

УДК 622.833.5:622.243.(470.21)(430)(045)

**А.Н. Папуша, Д.П. Гонтарев**

**К ВОПРОСУ РАСЧЕТА НАПРЯЖЕННО-  
ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ГОРНОГО  
МАССИВА В ОКРЕСТНОСТИ СВЕРХГЛУБОКОЙ  
ВЕРТИКАЛЬНОЙ СКВАЖИНЫ**

*Приведены результаты моделирования тектонических и локальных напряжений в горном массиве в окрестности глубоких и сверхглубоких вертикальных скважин. Даны сравнения с результатами расчетов глобального распределения напряжений для Германской Континентальной Скважины и для локальных напряжений в окрестности сверхглубокой скважины.*

*Ключевые слова: сверхглубокая скважина, тектонические напряжения, символьные решения, численное моделирование, распределение напряжений.*

---

**Н**есмотря на значительные достижения в изучении напряжений и деформаций горных пород в окрестности разведывательных и эксплуатационных вертикальных скважин ряд вопросов влияния тектонических процессов в горном массиве на распределение текущих напряжений в непосредственной окрестности вертикальной скважины остаются не выясненными до сих пор.

Целью работы является определение напряженно-деформированного состояния в окрестности сверхглубокой скважины вызванного технологическими условиями бурения и тектоническими напряжениями в глобальном поведении горных массивов тектонических плит.

Кроме того, дается сравнение полученного численного решения для глобального распределения тектонических напряжений в окрестности сверхглубокой скважины с такими же расчетами напряженного состояния для упругого горного массива, которые рассчитаны в рамках классических подходов теории упругих горных пород (см. задачу С.Г. Лехницкого).

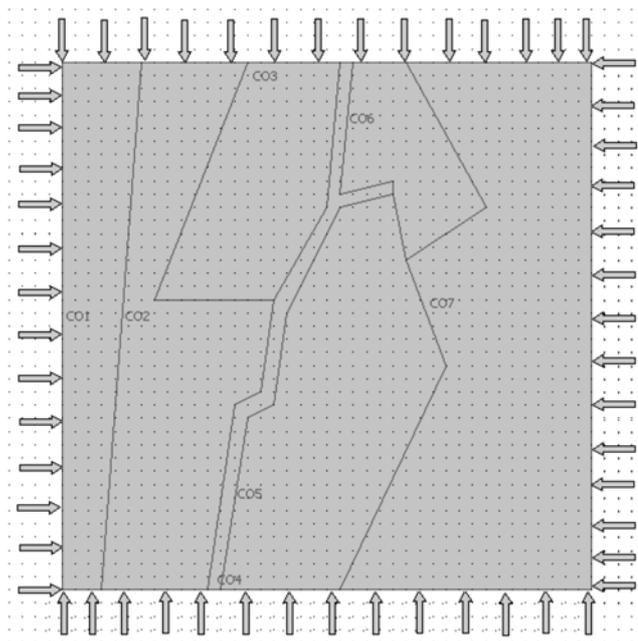
В качестве сравнительного решения производится определение напряженного состояния в окрестности Германской Континентальной Сверхглубокой скважины (КТВ).

Для решения плоской задачи теории упругих горных пород применяется среда *COMSOL Multiphysics 3.5*, использующая для решения задач метод конечных элементов (МКЭ) [3].

Для решения задачи С.Г. Лехницкого применяется символьные методы компьютерной алгебры системы *Mathematica* [6].

**Постановка задачи**

Для расчета тектонических напряжений плит горного массива, содержащих сверхглубокую скважину, была принята механическая схема, ранее описанная в [4]. В качестве исходной информации, необходимой для расчетов глобально распределения тектонических напряжений в горном массиве, были приняты



**Рис. 1. Схема геологического строения участка в районе бурения сверхглубокой скважины и расчетная схема с граничными условиями**

приближенные физические и геометрические параметры блоков пород, детально описанных в имеющейся в литературе [7].

В качестве расчетной модели была принята модель, описанная в [4].

На рис. 1 представлена схема геологического строения участка 20×20 км в районе бурения КТВ [7] и расчетная схема с граничными условиями плана этого участка. В качестве граничных условий на внешних

границах приложено действие плоских тектонических сжимающих напряжений  $\sigma_1=0.75 T$ ,  $\sigma_2=1.28 T$ , где  $T = 50$  МПа. Горное давление принимается таким же, как и ранее изложенной модели [4]. На внешних границах плит отсутствуют осевые смещения частиц горных пород, а на внутренних границах тектонических плит отсутствуют относительные проскальзывания плит.

Тектонический массив представлен блочной средой, каждый из которых обозначен как СО (номер блока). Расчетная модель состоит из шести крупных блоков, причем все они различаются физико-механическими свойствами, а узкий блок посреди массива имитируются Franconian Lineament, на схеме обозначен (СО4). Механические характеристики блоков представлены в табл. 1.

В принятой постановке решается задача об определении глобального напряженно-деформированного состояния в выделенном горном массиве. Для ее решения используется компьютерная программа *COMSOL Multiphysics 3.5*.

