УДК 622.330.4

А.Б. Исаев, Н.И. Колосницын, А.В. Царегородцев

ЛИНЕЙНЫЙ АЛГОРИТМ ОБНАРУЖЕНИЯ СИГНАЛА УЗКОПОЛОСНОЙ СИСТЕМОЙ ФИЛЬТРАЦИИ

Предложен линейный алгоритм, который может быть встроен в систему распознования сигналов от случайных процессов. Алгоритм использует эффект самокомпенсации шумов, повышает вероятность выделения сигнала на фоне шумов.

Ключевые слова: узкополосный стохастический процесс, дисперсия процесса, время фильтрации.

Рассмотрим узкополосной стохастический процесс $\xi(t)$, который в отсутствии детерминированного сигнала можно представить в виде

$$\xi(t) = x(t)\cos\omega_0 t + y(t)\sin\omega_0 t\,, \tag{1}$$

где $x(t)$ и $y(t)$ медленно меняющиеся случайные стационарные функции.

Случайный процесс $\xi(t)$ является нормальным, стационарным и его автокорреляционная функция равна

$$k(\tau) = \langle \xi(t)\xi(t+\tau)\rangle = \sigma^2\rho(\tau)\cos\omega_0\tau \tag{2}$$

Здесь $\langle\cdot\rangle$ - символ процедуры осреднения, σ^2 - дисперсия процесса, $\sigma^2\rho(\tau)$ – амплитуда процесса.

Случайные функции $x(t)$ и $y(t)$ являются нормальными, стационарными, независимыми, имеющими нулевые средние значения и одинаковые автокорреляции:

$$\left.\begin{aligned} \langle x(t_1)\rangle = \langle y(t_1)\rangle = 0; \langle x(t_1)y(t_2)\rangle = 0 \\ \langle x(t+\tau)x(t)\rangle = \langle y(t+\tau)y(t)\rangle = \sigma^2\rho(\tau) \end{aligned}\right\} \tag{3}$$

Компоненты $x(t)$ и $y(t)$ выделяются путем синхронизированного детектирования:

$$x(t) = \frac{1}{T}\int_{t-\frac{T}{2}}^{t+\frac{T}{2}} \xi(t)\cos\omega_1 t dt\,;$$

$$y(t)=\frac{1}{T}\int_{t-\frac{T}{2}}^{t+\frac{T}{2}}\xi(t)\sin\omega_1 t dt .$$

Здесь $\omega_1 = t-\dfrac{T}{2}$, ω_0 – частота опорного генератора.

Время фильтрации подчинено условиям: $\dfrac{2\pi}{\omega_0} << T << \tau^*$, где τ^* - время релаксации детектора (например, гравитационной антенны).

При этом интервалы между соседними отсчетами Δt должны быть порядка $T:\Delta t > T$, где Т – время фильтрации сигнала.

Величины $x(t)$ и $y(t)$, как отмечено выше, распределены по нормальному закону с дисперсией σ^2: $p(x,y)=\dfrac{1}{2\pi\sigma^2}exp\left[-\dfrac{x^2+y^2}{2\rho^2}\right]$.

Эффект самокомпенсации шумов – понижение шумовой температуры на интервалах наблюдений, сравнимых с временами измерений (секунды и доли секунды), на которых шумы сильно коррелированны (см. [1]) имеет место при переходе от величин $x(t)$ и $y(t)$ к приращениям этих величин на интервале

$\tau << \tau^*$: $\zeta_1(t)=x(t+\tau)-x(t);\zeta_2(t)=y(t+\tau)-y(t)$.

Поскольку операция перехода от x и y к ζ_1 и ζ_2 является линейной, случайный процесс, определяемый $\zeta_1(t)$ и $\zeta_2(t)$, является нормальным, причем ζ_1 и ζ_2 независимы. Найдем дисперсии величин ζ_1 и ζ_2. Имеем:

$$\sigma^2(\zeta_1)=\langle\zeta_1(t)\cdot\zeta_1(t)\rangle=\langle x(t+\tau)\cdot x(t+\tau)\rangle-2\langle x(t+\tau)x(t)\rangle+\langle x(t)x(t)\rangle .$$

Используя свойство (3) случайного процесса $x(t)$, получаем

$$\sigma^2(\zeta_1)=2\sigma^2[1-\rho(\tau)].$$

Аналогично находим

$$\sigma^2(\zeta_2):\ \sigma^2(\zeta_2)=\sigma^2(\zeta_1)=\sigma^2(\zeta)=2\sigma^2\left[1-\rho(\tau)\right].$$

Для антенны (механического осциллятора) $\rho(\tau)=\exp(-\dfrac{|\tau|}{\tau^*})$.

При $\tau << \tau^*$ (время релаксации антенны) получаем

$$\sigma^2(\zeta)=2\sigma^2\frac{\tau}{\tau^*} << \sigma^2 \tag{4}$$

Другими словами, дисперсия для коррелированных приращений случайных величин может быть значительно меньше дисперсии исходного случайного процесса, определяемой тепловыми флюктуациями собственно антенны (осциллятора).

