

УДК 621.867.2

В.Г. Дмитриев, А.П. Егоров

ВЛИЯНИЕ СКОРОСТИ ЛЕНТЫ НА РАСПРЕДЕЛЕННЫЕ СИЛЫ СОПРОТИВЛЕНИЯ ДВИЖЕНИЮ ТРУБЧАТОГО КОНВЕЙЕРА

Описано влияние скорости движения ленты трубчатого конвейера на сопротивление движению ленты на единичной поддерживающей роликоопоре. Полученные результаты позволили оценить влияние скорости на общее сопротивление движению ленты трубчатого конвейера.

Ключевые слова: трубчатый конвейер, тяговый расчет, скорость.

Для того, чтобы производительность ленточного трубчатого конвейера (ЛТК) с трубообразной лентой была близка к производительности ленточного конвейера с желобчатой лентой, скорость ленты ЛТК должна быть примерно вдвое выше, порядка 6÷8 м/с. Высокие скорости ленты изменяют силы сопротивления движению, а следовательно, изменяют тяговое усилие, мощность двигателя и параметры конвейерной ленты. Кроме того, при повышении скорости ленты необходимо учитывать возможность возникновения режимов, при которых колебания ленты становятся весьма значительными и нормальная работа конвейера нарушается; скорости, при которых наблюдаются эти явления, называются критическими.

Прежде чем исследовать сопротивления движению при высоких скоростях, определим критические скорости для трубообразной ленты, движущейся вдоль става внутри кольцевых роликоопор. Наряду с полезным продольным движением, лента может совершать и вредное вращательное движение. Каждому виду движения соответствует своя критическая скорость.

Рассмотрим продольное движение, при котором критической является скорость, сопровождаемая значительными вертикальными прогибами ленты $z(x)$ между поддерживающими роликооперами.

Уравнение вертикальных прогибов $z(x)$ трубообразной ленты на грузовой ветви имеет вид [1]

$$E_l J_l \frac{\partial^4 z}{\partial x^4} - (S - \rho F v^2) \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - 2v\rho F \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial t} + \rho F \frac{\partial^2 z}{\partial t^2} = 0, \quad (1)$$

где E_l , J_l – модуль упругости (Па) и момент инерции поперечного сечения ленты относительно оси y , м^4 ; S – натяжение ленты, Н; ρ – приведенная плотность груза и ленты, $\text{кг}/\text{м}^3$; v – скорость ленты, м/с; z , x – вертикальная и горизонтальная координаты, м; F – площадь поперечного сечения ленты м^2 .

На основании решения уравнения (1) получено следующее выражение для наименьшей критической скорости продольного движения

$$v_{кр.нр} = \sqrt{\frac{S}{\rho_l F_l + \rho_2 F_2} + \frac{E_l J_l}{(\rho_l F_l + \rho_2 F_2) l_p^2} \cdot \frac{\pi^2}{l_p^2}}, \text{ м/с}, \quad (2)$$

где l'_p – расстояние между роликоопорами грузовой ветви, м.

На рис. 1, а приведены графики зависимости продольной критической скорости $v_{кр.нр}$ от натяжения ленты для конвейера с лентой шириной $B = 1000$ мм.

Как видно из графика, продольные критические скорости имеют достаточно высокие значения, поэтому продольные скорости до 8 м/с не являются опасными.

Для оценки критической скорости ленты при её вращательном движении используем уравнение, полученное в работе [2]:

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} - a \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + 2v \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x \partial t} + \frac{\rho}{v} \frac{\partial \varphi}{\partial t} + \rho \frac{\partial \varphi}{\partial t} + q\varphi = 0, \quad (3)$$

где x и φ – продольная и угловая координаты в цилиндрической системе координат;

$$a = \frac{GJ_k - SR^2}{J_{mp}\rho},$$

где G – модуль упругости ленты при сдвиге, Па, J_k – момент инерции ленты как разрезанного кольца, м⁴; R – радиус трубы ленты, м; J_{mp} – полярный момент инерции трубы, м⁴.