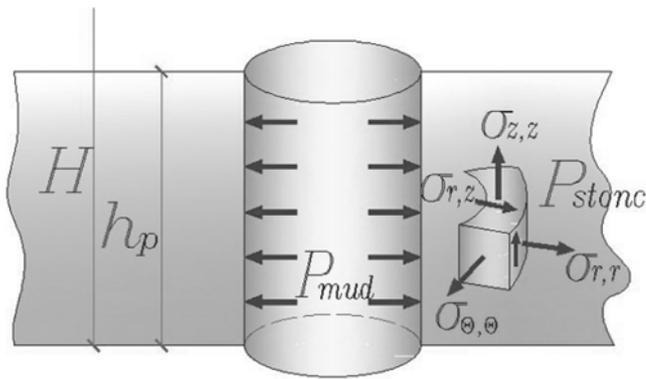
Очевидно, что в принятой постановке определить локальное распределение напряжений в окрестности сверхглубокой скважины не удастся.

Поэтому для определения локальных напряжений в окрестности вертикальной скважины решается осесимметричная задача теории упругости (задача С.Г. Лехницкого), без учета глобальных, тектонических напряжений в названных плитах.

Таблица 1

**Механические характеристики блоков расчетной модели**

Индекс блока	CO1	CO2	CO3	CO4	CO5	CO6	CO7
Модуль Юнга, $10^{10}$ Па	4.0	7.5	5.0	0.7	6.5	6.0	7.5
Коэффициент Пуассона	0.3	0.25	0.26	0.35	0.265	0.25	0.27



**Рис. 2. Расчетная схема задачи С.Г. Лехницкого**

При решении осесимметричной задачи приняты следующие допущения:

- скважина пробурена в однородном пласте горных пород;
- скважина очень длинная круговая;
- напряжения в горной породе зависят только

от радиального расстояния.

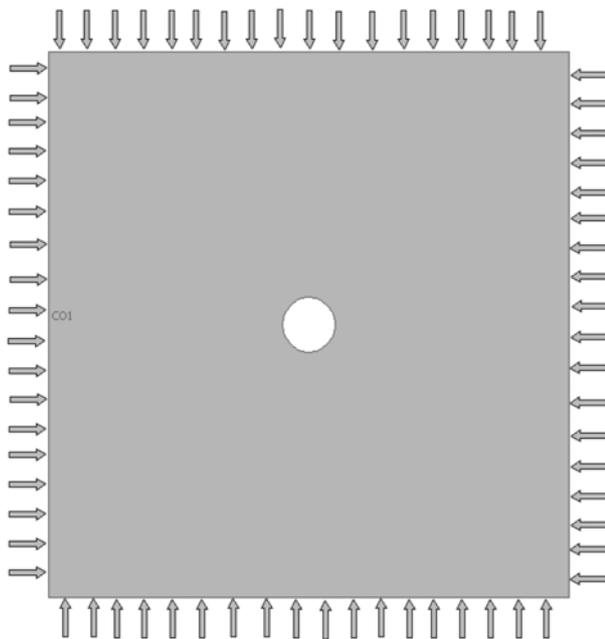
Здесь принято, что сверхглубокая скважина пробурена в блоке СО5.

Расчетная схема представлена на рис. 2. Однако напряженное состояние, детальное решение которой приведено ниже, присуще названной выше задаче, в дальнейшем будет возмущено тектоническими напряжениями, полученными из глобального распределения напряжений, представленной на схеме (рис. 1).

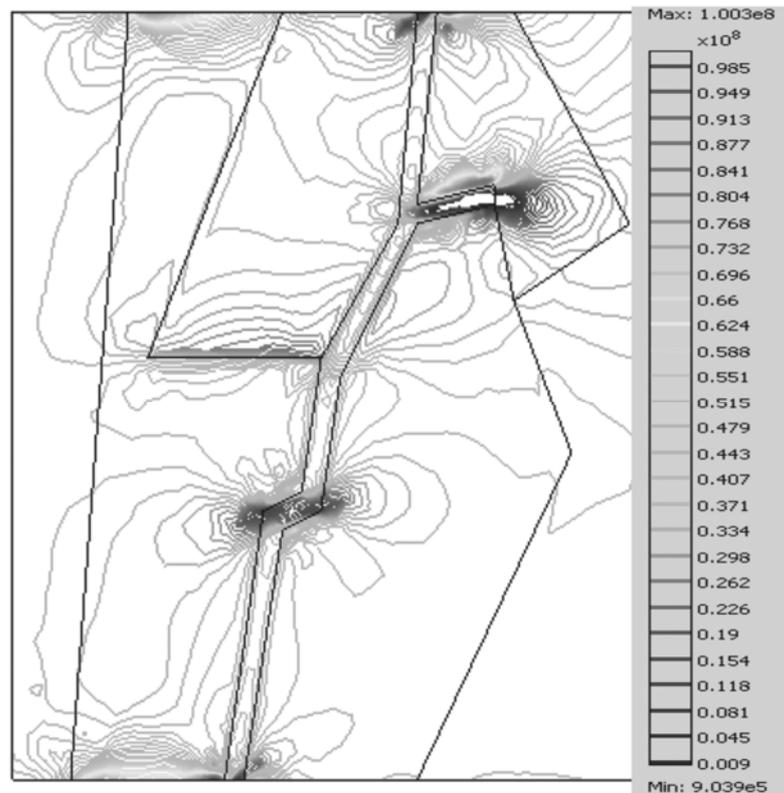
Для определения напряжений в окрестности сверхглубокой скважины, пробуренной в предварительно возмущенном горном массиве, снова решается плоская задача в системе *COMSOL Multiphysics 3.5*.

