

УДК 621.926:621.928

**А.Н. Картавый**

## **ОБОБЩЕННАЯ МОДЕЛЬ ЦЕНТРИРОВАННОГО ДЕБАЛАНСНОГО ВИБРАЦИОННОГО АГРЕГАТА \***

*Приведена обобщенная модель горного центрированного дебалансного вибрационного агрегата для добычи и переработки полезных ископаемых.*

*Ключевые слова: вибрационный агрегат, вибрационный грохот, вибрационная мельница, принцип центрирования, математическая модель двухзвенной колебательной системы, метод Лагранжа, метод Даламбера, энергозатраты агрегата.*

---

**П**овышение энергоэффективности производств является актуальной государственно важной проблемой. В настоящее время наибольшее количество энергии на горных предприятиях затрачивается при переработке минерального сырья. Наиболее эффективными и наименее энергозатратными являются агрегаты вибрационного принципа действия, получившие широкое распространение на горных предприятиях. Однако определение энергетических параметров виброагрегатов аналитическими расчетными методами требует уточнения, т. к. их результаты расходятся с фактическими данными.

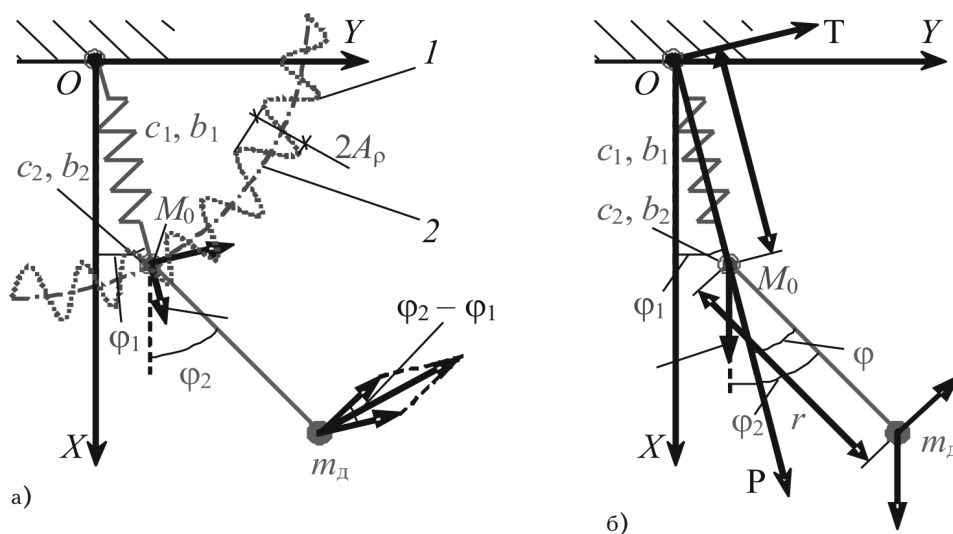
Обобщенная динамическая модель центрированного дебалансного вибрационного агрегата (рис. 1), моделирующая, например, горные вибрационные грохоты, питатели, конвейеры или специальные конструкции высокоскоростных проходческих и добычных агрегатов, представляет собой двухзвенную систему с упруго-вязким звеном и упруго-вязким шарнирным соединением и имеет две колеблющиеся массы (материальные точки): рабочего органа  $M_0$  и дебаланса  $m_d$ , которые сосредоточены в соответствующих центрах масс (ЦМ).

Модель разработана с учетом известных представлений о динамике двойного маятника и наиболее полно учитывает параметры динамической системы: переменную амплитуду колебаний ( $A$ ), которой является длина первого звена, моделирующего систему амортизации, его жесткость ( $c_1$ ) и демпфирование ( $b_1$ ), крутильную жесткость вала вибровозбудителя ( $c_2$ ) и сопротивления в его подшипниках ( $b_2$ ), силы тяжести  $F_{T1}$  и  $F_{T2}$  от масс  $M_0$  и  $m_d$ , а также усилие привода  $F_{пр}$  на плече  $r$ , приводящее систему в движение. Второе звено моделирует дебалансный вибровозбудитель массой  $m_d$  с приведенным радиусом  $r$  ЦМ дебаланса. Обобщенная координата  $\varphi_1$  определяет угловое положение первого звена, а  $\varphi_2$  – второго ( $\varphi_2 - \varphi_1 = \varphi$  – фаза колебаний).

В модели принимается, что ось вибровозбудителя проходит через ЦМ рабочего органа – система центрирована, в связи с чем отсутствуют угловые колебания системы, вызванные внецентренным приложением возбуждающей силы и несовпадением центров жесткости и масс.