Решение уравнения (3) позволило получить следующее выражение для продольной критической скорости, соответствующей основному тону угловых колебаний

$$v_{кр.вр} = \frac{\eta \frac{8}{3l}}{2J_{mp}\rho \frac{\pi^2}{l^2}} + \left[\left(\frac{\eta \frac{8}{3l}}{2J_{mp}\rho \frac{\pi^2}{l^2}} \right) + \frac{(GJ_k + SR^2) \frac{\pi^2}{l^2} + C_\psi + \frac{8}{3l}(M + N)}{J_{mp}\rho \frac{\pi^2}{l^2}} \right]^{1/2},$$

где C_ψ – жесткость системы при угловых отклонениях ленты, Н/рад.

Расчеты показали, что минимально допустимые скорости по вращательному движению ограничиваются критической скоростью движения на порожней ветви при минимальном натяжении в ней. Так для ленты шириной $B = 2000$ мм и натяжением $S = 10000$ Н критическая скорость равна $v_{кр.вр} \cong 16$ м/с.

Таким образом, скорости продольного движения ленты трубчатого конвейера порядка 6 ÷ 8 м/с являются допустимыми при существующих параметрах ЛТК.

Далее проанализируем влияние высоких скоростей ленты на распределенные силы сопротивления движению. При расчете распределенных сил сопротивления движению воспользуемся подходом, согласно которому эти силы со-

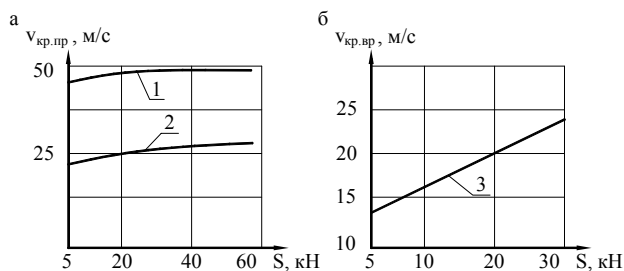


Рис. 1. Зависимости продольной критической скорости движения ленты трубчатого конвейера от натяжения (а) и продольной критической скорости при вращательном движении (б): 1 – B = 1000 мм, 2 – B = 800 мм, 3 – B = 2200 мм

противления движению определяются путем суммирования (интегрального) сил сопротивления движению, возникающих на отдельной роликоопоре. Сила сопротивления на отдельной роликоопоре состоит из составляющих: силы сопротивления от вращения роликов – U_{ep} , силы сопротивления от вдавливания роликов в ленту – U_{ed} и силы сопротивления от деформирования груза и ленты $U_{деф}$.

В такой постановке для скоростей движения ленты трубчатого конвейера до 3 м/с задача решена в работе [2].

При повышении скорости движения ленты важным фактором, влияющим на основные составляющие, являются вертикальные ускорения, возникающие при движении ленты внутри кольцевых роликоопор.

Рассмотрим, как могут быть определены эти ускорения. Для анализа уравнение движения ленты примем в виде (1), что позволяет записать его для стационарного движения ленты с учетом статической нагрузки следующим образом:

$$EJ \frac{d^4 z}{dx^4} - (S_0 - \rho F v^2) \frac{d^2 z}{dx^2} = q, \quad (4)$$

где q – погонная нагрузка от груза и ленты, Н/м.

Для случая действительных корней решение ищем в виде

$$z(x) = A + Bx + C \exp(\lambda_1 x) + D \exp(\lambda_2 x) + \frac{qx^2}{2(S_0 - \rho F v^2)},$$

где $\lambda_1 = \sqrt{\frac{S_0 - \rho F v^2}{EJ}}$; $\lambda_2 = -\lambda_1$.