Механическая схема невозмущенной задачи представлена ниже на (рис. 3),

где скважина изображена в виде круга в центре квадрата 4×4 м. В качестве граничных условий на стенке скважины и на внешних границах невозмущенного объема горного массива приняты: давление бурового раствора на стенке скважины и напряжения бокового распора горных пород на внешних границах расчетной области. Обоснование размеров расчетной схемы будет дано ниже, при рассмотрении задачи С.Г. Лехницкого.



**Рис. 3. Расчетная схема невозмущенного горного массива в окрестности скважины**



**Рис. 4. Изолинии  $\sigma_1$ -первых главных напряжений**

#### **Глобальное распределение напряжений в горном массиве**

Результаты моделирования глобального распределения напряжений в невозмущенном горном массиве приведены ниже на графиках. Плоское напряженное состояние определено для главных напряжений.

Так на рис. 4 и рис. 5 представлены изолинии главных напряжений  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$ , а шкалы справа от рисунков дают значения этих напряжений в Па.

Представленные выше графические решения как количественно, так и качественно согласуются с аналогичными расчетами, приведенными, например, в [4], что свидетельствует о правомерности принятой методики расчета. Небольшие количественные расхождения в решениях можно объяснить погрешностями численных процедур (в [4] использовался *метод граничных элементов* [2]) и некоторыми расхождениями при построениях геометрических моделей.

Функциональные возможности среды *COMSOL Multiphysics* позволяют определить значения напряжений в произвольной точке горного массива. Поэтому, используя эту возможность, определим направления и значения главных напряжений в точке расположения сверхглубокой скважины. Эти направления и напряжения будут приняты за напряжения локальных возмущений горного массива возле скважины. Численные значения этих напряжений равны:  $\sigma_1 = 38$  МПа,  $\sigma_2 = -69$  МПа, а их направления учитываются в ориентации элемента горного массива в окрестности скважины.

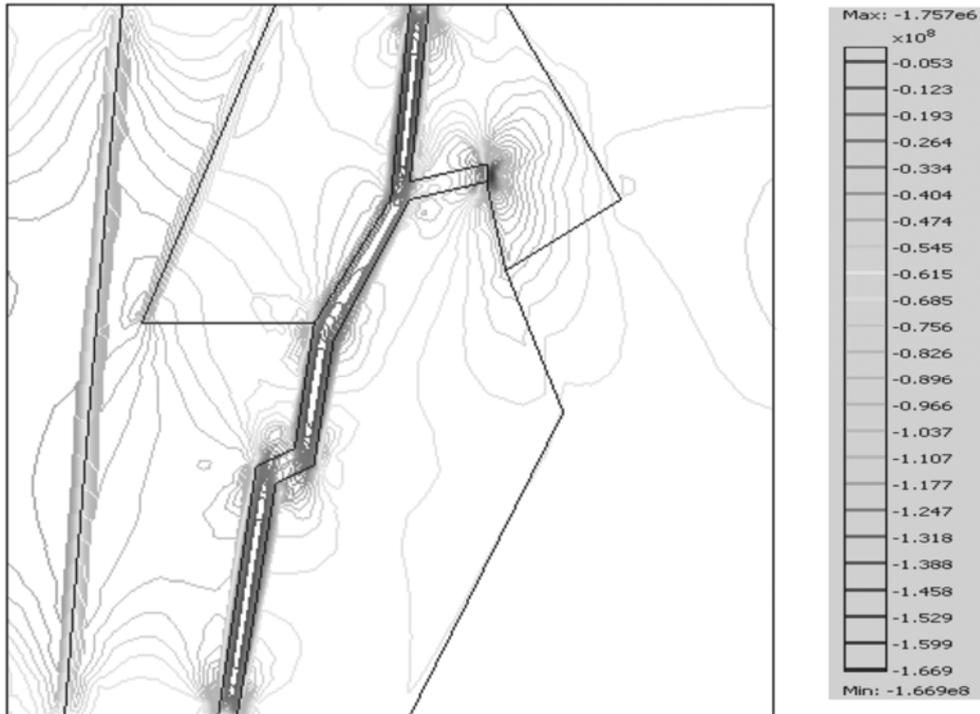


Рис. 5. Изолинии  $\sigma_2$  - вторых главных напряжений

**Решение задачи С.Г. Лехницкого**

Далее приведем решение задачи об определении радиальных, кольцевых и осевых напряжений в горном массиве в окрестности вертикальной скважины используя простейшую (упругую) модель горного массива [5]. Задача решается в линейной постановке, методами символьной алгебры системы *Mathematica*.