---

\*Работа проводилась при финансовой поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации в рамках государственного контракта № 16.515.11.5047 от 13 мая 2011 г.



**Рис. 1.** Схемы приложения сил (а) и скоростей (б) двухзвенной системы с упруго-вязким звеном и упруго-вязким шарнирным соединением: 1 – траектория движения при продольных колебаниях упругих элементов, 2 – средняя линия траектории движения

Масса  $m_d$  участвует в движении совместно с массой  $M_0$  ( $m_d + M_0 = M$ ) и имеет переносную скорость  $v_{пер}$  относительно неподвижной системы координат  $XOY$  и относительную скорость  $v_{отн}$ , а также в связи с возможной переменной длиной первого звена может колебаться в продольном направлении со скоростью  $v_{норм}$  по некоторой траектории, которая в общем случае может быть представлена кривой 1. Движение со скоростью  $v_{норм}$  осуществляется по оси  $OP$ , связанной с массой  $M_0$ , подвижной системы координат  $TOPY$  относительно некоторой средней траектории 2 с амплитудой  $A_p$  и может быть отдельно описано уравнением

$$M\ddot{\rho} + b_1\dot{\rho} + c_1\rho = F_p(t),$$

где  $F_p(t)$  – сила, возбуждающая колебания относительно средней траектории 2. Тогда масса  $m_d$  будет двигаться со скоростью  $\vec{v}_m = \vec{v}_{отн} + \vec{v}_{пер} + \vec{v}_{норм}$ .

Применительно к дебалансным виброагрегатам  $v_{норм} = f(c_1)$ . Если  $c_{x1} \neq c_{y1}$ ,  $v_{норм}$  изменяется с угловой частотой  $2\omega$  ( $\omega$  – вынужденная частота круговых колебаний) и траекторию движения можно представить в виде эллипса. При  $c_{x1} = c_{y1} = c_1$  движение системы должно осуществляться по траектории, близкой к окружности радиусом  $A$  (кривая 2), и тогда  $v_{норм} \rightarrow 0$ .

На основе использования известных уравнений Лагранжа

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} \frac{\partial W_k}{\partial \dot{\phi}_1} - \frac{\partial W_k}{\partial \phi_1} + \frac{\partial W_p}{\partial \dot{\phi}_1} + \frac{d}{dt} \frac{\partial W_n}{\partial \dot{\phi}_1} - \frac{\partial W_n}{\partial \phi_1} = Q_1; \\ \frac{d}{dt} \frac{\partial W_k}{\partial \dot{\phi}_2} - \frac{\partial W_k}{\partial \phi_2} + \frac{\partial W_p}{\partial \dot{\phi}_2} + \frac{d}{dt} \frac{\partial W_n}{\partial \dot{\phi}_2} - \frac{\partial W_n}{\partial \phi_2} = Q_2 \end{cases}$$

и подстановки в них значений кинетической  $W_k$  и потенциальной  $W_p$  энергии, функции Рэля  $W_R$  и обобщенных сил  $Q_1$  и  $Q_2$  получены уравнения:

$$\begin{cases} MA^2 \ddot{\varphi}_1 + m_d Ar \cos \varphi \ddot{\varphi}_2 - m_d Ar \sin \varphi \dot{\varphi}_2^2 + b_1 A^2 \dot{\varphi}_1 + MgA \sin \varphi_1 = F_{np} A \cos \varphi; \\ m_d r^2 \ddot{\varphi}_2 + m_d Ar \cos \varphi \dot{\varphi}_1 + m_d Ar \sin \varphi \dot{\varphi}_1^2 + b_2 \dot{\varphi}_2^2 + m_d gr \sin \varphi_2 = F_{np} r. \end{cases} \quad (1)$$

Слагаемые, содержащие скорости  $\dot{\varphi}_1$  и  $\dot{\varphi}_2$ , являются моментами нормальных сил инерции, а слагаемые, содержащие ускорения  $\ddot{\varphi}_1$  и  $\ddot{\varphi}_2$ , – моментами тангенциальных (касательных) сил инерции, что характерно для переносного движения.