Коэффициенты A, B, C, D определяются из граничных условий:

$$z(0) = 0, \quad z(l'_p) = 0, \quad \left. \frac{dz}{dx} \right|_{x=0} = 0, \quad \left. \frac{dz}{dx} \right|_{x=l'_p} = 0.$$

Численное решение задачи выполнено в пакете Mathcad. На рис. 2, а показан характер изменения вертикального прогиба ленты $z(x)$ в пролете между роликоопорами, а на рис. 2, б

Как видно из приведенного графика, груз, стационарно движущийся внутри трубообразной ленты, испытывает в пролете между роликоопорами знакопеременные ускорения, изменяющиеся от $J_{z\min}$ до $J_{z\max}$ и зависящие от многих факторов: натяжения, скорости движения, расстояния между роликооп-

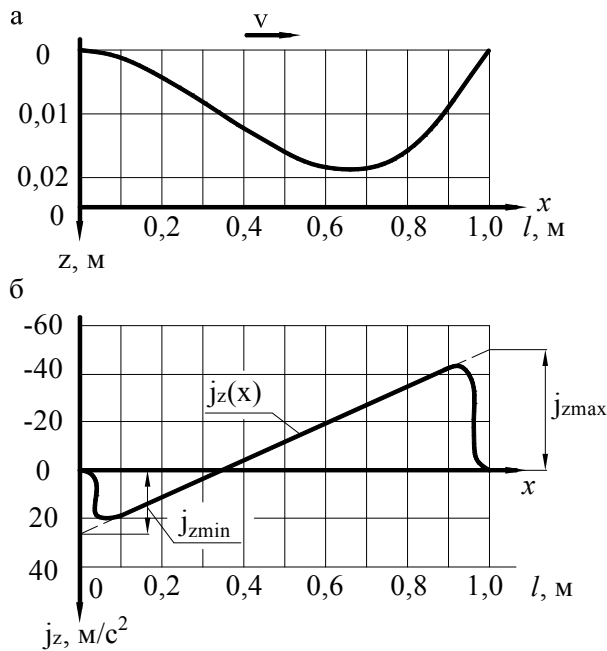


Рис. 2. Графики изменения вертикального прогиба ленты (а) и ускорения (б) по длине пролета ($v = 8 \text{ м/с}$, $S = 30 \text{ кН}$, $\rho = 3500 \text{ кг/м}^3$)

график изменения величины $j_z(x) = v^2 \frac{d^2 z}{dx^2}$, где

$\frac{d^2 z}{dx^2}$ – вторая производная, полученная на основании графика $z(x)$.

где j_{z_0} – значение ускорения в точке $x = 0$, полученное при аппроксимации; a – расстояние от левой роlikоопоры до точки, в которой $j_z(x) = 0$.

В этом случае

$$j_{z_0} = j_{z_{\max}} \frac{a}{a - l'_p}, \quad (7)$$

т.е. при $x > a$ ускорения $j_z(x) < 0$ и тогда

$$j_z(x) = j_{z_{\max}} \frac{a - x}{a - l'_p} = \frac{C_{jz}}{S} \cdot \frac{a - x}{a - l'_p}, \text{ м/с}^2, \quad (8)$$

Таким образом, ускорение $j_z(x)$ на участке $[0, a]$ положительно, и сила инерции $F = -mj_z(x)$ отрицательна и направлена вверх; при ускорении на этом

рамы и пр. На рис. 3 приведены графики зависимости амплитуд максимальных ускорений от натяжения для ленты шириной 2000 мм, 1800 мм и 1400 мм.

Полученные кривые описаны зависимостью вида

$$j_{z_{\max}}(S) = \frac{C_{jz}}{S}, \text{ м/с}^2, \quad (5)$$

где C_{jz} – константа, зависящая от ширины и скорости ленты, ее модуля упругости, типа груза и пр.

Так, например, для ленты шириной $B = 2000 \text{ мм}$ получена величина $C_{jz} = 37,5 \cdot 10^4 \text{ мН/с}^2$.

Для вычисления сил, действующих на ленту и ролики, необходимо располагать аналитическим описанием изменения ускорения $j_z(x)$ по длине пролета l'_p . Используя линейную аппроксимацию полученной при моделировании зависимости (рис. 2, б), запишем