Так зависимости между малыми деформациями и смещениями горного скелета, в случае линейных осесимметричных деформаций, следующие

$e_{r,r} = \frac{\partial u_r}{\partial r};$	Объемное расширение элемента насыщенной среды запишется в виде
$e_{\theta,\theta} = \frac{1}{r} \left( \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + u_r \right);$	$\vartheta = \frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \left( \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + u_r \right) + \frac{\partial u_z}{\partial z}$
$e_{z,z} = \frac{\partial u_z}{\partial z};$	Зависимость между напряжениями и деформациями (Закон Гука) имеет вид
$e_{r,z} = \frac{\partial u_r}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial r}$	$\sigma_{r,r} = \lambda \vartheta + 2 \mu \epsilon_{r,r};$
	$\sigma_{\theta,\theta} = \lambda \vartheta + 2 \mu \epsilon_{\theta,\theta};$
	$\sigma_{z,z} = \lambda \vartheta + 2 \mu \epsilon_{z,z}$
	$\sigma_{r,z} = \mu \epsilon_{r,z};$

Которые, с учетом деформаций запишутся следующим образом

$$\sigma_{r,r} = \lambda \left( \frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \left( \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + u_r \right) + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right);$$

$$\sigma_{\theta,\theta} = \lambda \left( \frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \left( \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + u_r \right) + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right);$$

$$\sigma_{z,z} = \lambda \left( \frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \left( \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + u_r \right) + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right);$$

$$\sigma_{r,z} = \mu \left( \frac{\partial u_r}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial r} \right);$$

Уравнения равновесия твердого скелета в цилиндрических координатах имеют вид

$$\frac{\partial \sigma_{r,r}}{\partial r} + \frac{\partial \sigma_{r,z}}{\partial z} + \frac{1}{r} (\sigma_{r,r} - \sigma_{\theta,\theta}) = 0;$$

$$\frac{\partial \sigma_{r,z}}{\partial r} + \frac{\partial \sigma_{z,z}}{\partial z} + \frac{1}{r} \sigma_{r,z} = 0.$$

$$(\lambda + \mu) \frac{\partial \partial}{\partial r} + \mu \frac{\partial^2 u_r}{\partial z^2} + \mu \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{u_r}{r} \right) = 0;$$

$$(\lambda + \mu) \frac{\partial \partial}{\partial z} + \mu \frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2} + \mu \frac{\partial^2 u_z}{\partial r^2} + \mu \frac{1}{r} \frac{\partial u_z}{\partial r} = 0;$$

Из уравнений равновесия элемента горного массива находим уравнения Лямэ для радиальных и осевых смещений.

С учетом принятых допущений радиальные смещения будут одинаковыми во всех сечениях вдоль образующей и зависимыми только от радиального расстояния.

Тогда можно положить

$$\frac{\partial u_r}{\partial z} = 0; \quad \frac{\partial u_z}{\partial z} = \varepsilon_z = 0.$$

Тогда второе уравнение Лямэ будет удовлетворяться автоматически, а первое принимает вид

$$(\lambda + 2\mu) \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{u_r}{r} \right) = 0;$$

Ниже представлено решение уравнения Лямэ для радиальных смещений кодах среды *Mathematica*.

Сначала составляем уравнение Лямэ для  $u(r)$ .

$$\text{eq}[U_] := (\lambda + 2\mu) \frac{\partial \left( \frac{\partial U}{\partial r} + \frac{U}{r} \right)}{\partial r} == 0; U = u[r]; \text{eq}[U]$$

Граничные условия для уравнения Лямэ следующие

$$\sigma_{r,r}(r = a) = \left\{ (\lambda + 2\mu) \left( \frac{\partial u_r}{\partial r} \right) + \lambda \left( \frac{u_r}{r} \right) \right\} |_{r=a} = P_{\text{mud}};$$

$$\sigma_{r,r}(r \rightarrow \infty) = \left\{ (\lambda + 2\mu) \left( \frac{\partial u_r}{\partial r} \right) + \lambda \left( \frac{u_r}{r} \right) \right\} |_{r=\infty} = \chi P_{\text{stone}}.$$

где введено обозначение  $\chi$  - коэффициента бокового распора.

**solDisplacement =**

$$\text{DSolve}[\{\text{eq}[U], (\lambda + 2\mu) u'(a) + \lambda u(a) / a == P_{\text{mud}},$$

$$(\lambda + 2\mu) u'(R) + \lambda u(R) / R == \chi P_{\text{stone}}\}, u[r], r] // \text{Flatten} // \text{Simplify}$$

$$\left\{ u(r) \rightarrow \frac{a^2 P_{\text{mud}} (r^2 \mu + R^2 (\lambda + \mu)) - R^2 \chi P_{\text{stone}} (a^2 (\lambda + \mu) + r^2 \mu)}{2 r \mu (a^2 - R^2) (\lambda + \mu)} \right\}$$

Первое граничное условие по механическому смыслу - есть равенство  $\sigma_{r,r}$  - радиальных напряжений и давления бурового раствора на стенке скважины. Второе граничное условие - есть равенство  $\sigma_{r,r}$  - радиальных напряжений и осевых напряжений, как части горного давления на бесконечности.