Воспользовавшись кинетостатическим принципом Даламбера, затем по осям подвижной системы координат ТОР были найдены уравнения движения массы  $M$ , учитывающие ее инерционную силу, диссипативную силу внутреннего трения системы амортизации агрегата, силу ее упругости, а также возбуждающую силу привода:

$$\begin{cases} M \ddot{\rho}_1 + b_\rho \dot{\rho}_1 + c_\rho \rho_1 + m_d \ddot{\rho}_2 = F_{np\rho}; \\ M \ddot{\tau}_1 + b_\tau \dot{\tau}_1 + c_\tau \tau_1 + m_d \ddot{\tau}_2 = F_{np\tau}. \end{cases}$$

В результате их решения получены равенства:

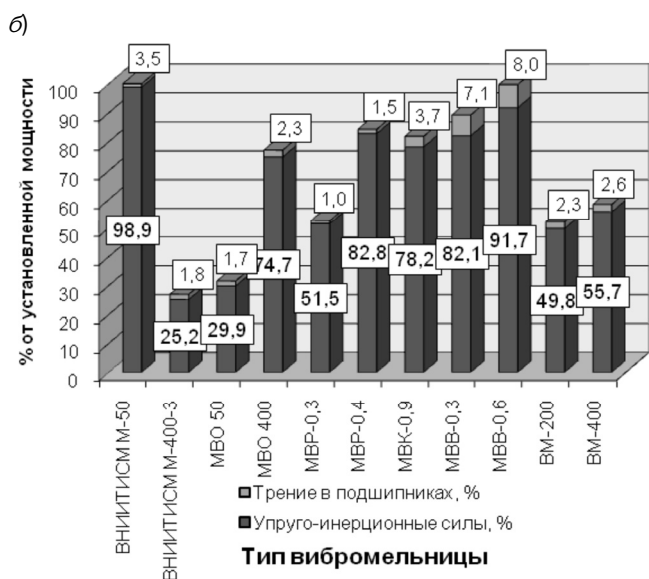
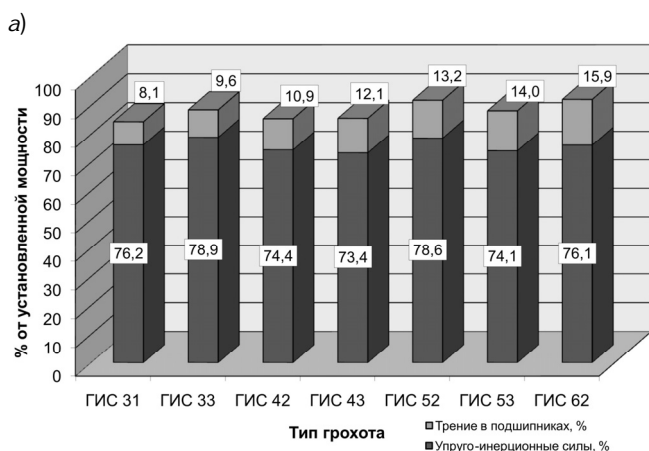
$$\begin{cases} -MA\dot{\varphi}_1^2 + c_1 A - m_d [A\dot{\varphi}_1^2 + r\dot{\varphi}_2^2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1) + r\dot{\varphi}_2 \sin(\varphi_2 - \varphi_1)] = -F_{np} \sin(\varphi_2 - \varphi_1); \\ MA\ddot{\varphi}_1 + b_1 A\dot{\varphi}_1 + m_d [A\ddot{\varphi}_1 - r\dot{\varphi}_2^2 \sin(\varphi_2 - \varphi_1) + r\dot{\varphi}_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1)] = F_{np} \cos(\varphi_2 - \varphi_1). \end{cases} \quad (2)$$

Решения систем уравнений (1) и (2) могут быть использованы при описании движения рассматриваемой колебательной системы как в установившемся, так и в переходном режимах. Пренебрегая слагаемыми, содержащими силы тяжести и трение в подшипниках вибровозбудителей, для установившегося режима была получена система из трех уравнений:

$$\begin{cases} F_{np} A \cos \varphi = F_{дисс} A - F_d A \sin \varphi; \\ F_{np} r = F_{пер} r \sin \varphi; \\ F_{np} \sin \varphi = F_{пер} - F_{унн} + F_d \cos \varphi, \end{cases} \quad (3)$$

где  $F_{пер} = m_d v_{пер} \dot{\varphi}_1 = m_d A \omega^2$  – сила, возникающая при переносном движении в связи с расположением оси вибровозбудителя вне центра вращения системы,  $F_d = m_d r \omega^2$  – дебалансная сила вибровозбудителя,  $F_{унн} = MA[\omega_0^2 - \omega^2]$  – упруго-инерционная сила от действия амортизаторов и инерции системы,  $F_{дисс} = b_1 A \omega = 2h_1 MA \omega$  – диссипативная сила системы амортизаторов,  $\omega_0 = \sqrt{c_1/M}$  – собственная частота круговых колебаний,  $h_1 = b_1/M$  – коэффициент диссипации в упругих элементах первого звена.