Нетрудно видеть, что нормальный закон распределения для ζ_1 и ζ_2 имеет вид

$$p(\zeta_1,\zeta_2)=\left[2\pi\cdot 2\sigma^2(1-\rho)\right]\exp[-\frac{\zeta_1^2+\zeta_2^2}{4\sigma^2(1-\rho)}] \tag{5}$$

Рассмотрим распределение величины

$$S=\frac{\zeta_1^2+\zeta_2^2}{4\sigma^2(1-\rho)}=\frac{\zeta_1^2+\zeta_2^2}{2\sigma^2(\zeta)} \tag{6}$$

Его можно получить из (5) путем перехода к новым переменным S и φ: $\zeta_1=\sqrt{2S}\sigma(\zeta)\sin\varphi$; $\zeta_2=\sqrt{2S}\sigma(\zeta)\cos\varphi$ и интегрирования по φ.

В итоге получаем больцмановское распределение

$$W(S)=\exp(-S) \tag{7}$$

Вероятность появления $S>S_0$ равна

$$P(S>S_0)=\int_{S_0}^{\infty}\exp(-S)dS=\exp(-S_0) \tag{8}$$

Среднее значение и дисперсия S равны:

$$\overline{S}=1; \qquad D(S)\equiv\overline{(S-\overline{S})^2}=1 \tag{9}$$

Очевидно, что все алгоритмы, имеющие дело с линейными преобразованиями исходного случайного процесса $\xi(t)$ (линейные алгоритмы) приводят к больцмановской статистике (7). Рассмотрим, например, алгоритм Левина – Гарвина [2], применяемый для обработки данных гравитационно – волновых измерений. Этот алгоритм также исходит из компонент случайного процесса *x(t)* и *y(t)*, получаемых из исходного $\xi(t)$ синхронным детектированием. Процесс с коррелированными приращениями в этом алгоритме строится по правилу:

$$\left.\begin{aligned}\zeta_1(t)&=x(t)-x(t-\tau)\exp(-\tau/\tau^*)\\ \zeta_2(t)&=y(t)-y(t-\tau)\exp(-\tau/\tau^*)\end{aligned}\right\} \tag{10}$$

Преобразование (10) является линейным, так что $\zeta_1(t)$ и $\zeta_2(t)$ образуют нормальный стохастический процесс с нулевыми средними значениями, обе компоненты $\zeta_1(t)$ и $\zeta_2(t)$ этого процесса независимы и имеют одинаковые дисперсии. Используя свойства (3) нетрудно найти значения этих дисперсий:

$\sigma_{лг}{}^2=\sigma^2[1-\rho^2(\tau)]$.

При $\tau<<\tau^*$, $\sigma_{лг}{}^2=2\sigma^2\tau/\tau^*$. Этот результат идентичен полученному выше соотношению (4). При $\tau>>\tau^*$, $\sigma_{лг}{}^2=\sigma^2$. То, что в этом случае $\sigma_{лг}{}^2=\sigma^2$

(но $\sigma_{лг}{}^2 \neq 2\sigma^2$ как выше) связано с тем, что при $\tau >> \tau^*$, $\zeta_1(t)$, $\zeta_2(t)$ переходят соответственно в $x(t)$ и $y(t)$, которые имеют дисперсию именно σ^2.

Безразмерный критерий Левина – Гарвина, для которого справедливо распределение (7) и соотношения (8), (9), дается выражением

$$S_{лг} = (\zeta_1^2 + \zeta_2^2) / 2\sigma^2 (1-\rho^2).$$

К недостатку линейных алгоритмов следует отнести необходимость идеального соблюдения процедуры синхронного детектирования.

В заключение заметим, что использую систему из независимых фильтров можно восстанавливать спектральный состав регистрируемого падающего сигнала, восстанавливать его исходную форму. Такая система может быть использована в задачах распознавания сигнала.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Тихонов В.И.* Статистическая радиофизика. М., Сов. радио, 1982.

2. *Levine J.L., Garwin R.L. Absense of Gravity* – Wave Signals in a Bar at 1695 Hz. – Phys. Rev. Lett., 1973, v.31, №3, p. 173. ГИАБ

КОРОТКО ОБ АВТОРАХ

Исаев Андрей Борисович – кафедра кибернетики и мехатроники, Российский университет дружбы народов,
Колосницын Николай Иванович – Институт физики Земли РАН,
Царегородцев Анатолий Валерьевич – кафедра комплексной защиты объектов информатизации, ВГНА Минфина России.

МЕСТОРОЖДЕНИЯ МИРА

Начало на с. 298, 304.

Крупные месторождения по добыче серебра
(http://www.proserebro.com/ag/mestorozhdeniya)

	Месторождение	Компания (страна)	Добыча (млн. унций) – данные 2005 г.
1.	Cannington	BHP Billiton (Австралия)	48,80
2.	Fresnillo (Proano)	Industrias Penoles SA de CV (Мексика)	33,93
3.	Дукат	«Полиметалл» (Россия)	13,42
4.	Uchucchacua	Compania de Minas Buenaventura SA (Перу)	10,21
5.	Greens Creek	Kennecott Minerals / Hecla Mining (США)	9,66
6.	Arcata	Minas de Arcata SA (Перу)	6,61
7.	Imiter	Societe Metallurgique d'Imiter/Omnium Nord Africain (Марокко)	5,82
8.	Rochester	Coeur d'Alene Mines (США)	5,72
9.	Tayahua	Grupo Carso (Мексика)	4,30
10.	Huaron	Pan American Silver (Перу)	3,69