Символьный вид решения для ограниченного полупространства, т.е. при  $a \leq r \leq R$ , где  $R$  текущий и достаточно большой радиус, при котором начинает выполняться и справедливо равенство  $\sigma_{x,x} > \sigma_{r,r}$ , представлен ниже.

Здесь  $P_{\text{mud}}$  - давление бурового раствора на стенке скважины, а  $P_{\text{stone}}$  - горное давление твердого скелета.

$$\mathbf{d} = \text{Limit}[u(r) /. \text{solDisplacement}, R \rightarrow \text{Infinity}] // \text{Simplify}$$

$$\frac{\chi P_{\text{stone}} (a^2 (\lambda + \mu) + r^2 \mu) - a^2 P_{\text{mud}} (\lambda + \mu)}{2 r \mu (\lambda + \mu)}$$

Радиальные напряжения равны

$$\sigma_{r,r} = ((\lambda + 2\mu) D[d, r] + \lambda (d / r)) // \text{Simplify}$$

$$\frac{a^2 P_{\text{mud}} + \chi (r^2 - a^2) P_{\text{stone}}}{r^2}$$

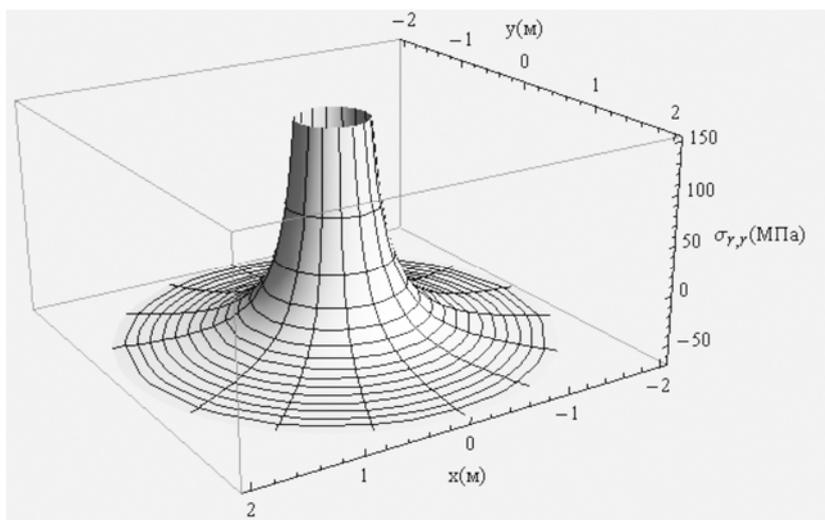
Далее находим формулу для кольцевых напряжений в виде.

$$\text{In}[6]= \sigma_{\theta,\theta} = (2\mu (d / r) + \lambda (D[d, r] + (d / r))) // \text{Simplify}$$

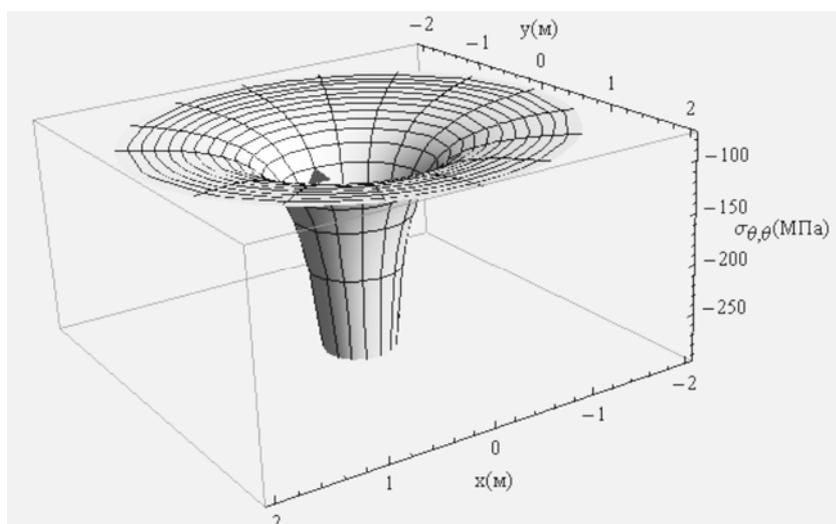
$$\text{Out}[6]= \frac{\chi (a^2 + r^2) P_{\text{stone}} - a^2 P_{\text{mud}}}{r^2}$$

Полученные символьные решения полностью совпадают с формулами для радиальных и кольцевых напряжений представленных в [5].

