частиц несет в себе измерение объемов. Для исследователя проще подсчитать площади, на шлифе или длины отрезков на секущей линии. Потому предпочтением пользуются соотношения, устанавливающие соответствия между параметрами трехмерной, двумерной и одномерной структур, которые находят либо простым подсчетом, либо несложными измерениями на плоскости шлифа или линии секущей, проведенной на том же шлифе. Известен целый ряд таких соотношений, называемых основными соотношениями геометрического структурного анализа, позволяющий получить точные характеристики элементов трехмерной структуры:

- Объемная доля составляющей.

- Удельная поверхность границ включений.
- Суммарная длина линейных элементов.
- Число частиц в единице объема.
- Средняя кривизна граничных поверхностей.
- Средняя величина и дисперсия двугранных углов.

Все перечисленные выше соотношения выводятся на основании закономерностей геометрических вероятностей. При этом принимают, что структура однородна, т е. ее параметры статистически постоянны в объемах, на секущих плоскостях и линиях, превышающих соответствующие единицы гомогенности микроструктуры. Единицами гомогенности называют тот минимальный объем структуры, площадь шлифа или длину линий, который содержит представительный образец микроструктуры, дающей качественно и количественно правильное представление о микроструктуре в целом. Для горных пород таким объемом будет элементарный объем исследуемого иерархического уровня.

Данные соотношения между параметрами трехмерных, двумерных и одномерных структур, рассматриваемые ниже, действительны для любых структур независимо от числа составляющих, формы, размеров, числа и расположения микрочастиц, наличия или отсутствия ориентации и т. п., при этом одно условие обязательно, а именно сечения пространственной структуры плоскостями или линиями, на которых выполняется измерение или подсчет величин параметров, должны быть расположены случайно (беспорядочно) или ориентированы в пространстве относительно структуры, так что любое положение или ориентации их равновероятны. Это требование удовлетворяется при изометрической структуре, когда величины параметров не зависят от направления. В этом случае измерения или подсчет параметров двумерной и одномерной структур могут быть выполнены на одном единственном шлифе. Если же структура ориентирована в пространстве, правильные значения параметров двумерной и одномерной структур можно получить, выполнив их измерение или подсчет на многих шлифах, плоскости которых равномерно ориентированы во многих направлениях пространственной структуры.

Как правило, это затруднительно, при анализе ориентированных структур необходимо использовать минимально необходимое число особым образом направленных шлифов с соответствующей коррекцией соотношений между параметрами трехмерной, двумерной и одномерной структур, основываясь на наличии определенной симметрии таких структур.

Заключение

В данной статье описаны основы геометрического структурного анализа, а также соотношения между геометрическими параметрами трехмерных, двумерных и одномерных структур горных пород.

Так как основные геометрические параметры неизмеримы непосредственно в объеме исследуемого образца, то для получения интересующих нас характеристик необходимо найти соотношения между геометрическими параметрами трехмерных, двумерных и одномерных структур горных пород, позволяющие исследовать не весь имеющийся в распоряжении объем, а его шлиф или секущую линию, построенную на этом шлифе. При этом необходимо учитывать критерий гомогенности исследуемого образца и помнить о том, что секущая должна быть не меньше, чем харак-

терный размер элементарного объема, соответствующий исследуемому иерархическому уровню. В результате, применение данных методов при исследовании горных пород позволит:

1. Рассчитать геометрические характеристики элементов исследуемых элементарных объемов такие как, например, линейные размеры структурных и текстурных составляющих изучаемого образца.

2. Обобщить результаты, измеренные на секущей линии или шлифе на весь элементарный объем, а, следовательно, и на более высокий иерархический уровень относительно исследуемого образца.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Салтыков С.А.* Стереометрический анализ. Москва: Металлургия, 1976 г., 271 с.
2. *Глаголев А.А.* Способ и прибор для микроскопического анализа горных пород. Авт. свид. № 38066. - "Бюл. изобр.", 1934 г., № 7 - 8.
3. *Глаголев А.А.* Геометрические методы количественного анализа агрегатов под микроскопом. Львов: Госгеолиздат, 1941 г., 264 с.
4. *Proceedings* of the First International Congress for Stereology. Vuenna, 1963. 140 p.
5. *Stereology.* Proceedings of the Second International Congress for Stereology. Springer - Verlag, New York 1967. 337 p.

ГИАБ

Коротко об авторе

Томилин А.В. – аспирант кафедры "Высшая математика", e-mail: avtomilin@mail.ru
Московский государственный горный университет,
Moscow State Mining University, Russia, ud@msmu.ru

РУКОПИСИ, ДЕПОНИРОВАННЫЕ В ИЗДАТЕЛЬСТВЕ МОСКОВСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО ГОРНОГО УНИВЕРСИТЕТА

Литвиненко А.К., Барнов Н.Г.
Липецкий государственный педагогический университет, г.Липецк, Россия

ГЕНЕТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ МЕСТОРОЖДЕНИЯ РУБИНА СНЕЖНОЕ (ЦЕНТРАЛЬНЫЙ ПАМИР) (749/04-10 от 28.01.10 г.) 3 с.

Рассмотрено геологическое строение и условия локализации единственного месторождения рубина на территории бывшего СССР. Дано обоснование седиментационно-метаморфического образования камнесамоцветного сырья с выделением временных интервалов определенной геохимической структуры, что позволяет выделять наиболее богатые залежи корундового каменного сырья.

Ключевые слова: месторождение рубина, слюдитовая залежь, образование рубина.

Litvunenko A.K., Barnov H.G.

GENETIC MODEL OF THE “SNOW” RUBY DEPOSIT (CENTRAL PAMIRS)

Author consider conditions of localization and geologic structure of ruby’s deposit. At present moment this is the single occurence of ruby on territory of former USSR. It given evidence of sediment-metamorphic genesis of precious stone, saving out time of certain geochemical structure. This allowed to separate the most rich course of corundum raw.