

УДК 622.778:621.928

П.Е. Тагунов, Е.Я. Тагунов

ОПРЕДЕЛЕНИЕ СИЛОВЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ПОЛИГРАДИЕНТНОЙ ШАРИКОВОЙ СРЕДЫ В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Проведен расчет магнитного поля в пространстве между контактирующими ферромагнитными шарами с учетом эффекта насыщения. Выведены математические выражения для расчета силовых характеристик полиградиентной шариковой среды в магнитном поле с использованием шаблонных функций, полученных путём трёхмерного численного моделирования.

Ключевые слова: полиградиентная среда, шариковая среда, высокоградиентная сепарация, полиградиентная сепарация, магнитное поле, насыщение приконтактной области, высокоградиентное магнитное поле, шариковый сепаратор, силовой параметр магнитного поля.

При рассмотрении объема полиградиентной среды с феррозаполнителем из стальных шариков в качестве одного из составных элементов замкнутой цепи магнитной системы (например, высокоградиентного шарикового сепаратора), можно воспользоваться выводами теории подобия магнитных систем [1]. Критерием применимости этой теории являются сохранение соотношения между линейными размерами магнитов, магнитопроводов и зазоров в подобных магнитных системах и совпадение магнитных свойств используемых магнитных и ферромагнитных материалов. В соответствии с теорией подобия конфигурация магнитного поля как внутри шариков, так и в пространстве между ними, при заданной величине магнитного потока, пронизывающего рассматриваемый объем, при произвольном изменении радиуса шариков R_0 остаётся неизменной. При этом магнитные карты рабочих областей систем с одной и той же конфигурацией, но разными размерами являются идентичными картинками, отличающимися друг от друга только масштабом [2]. Магнитное поле в пространстве таких систем (его индукция или напряженность) описывается одной и той же функцией, зависящей от нормированной координаты r/L , где r – векторная координата точки, а L – характерный размер, определяющий габариты магнитной системы. Для описания поля в области между двумя контактирующими ферромагнитными шарами выберем в качестве характерного размера радиус шара R_0 и введём функцию

$$B(\vec{r}, \sigma) = f(\vec{\eta}, \sigma) \quad (1)$$

где $\vec{\eta} = r/R_0$ – нормированная безразмерная координата, $\sigma = \Phi_n/S = B_{cp}$ – среднее по сечению значение индукции магнитного поля, которое в случае полиградиентной среды, заполненной ферромагнитными шарами назовём **индукцией возбуждения**.

Как отмечалось выше, функция $f(\bar{\eta}, \sigma)$ не зависит от радиуса ферромагнитного шара R_0 . Для силового параметра

$$\gamma = B |\text{grad} B|, \text{ где } (B = |B|), \quad (2)$$

получаем:

$$\gamma = |f(\bar{\eta}, \xi)| \cdot |\text{grad} |f(\bar{\eta}, \xi)|| \quad (3)$$

При рассмотрении поля в полиградиентной среде с феррозаполнителем из стальных шаров, достаточно общим условиям отвечает модель, в которой эта среда может быть представлена в виде множества ориентированных вдоль магнитного поля цепочек, состоящих из контактирующих между собой шаров. В этом случае поле в приконтактной области двух шаров может рассматриваться как осесимметричное с осью симметрии, проходящей через точку контакта перпендикулярно демаркационной плоскости шаров. С учетом осевой симметрии удобнее перейти в цилиндрическую систему координат и описывать поле функцией, зависящей от двух пространственных переменных ρ и z , а также индукции возбуждения магнитного поля σ :

$$B(\vec{r}, \sigma) = f(\rho, z, \sigma) \quad (4)$$

С учетом применимости теории подобия магнитных систем переходим к безразмерным пространственным координатам и записываем