Ниже приведены графики радиальных и кольцевых напряжений на глубине 8000 м, как функций расстояния от оси скважины  $r$ .



**Рис. 6. Распределение радиальных напряжений в окрестности скважины на 3D-графике**



**Рис. 7. Распределение кольцевых напряжений в окрестности скважины на 3D-графике**

Как видно из приведенных графиков, область влияния скважины на прилегающие горные породы не превышает 2 м в одну сторону. Это говорит о том что, размер модельной области для численного моделирования был выбран, в общем-то правильно, в виде ориентированного квадрата со стороной 4 м.

### **Возмущенное состояние горного массива в окрестности сверхглубокой скважины**

Представим результаты численного моделирования напряженного состояния горного массива на той же глубине, что и ранее (см. раздел выше).

Представлено графическое изображение поля первых главных напряжений в окрестности скважины на глубине 8000 м.

На графике рис. 8, а представлено локальное распределение вторых главных напряжений возле сверхглубокой скважины.

Из представленных графиков видно, что глобальные напряжения горного массива вносят существенное изменение (по сравнению с классическими представлениями) в картину распределения локальных напряжений возле вертикальной сверхглубокой скважины.

Это изменение приводит к образованию повышенного напряженного состояния, фактически к образованию локального максимума напряжений в зоне «действия» скважины, чего нельзя увидеть в рамках известных подходов оценки напряженно-деформированного состояния горных массивов.

Картина напряженного состояния по первым главным напряжениям в образе 3D представлена ниже на рис. 9. Локальные максимумы напряжений, также как и давление на стенке скважины имеют примерно равные численные значения.

Далее на рис. 10 представлена картина распределения (в формате 3D) вторых главных напряжений на той же глубине залегания слоев, что и ранее.

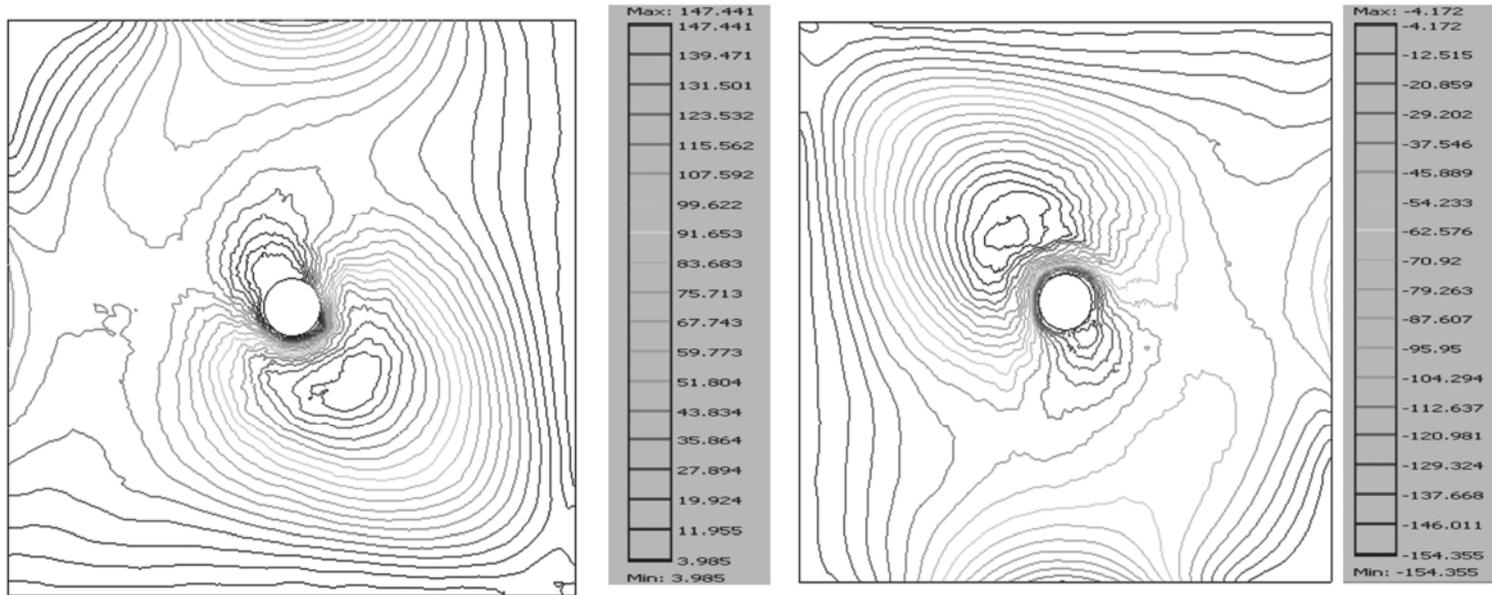
Из представленных символьных и численных решений видно, что главная тенденция распределения напряжений соответствует физической картине рассматриваемого явления: а именно, численные решения, следующие из символьных выражений и численные решения, полученные из возмущенной задачи горного массива дают примерно равные результаты, с той лишь разницей, что из возмущенной задачи находим локальные максимумы напряжений, что должно учитываться при проектировании строительства сверхглубоких скважин.