$$j_z(x) = j_{z_0} - \frac{j_{z_0}}{a} x, \quad 0 \leq x \leq l'_p, \quad (6)$$

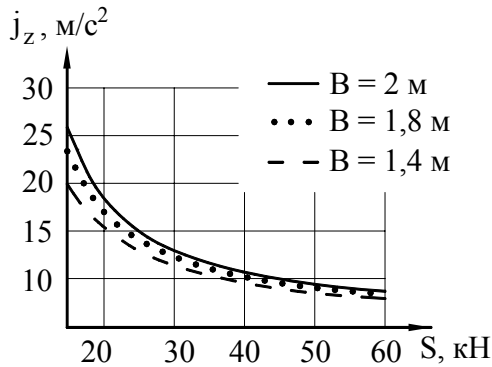


Рис. 3. График зависимостей максимальных ускорений от натяжения ленты

участке $j_z(x) > g$ возможен отрыв груза от ленты. На участке $[0, l'_p]$ ускорение $j_z(x)$ отрицательное, и сила инерции увеличивает давление груза на ленту; результирующее давление увеличивается в $(1 + j_z(x)/g)$ раз и при высоких скоростях может достигать значительных величин.

Полученное выражение (8) для $j_z(x)$ позволяет оценить влияние натяжения и скорости ленты, а также других параметров конвейера на составляющие силы сопротивления движению на единичной роликоопоре U_p .

Составляющая общей силы сопротивления движению от вращения роликов $U_{вр}$ для скоростей движения ленты $v \leq 3$ м/с равна [2]

$$U_{вр} = (a + bv)\psi(\theta) + C_p \sum_{i=1}^{i=6} P_{ст_i} = A + C_p \sum_{i=1}^{i=6} P_{ст_i}, \text{ Н}, \quad (9)$$

где A – коэффициент, не зависящий от нагрузки, Н; C_p – коэффициент радиальной нагрузки; $\sum_{i=1}^6 P_{ст_i}$ – сумма статических нагрузок, приходящихся на шесть роликов опоры, Н.

Выражение $\sum_{i=1}^6 P_{ст_i}$ можем записать в виде

$$\sum_{i=1}^{i=6} P_{ст_i} = B(q'_r + q'_l + q'_p)gl'_p = B(q'_r + q'_l)gl'_p + Bq'_p l'_p \cdot g, \quad (10)$$

где B – константа, учитывающая активное и пассивное состояние груза и угол наклона роликов в опоре; g – ускорение свободного падения; q'_p, q'_r, q'_l – погонная масса вращающихся частей роликов в роликоопоре, груза, ленты.

К данным статическим нагрузкам необходимо прибавить динамические, распределенные по длине пролета нагрузки, определяемые дополнительным ускорением $j_z(x)$, действующим на парциальные массы:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^{i=6} P_{дин_i} &= B(q'_r + q'_l) \int_0^{l'_p} j_z(x) dx = B(q'_r + q'_l) \frac{C_{jz}}{S} \int_0^{l'_p} \frac{a-x}{a-l'_p} dx = \\ &= B(q'_r + q'_l) \frac{C_{jz}}{S} \cdot \frac{(2a-l'_p) \cdot l'_p}{a-l'_p}, \text{ Н}. \end{aligned}$$

Суммарная нагрузка на ролики опоры равна

$$P_{\Sigma} = \sum_{i=1}^6 P_{cr} + \sum_{i=1}^6 P_{дин} = B(q'_r + q'_l)gl'_p + Bq'_p l'_p \cdot g + \\ + B(q'_r + q'_l) \frac{C_{jz}}{S} \cdot \frac{(2a - l'_p) \cdot l'_p}{a - l'_p}, \text{ Н}, \quad (11)$$

а выражение (9) для силы сопротивления движению от вращения роликов запишем в виде

$$U_{вр} = A + D + C_p \sum B \cdot (q'_r + q'_l) \cdot \left[g \cdot l'_p + \frac{C_{jz}}{S} \cdot \frac{(2a - l'_p) \cdot l'_p}{a - l'_p} \right], \text{ Н}. \quad (12)$$

Таким образом, сила $U_{вр}$ при высоких скоростях движения ленты $v \cong 3,5$ м/с становится функцией натяжения.