$$f(\rho, z, \sigma) = F(\eta, \xi, \sigma) \quad (5)$$

где $\eta = \rho / R_0$, $\xi = z / R_0$

Для силового параметра γ можно теперь записать

$$\begin{aligned} \gamma &= |F(\eta, \xi, \sigma)| \cdot |\text{grad} |F(\eta, \xi, \sigma)|| = F(\eta, \xi, \sigma) \left| e_\rho \frac{dF}{d\rho} + e_z \frac{dF}{dz} \right| = \\ &= F(\eta, \xi, \sigma) \cdot \left| \frac{dF}{d\eta} \frac{d\eta}{d\rho} e_\rho + \frac{dF}{d\xi} \frac{d\xi}{dz} e_z \right| = \\ &= \frac{1}{R_0} F(\eta, \xi, \sigma) \cdot \left| \frac{dF}{d\eta} e_\rho + \frac{dF}{d\xi} e_z \right| \end{aligned} \quad (6)$$

где $F(\eta, \xi, \sigma) = |F(\eta, \xi, \sigma)|$.

В частности, в демаркационной плоскости шаров, где

$$\xi = z / R_0 = 0 \text{ и } \frac{dF}{d\xi} = 0$$

выражение для силового параметра γ переходит к виду:

$$\gamma = \gamma(\eta, 0, \sigma) = \frac{1}{R_0} F(\eta, 0, \sigma) \frac{dF(\eta, 0, \sigma)}{d\eta} \quad (7)$$

где $\eta = \rho / R_0$, $\eta \in [0, 1]$; $\sigma = \Phi_n / S = B_{cp}$ - индукция возбуждения.

Шаблонные функции (5) и (7) используются для расчета индукции поля \mathbf{B} и силового параметра $\gamma = B |\text{grad} B|$ в полиградиентной шариковой среде для

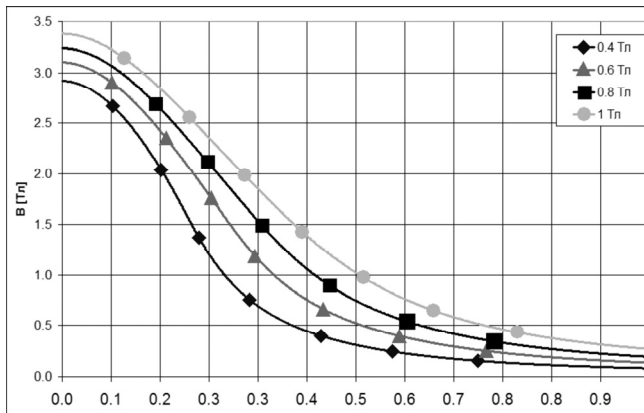


Рис. 1. Графики зависимости функции $F(\eta, 0, \sigma)$ от безразмерной координаты $\eta = \rho / R_0$ при различных значениях индукции возбуждающего магнитного поля σ

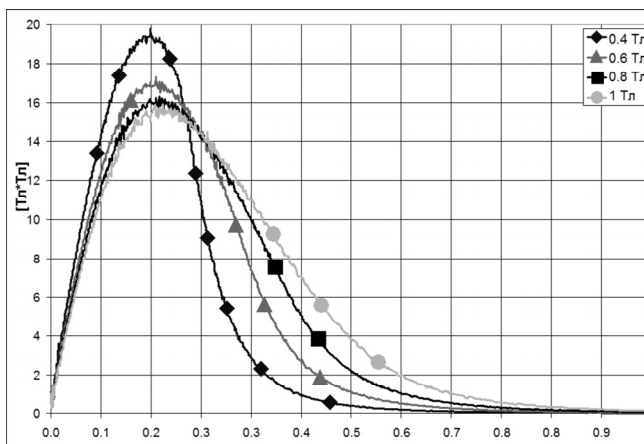


Рис. 2. Графики зависимости функции $F(\eta, 0, \sigma)$ от безразмерной координаты $\eta = \rho / R_0$ при различных значениях индукции возбуждающего магнитного поля σ