Наконец для оценки прочности горных пород в окрестности скважины представим расчеты эквивалентных напряжений (по Треска), графики которых, по классической теории напряженно-деформированного состояния представлены на рис. 11, а соответствующий график распределения эквивалентных напряжений полученный из решения возмущенной задачи, представлен на рис. 12.

Из представленных решений на рис. 11, 12 видно, что оценку прочности горных пород в окрестности сверхглубокой скважины необходимо проводить по методу решения возмущенной задачи горного массива, т.к. в последнем случае видны локальные максимумы напряжений, оценить которые в рамках классических представлений не удастся. В тоже время, для оценки напряженного состояния на стенке скважины достаточно одних только классических методов расчета НДС.

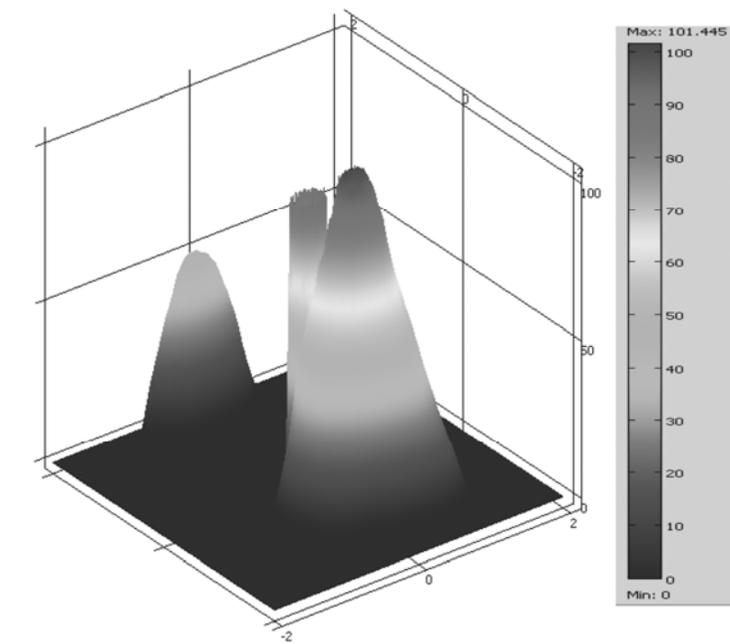
#### **Заключение**

Из настоящей работы следует, что при проектировании сооружения сверхглубоких (глубоких скважин) напряженно-деформированное состояние горного массива в окрестности скважины необходимо рассчитывать из условия глобального возмущенного состояния горных пород. При этом возмущениями служат глобальные распределения напряжений в тектонических плитах.