Составляющая общей силы сопротивления движению от вдавливания роликов в нижнюю обкладку ленты при скорости $v \cong 3$ м/с равна (К. Джонкерс)

$$U_{вд} = f(\delta_l) \left(\frac{Z}{E'_l D_p^2} \right)^{1/3} \cdot \sum_{i=1}^6 P_i \cdot \left(\frac{P_i}{l_{pi}} \right)^{1/3}, \text{ Н}, \quad (13)$$

где $f(\delta_l)$ – коэффициент, учитывающий реологические свойства ленты; Z – толщина нижней обкладки, м; E'_l – статический модуль упругости нижней обкладки ленты, Па; D_p^2 – приведенный условный диаметр, м; l_p – длина линии контакта ленты с роликом, м.

Сумма сил P_i – сил, действующих на отдельные ролики опоры, равна согласно (10) $P_i = B(q'_r + q'_l)gl'_p$. Сомножитель $(P_i/l_{pi})^{1/3}$ в выражении (13) является величиной постоянной, поскольку согласно работе [2] длина линии контакта ленты с роликами l_{pi} пропорциональна нагрузке P_i , т.е. $(P_i/l_{pi})^{1/3} = \text{const} = r$. В

этом случае выражение для динамических составляющих $\sum_{i=1}^6 P_{дин}$ определится аналогично выражению (11), но с другим коэффициентом – B' . Тогда для силы $U_{вд}$ имеем

$$U_{вд} = QB'(q'_r + q'_l) \left[gl'_p + \frac{C_{jz}}{S} \cdot \frac{(2a - l'_p) \cdot l'_p}{a - l'_p} \right], \text{ Н}, \quad (14)$$

$$\text{где } Q = f(\delta_l) \cdot r \cdot \left(\frac{Z}{E'_l D_p^2} \right)^{1/3}.$$

Следовательно, составляющая от вдавливания роликов в нижнюю обкладку ленты при высоких скоростях также становится зависящей от натяжения.

Составляющая от деформирования груза и ленты при высоких скоростях движения ленты исследовалась на специальной цифровой модели, созданной в пакете прикладных программ ANSYS. Для учета вертикальных ускорений груза

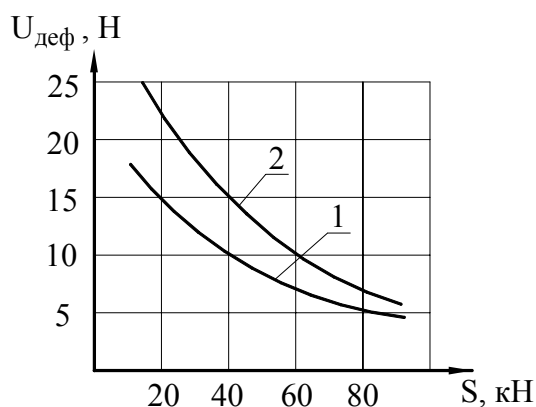


Рис. 4. Графики зависимости силы $U_{деф}$ от натяжения ленты S : 1 – $v \cong 3$ м/с; 2 – $v \cong 6$ м/с

кону

$$p_{акт_у}(x) = p_{акт_ст} \left(\frac{g + j_z(x)}{g} \right), \quad (15)$$

$$p_{пас_у}(x) = p_{пас_ст} \left(\frac{g + j_z(x)}{g} \right),$$

где $p_{акт_ст}$, $p_{пас_ст}$ – активное и пассивное давление при статическом состоянии сыпучей среды, Па.

В соответствии с формулой (15) при известной величине $j_z(x)$ на цифровой модели линейной части ЛТК на ленту были созданы давления от насыпного груза, распределенные по поверхности ленты с учетом зависимости коэффициента подвижности от скорости, определены деформации в узлах конечных элементов, а по ним силы сопротивления движению $U_{деф}$. На рис. 4 приведены результаты расчетов силы $U_{деф}$ для трубчатого конвейера с лентой шириной $B = 1600$ мм и скоростью $v \cong 3$ м/с [2] и $v \cong 6$ м/с.

Полученные при моделировании экспериментальные кривые аппроксимированы зависимостью вида

$$U_{деф} = \frac{C_{деф}(v)}{S^2}, \text{ Н}, \quad (16)$$

где $C_{деф}(v)$ – константа деформирования; так для $v \cong 3$ м/с $C_{деф} = 6 \cdot 10^5 \text{ Н}^3$, для $v \cong 6$ м/с $C_{деф} = 9,5 \cdot 10^5 \text{ Н}^3$.