Первое уравнение системы (3) представляет собой равенство моментов или проекций на ось  $OT$  сил на плече  $A$ , второе – равенство моментов в относительном движении, третье – равенство проекций сил на ось  $OP$ . Первое уравнение показывает, что действующие силы преодолевают диссипативные силы системы, движение которой осуществляется с амплитудой  $A$ . Второе указывает



**Рис. 2. Мощность, необходимая для преодоления инерции системы и трения в подшипниках на примере вибрационных грохотов с эллиптическими колебаниями (а) и мельниц (б)**

моментах двух составляющих дебалансной силы на плече  $A$ : 1) косинусной, которая зависит от разности квадратов собственной и вынужденной частот колебаний, т.е. кинематических параметров системы, 2) синусной, которая связана с параметрами вязкого трения в упругих элементах системы амортизации. Можно отметить, что затраты энергии в системе во внерезонансных режимах зависит от первого фактора, а в резонансном режиме – от второго. В обоих случаях затраты энергии будут зависеть от выбранной частоты вращения привода и физико-механических параметров системы упругой амортизации.

на то, что система приводится в сложное движение с помощью момента привода, имеющего дебалансную массу  $m_d$ , которая реализует относительное движение, и равного синусной составляющей переносной силы инерции дебаланса на плече  $r$ . При этом ось вибрационного возбудителя находится вне центра вращения системы и участвует в переносном движении. Рассматривая третье уравнение, можно сделать вывод, что проекции сил, в него входящие, не создают моментов, т.к. линии действия этих проекций проходят через центр вращения системы, и, следовательно, при этом не затрачивается энергия.

Используя (3), было найдено, что  $F_{пр}^2 = F_d^2$ . С учетом этого и, воспользовавшись первым уравнением системы (3), было получено выражение для определения момента привода вибровозбудителя:

$$L_{пр} = F_{дисс} A = F_d A (\cos \varphi + \sin \varphi) \quad (4)$$

Интересным выводом здесь может быть тот, что момент, требуемый для преодоления сопротивлений системы, состоит из

Необходимую мощность привода вибровозбудителя можно найти, подставив выражение  $F_d = MA\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4h_1^2\omega^2}$  :

$$N_{\Sigma} = \frac{MA^2\omega}{2\pi}(|\omega_0^2 - \omega^2| + 2h_1\omega). \quad (5)$$

Выражение (5) может быть использовано в системах с вынужденными колебаниями для определения мощности приводов центрированных виброагрегатов в резонансном и дорезонансном режимах их работы. Энергозатраты незначительны в связи с расположением осей дебалансных вибровозбудителей вне центров вращения колебательных систем агрегатов.

Для успешной эксплуатации в горной промышленности вибрационных агрегатов применение выражения (5) позволяет получить, например, для вибромельниц и виброгрохотов (рис. 2), сходимость до 87...92 %. В некоторых случаях расчеты по этому выражению помогают выявить нецентрированные конструкции виброагрегатов (например, вибромельницы МВО-50, ВМ-200 и др.). **■▲Б**

#### **КОРОТКО ОБ АВТОРЕ**

---

*Картавый А.Н.* – ведущий научный сотрудник, Московский государственный горный университет, Moscow State Mining University, Russia, ud@msmu.ru



---

**РУКОПИСИ,  
ДЕПониРОВАННЫЕ В ИЗДАТЕЛЬСТВЕ «ГОРНАЯ КНИГА»**

#### **ЭКОЛОГИЧЕСКИЕ РИСКИ ПРИ ПРИМЕНЕНИИ ТЕХНОЛОГИИ ПГУ**

(№852/12-11 от 11.10. 2011), 4 с.

*Белов А.В.* – кандидат технических наук, доцент кафедры Горного дела и комплексного освоения георесурсов,

*Селиванова Т.В.* – кандидат геолого-минералогических наук, доцент кафедры геофизики,

*Гребенюк И.В.* – аспирант кафедры Горного дела и комплексного освоения георесурсов,

*Маликов А.С.* – магистр горного дела и технологии.

Дальневосточный федеральный университет, rectorat@dvfu.ru

*Приведены возможные экологические риски при отработке угольных месторождений способом ПГУ, описан опыт отработки различных угольных месторождений, факторы, влияющие на загрязнение подземных вод, а также методы, предотвращающие их загрязнение.*

*Belov A.V., Selivanov T.V., Grebenuk I.V., Valikov A.S. ECOLOGICAL RISKS AT APPLICATION OF TECHNOLOGY PGU*

*In this article possible risks of environmental contamination at UCG technology are described, are described experiences on various coal deposits, the factors influencing pollution of underground waters, the actions preventing pollution of underground waters are described to.*