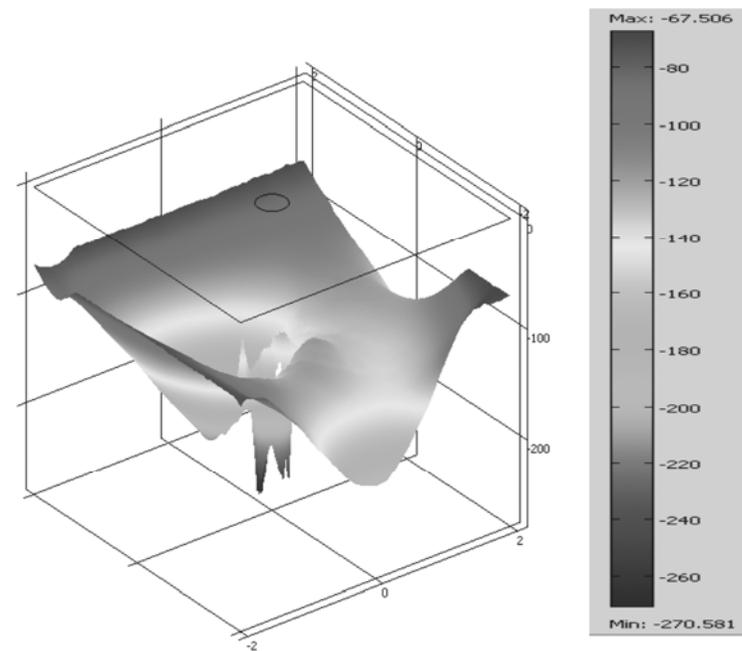


**Рис. 8. Изолинии первых главных напряжений в окрестности скважины**

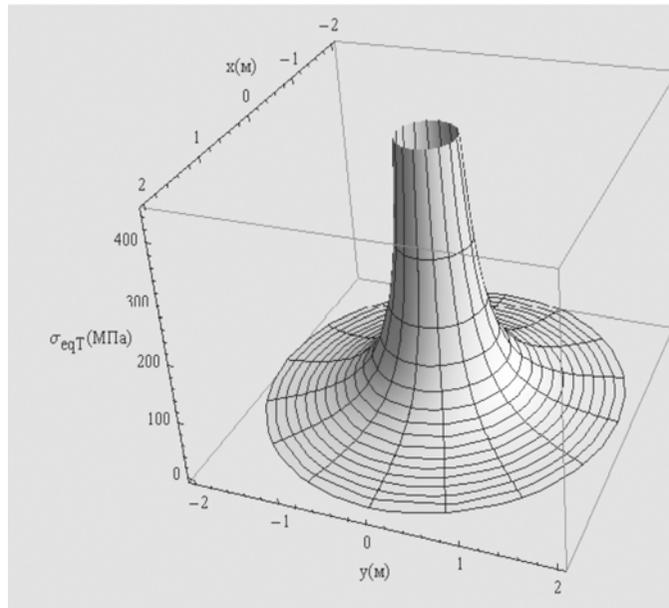
**Рис. 8, а. Изолинии вторых главных напряжений в окрестности скважины**



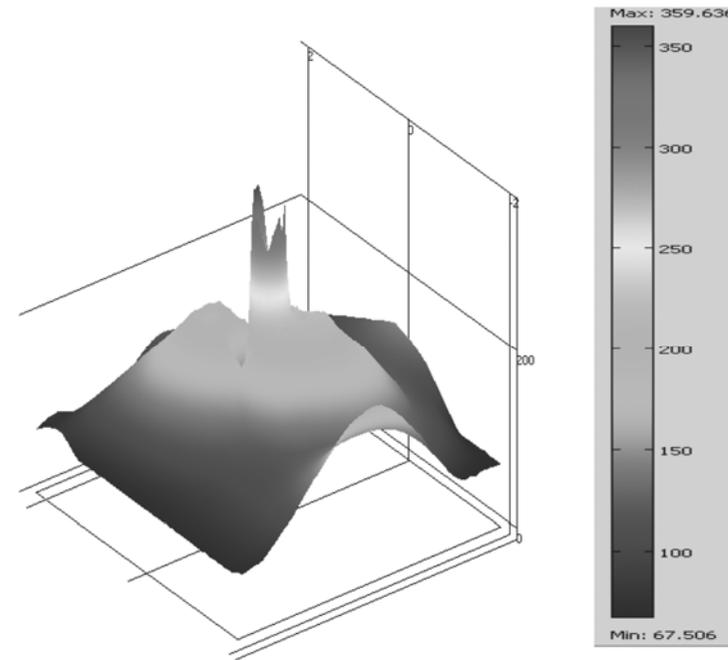
**Рис. 9.** Распределение первых главных напряжений в окрестности скважины на 3D-графике



**Рис. 10.** Распределение вторых главных напряжений в окрестности скважины на глубине 8000 м



**Рис. 11. Распределение эквивалентных напряжений по Треска в Mathematica**



**Рис. 12. Распределение эквивалентных напряжений по Треска в COMSOL**

Локализация напряженного состояния горных пород в окрестности скважины может быть оценена по классическим теориям упругого горного массива, а определение локальных максимальных напряжений возле скважины, возможно только из решения возмущенных задач горных массивов.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Антипов В.И. Физические процессы нефтегазового производства: учеб. пособие для вузов в 3т. / В.И. Антипов [и др.]. – М. : «ОАО «Издательство недр», 1998. – 372 с.
2. Бреббия К. Методы граничных элементов: монография/ К. Бреббия [и др.]. - М.: «Мир», 1987. - 525 с.
3. Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике: монография/ О. Зенкевич. - М.: «Мир», 1975. - 543 с.
4. Савченко С.Н. Козырев А.А. Сравнительный анализ напряженного состояния пород вблизи и в разрезах сверхглубоких скважин СГ-3 и КТВ — Вестник МГТУ, том 10, №2 2007г.
5. Тимошенко С.П. Курс теории упругости: монография/ С.П. Тимошенко. - К: «Наукова думка», 1972 - 501 с.
6. Gass R. Mathematica for scientists and engineers: using Mathematica to do science/ monography — New Jersey «Prentice Hall», 1998 - 499p.
7. Geologische Karte des KTB-Umfeldes Oberpfalz 1:50000. J. Sardua und andere, Hannover, 1991. **ИЛС**

#### Коротко об авторах

Папуша А.Н. – профессор, доктор технических наук, заведующий кафедрой, Мурманский государственный технический университет, papushaan@mstu.edu.ru  
 Гонтарев Д.П. – аспирант, Московский государственный горный университет.  
 Moscow State Mining University, Russia, [ud@msmu.ru](mailto:ud@msmu.ru)



#### ДИССЕРТАЦИИ

##### ТЕКУЩАЯ ИНФОРМАЦИЯ О ЗАЩИТАХ ДИССЕРТАЦИЙ ПО ГОРНОМУ ДЕЛУ И СМЕЖНЫМ ВОПРОСАМ

Автор	Название работы	Специальность	Ученая степень
<b>МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ГОРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ</b>			
ЭРНАНДЕЗ ГУАЛЬТЕРОС Ирина Элгуджевна	Экономическая оценка уровня деловой активности компаний по добыче и переработке кварцевых песков	08.00.05 08.00.10	к.э.н.