Таким образом, для трубчатого конвейера суммарная сила сопротивления движению ленты на единичной роликоопоре равна

использовались результаты работы [4], в которой отмечается, что при движении с некоторым ускорением j_z сосуда, содержащего сыпучее тело с удельным весом γ , возникают силы инерции, которые геометрически суммируются с силами тяжести и переводят сыпучее тело в новое состояние с удельным весом γ' , определяемым выражением

$$\gamma' = \gamma \frac{g + j_z}{g}.$$

Таким образом, результирующие активные и пассивные давления на ленту, создаваемые сыпучим телом, заключенным внутри трубообразной ленты, изменяются по за-

$$U_p = U_{вр} + U_{вд} + U_{деф} = C_{вр1} + \frac{C_{вр2}}{S} + C_{вд1} + \frac{C_{вд2}}{S} + \frac{C_{деф}}{S^2} = A + \frac{B}{S} + \frac{C_{деф}}{S^2}, \quad (17)$$

где $C_{вр1} = A + D + C_p B(q_r + q_l) g_l'$;

$$C_{вр2} = C_p B(q_r + q_l) \frac{C_{jz}}{S} \cdot \frac{(2a - l'_p) l'_p}{a - l'_p}; \quad C_{вд1} = f(\delta_l) \left(\frac{Z}{E'_l \cdot D_{пр}^2} \right)^{1/3} r B'(q_r + q_l) g_l';$$

$$C_{вд2} = f(\delta_l) \left(\frac{Z}{E'_l \cdot D_{пр}^2} \right)^{1/3} r B'(q_r + q_l) \frac{C_{jz}}{S} \cdot \frac{(2a - l'_p) \cdot l'_p}{a - l'_p}, \quad A = C_{вр1} + C_{вд1}; \quad B = C_{вр2} + C_{вд2}.$$

Выражение для U_p по формуле (17) существенно отличается от подобного выражения, полученного в работе [2]. В данном случае при значительных скоростях движения ленты от натяжения зависят все основные составляющие, возникающие при движении ленты по ставу. Это говорит о возрастающем влиянии натяжения на сопротивления движению ленты трубчатого конвейера, а следовательно, и на мощность приводного двигателя.

Если отнести полученную силу U_p к расстоянию между роlikоопорами, то получим распределенную силу, действующую на ленту при ее движении по грузовой ветви. В этом случае дифференциальное уравнение, описывающее изменение натяжения по длине конвейера, примет вид (горизонтальный конвейер)

$$\frac{dS}{dx} = a + \frac{b}{S} + \frac{c}{S^2}, \quad \text{где } a = A/l'_p; \quad b = B/l'_p \quad \text{и} \quad c = C_{деф}/l'_p. \quad (18)$$

Аналогичное выражение может быть получено для порожней ветви.

Решение уравнения (18) позволяет определить силы сопротивления движению на грузовой и порожней ветвях, в которой учтена высокая скорость движения ленты, её натяжение, физико-механические свойства ленты и груза, степень загрузки, температура и пр.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Панкратов С.А. Динамика машин для открытых горных и земляных работ. Изд. «Машиностроение», М., 1969.
2. Дмитриев В. Г., Ефимов М.С. Влияние различных факторов на угловые отклонения ленты трубчатого конвейера. Горный информационно-аналитический бюллетень. – 2008. №8.С. 235-237.
3. Сергеева Н.В. Обоснование метода расчета распределенных сил сопротивления движению ленты на линейной части трубчатого конвейера для горных предприятий. Автореф. дисс. на соиск. ученой степени канд. техн. наук. Москва, МГГУ, 2009-24 с.
4. Зенков Р.Л. Механика насыпных грузов. - М: Недра, 1964. - 214 с. **ГИАН**

КОРОТКО ОБ АВТОРАХ

Дмитриев В.Г. - доктор технических наук, профессор,
Егоров А.П. – аспирант,
Московский государственный горный университет,
Moscow State Mining University, Russia, ud@msmu.ru