различных R_0 не в реальных, а в безразмерных координатах $\eta = \rho / R_0$ и $\xi = z / R_0$. На факт возрастания магнитной силы с уменьшением радиуса R_0 неоднократно указывалось в работах, посвященных исследованиям магнитного поля в приконтактной области [3, 4, 5]. Предлагались разного рода эмпирические формулы для приближенной количественной оценки максимального значения

произвольного радиуса R_0 при заданной индукции возбуждения σ . Важно, что достаточно точные значения этих функций могут быть получены только путём трёхмерного численного моделирования магнитного поля в приконтактной области на основе данных о кривой намагничивания ферромагнитного материала с учетом его насыщения. Поскольку эффект насыщения в приконтактной области шаров возникает при сколь угодно малых значениях индукции возбуждения [3, 4], пренебрежение его влиянием приводит к серьёзным погрешностям в расчетах. В силу этого обстоятельства выражения для функций (5) и (7) не могут быть получены в аналитическом виде.

Из выражения (7) следует, что в приконтактной области шаров с меньшим радиусом R_0 , при заданной величине индукции возбуждения σ , максимальное значение силового параметра выше, чем в случае с шарами большего радиуса. Однако, говорить об обратной пропорциональной зависимости от R_0 здесь нельзя, поскольку и функция F и её градиент имеют одинаковый вид при раз-

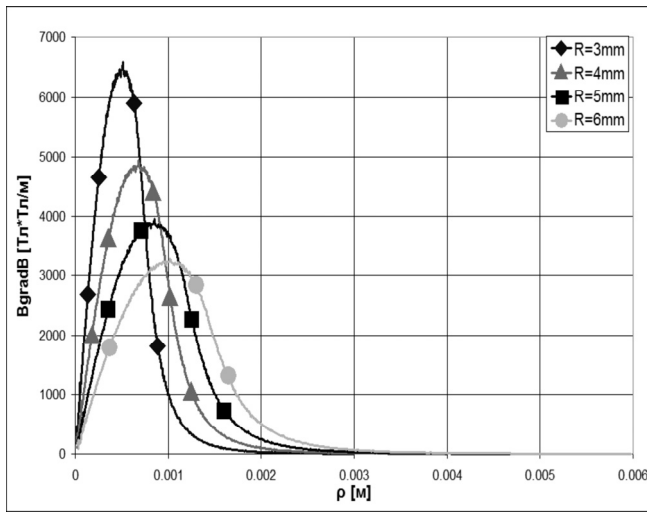


Рис. 3. Графики зависимости силового параметра $\gamma = B |\text{grad}B|$ от координаты ρ для четырёх значений радиуса шаров $R_0 = 3 \text{ мм}$, $R_0 = 4 \text{ мм}$, $R_0 = 5 \text{ мм}$ и $R_0 = 6 \text{ мм}$ при $\sigma = 0.4 \text{ Тл}$

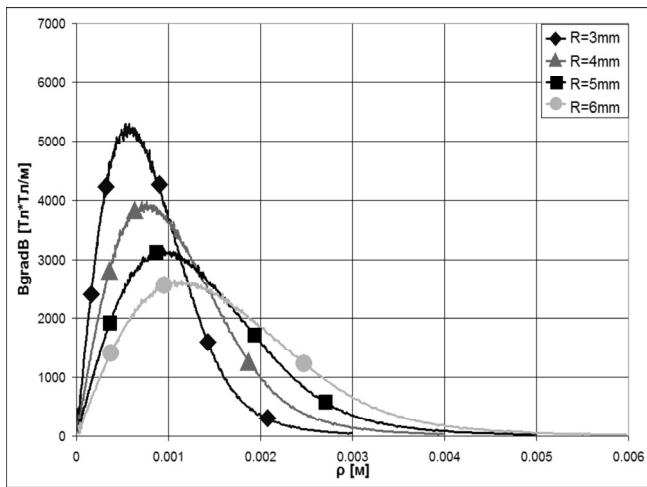


Рис. 4. Графики зависимости от координаты ρ силового параметра $\gamma = B |\text{grad}B|$ для четырёх значений радиуса шаров $R_0 = 3 \text{ мм}$, $R_0 = 4 \text{ мм}$, $R_0 = 5 \text{ мм}$ и $R_0 = 6 \text{ мм}$ при $\sigma = 1 \text{ Тл}$

этой силы и координаты точки, где оно достигается. Использование шаблонной функции (7) позволяет теперь перейти от приближенных оценок к достаточно строгому расчету силового параметра γ в зависимости от координаты.

На рис. 1 даны графики шаблонной функции $F(\eta, 0, \sigma)$, которая представляет собой график зависимости индукции магнитного поля от безразмерной координаты $\eta = \rho / R_0$ на оси, перпендикулярной линии, соединяющей центры шаров, при различных значениях средней по сечению индукции возбуждающего магнитного поля $\sigma = \Phi_n / S = B_{\text{ср}}$.

На рис. 2 представлены графики шаблонной функции $F(\eta, 0, \sigma) \cdot \frac{dF(\eta, 0, \sigma)}{d\eta}$

в зависимости от безразмерной координаты $\eta = \rho / R_0$ при различных значениях средней по сечению индукции возбуждающего магнитного поля σ .

Имея в своём распоряжении данные о значениях функции $F(\eta, 0, \sigma)$

$\cdot \frac{dF(\eta, 0, \sigma)}{d\eta}$ и перейдя от

безразмерной координаты $\eta = \rho / R_0$ к координате ρ , мы можем

определить значения силового параметра γ в демаркационной плоскости шаров для любого значения радиуса шаров R_0 при заданных величинах σ на

произвольном удалении от точки контакта. Графики зависимости силового параметра от координаты ρ для двух значений индукции возбуждения $\sigma = 0.4\text{Тл}$ и $\sigma = 1\text{Тл}$ представлены на рис. 3-4.

Полученные результаты лучше всего соответствуют кубической упаковке шаров, когда они выстраиваются в цепочки, ориентированные вдоль силовых линий магнитного поля. Именно такая тенденция проявляется при попадании сравнительно небольшого количества шаров в магнитное поле. Однако, при большом количестве шаров эта картина смазывается, упаковка часто становится хаотичной, что приводит к тому, что отдельные шары могут иметь более двух рабочих контактов, между которыми распределяется магнитный поток, проходящий через шар. Кроме того, полученные результаты не учитывают изменение силовых характеристик магнитного поля в приконтактной области под влиянием такого фактора, как нагрузка контакта магнитной фракцией.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Алабужев П.М., Геронимус В.Б., Минкевич Л.М., Шеховцев Б.А. Теория подобия и размерностей. Моделирование. – М.: Высш. школа, 1968, 208 с.
2. Буль Б.К. Основы теории и расчета магнитных цепей. М.: Энергия, 1964, 464 с.
3. Кармазин В.В., Кармазин В.И. Магнитные, электрические и специальные методы обогащения полезных ископаемых. Т.1. Магнитные и электрические методы обогащения полезных ископаемых. – М.: Изд. МГГУ, 2005, 669 с.
4. Jan Svoboda. Magnetic Techniques for the Treatment of Materials. Dordrecht, Boston: Kluwer Academic Publishers, 2004, 656 p.
5. Бахвалов Ю.А., Никитенко А.Г., Щербаков В.Г. Аналитический обзор методов расчета магнитных полей электрических аппаратов. – М.: Электротехника. 1997, №1.с. 15-19.
6. Мясников Н.Ф. Полиградиентные магнитные сепараторы. – М.: Недра, 1973, 157 с. **ПЛАЭ**

КОРОТКО ОБ АВТОРАХ

Тагунов Евгений Яковлевич – кандидат физико-математических наук, доцент, tagunov@magnetite.ru, «МАГНЕТИТ»,

Тагунов Петр Евгеньевич – аспирант, peter.tagunov@fe3o4.com
Московский государственный горный университет.

