

УДК 622.778:621.928

**П.Е. Тагунов, В.А. Измалков, Е.Я. Тагунов**

**МЕТОДИКА РАСЧЕТА МАГНИТНОГО ПОЛЯ В СРЕДЕ  
С ПОЛИГРАДИЕНТНЫМ ФЕРРОЗАПОЛНИТЕЛЕМ  
ИЗ СТАЛЬНЫХ ШАРИКОВ**

*На основе трёхмерного численного моделирования магнитного поля в полиградиентной среде из стальных шариков рассчитана эффективная кривая намагничивания такой среды с учетом эффекта насыщения стали. Данные сопоставлены с результатами экспериментальных измерений.*

*Ключевые слова: полиградиентная среда, шариковая среда, высокоградиентная сепарация, полиградиентная сепарация, магнитное поле, насыщение приконтактной области, высокоградиентное магнитное поле, шариковый сепаратор, силовой параметр магнитного поля.*

---

**Р**абота посвящена разработке методики расчета индукции возбуждения магнитного поля в полиградиентной среде в с феррозаполнителем из стальных шариков. В своё время было сделано немало попыток аналитических расчетов магнитных полей в таких средах. Часть из них основывалась на строгих расчетах с использованием потенциальной функции Бухгольца [1], что, строго говоря, применимо только при отсутствии контакта между шарами. В других работах проводился анализ закономерностей распределения магнитного поля в зависимости от проводимости зазора на различных расстояниях от точки контакта, т.е. функции  $G(r/R)$  [2, 3]. Были получены выражения для проводимости воздушной прослойки между шарами в межшаровом зазоре в случае отсутствия контакта между шарами, которые затем при определенных допущениях расширялись на общий случай. На основе этих выражений далее рассчитывалось перераспределение общего магнитного потока по элементарным магнитопроводящим трубкам и, соответственно,

определялись значения магнитной индукции в интересующей нас области пространства. Однако конкретные выражения могли быть получены только после введения весьма грубых приближений при оценке как размеров, так и проводимости той области внутри шаров, где достигается насыщение. Поскольку насыщение в приконтактной области возникает даже при очень незначительных величинах магнитного потока, по такой методике оказывается невозможным с достаточной точностью рассчитать ни общий магнитный поток, проходящий через область, заполненную шарами, ни его распределение в пространстве.

Таким образом, невозможность достаточно корректного учета явления насыщения ферромагнитного материала в объеме, непосредственно примыкающем к точке контакта шаров, становится непреодолимым барьером для строгих аналитических расчетов. Наиболее существенные погрешности возникают при оценке сил, действующих на магнитовосприимчивые частицы в приконтактной области. Отсутствие адекватных аналитиче-

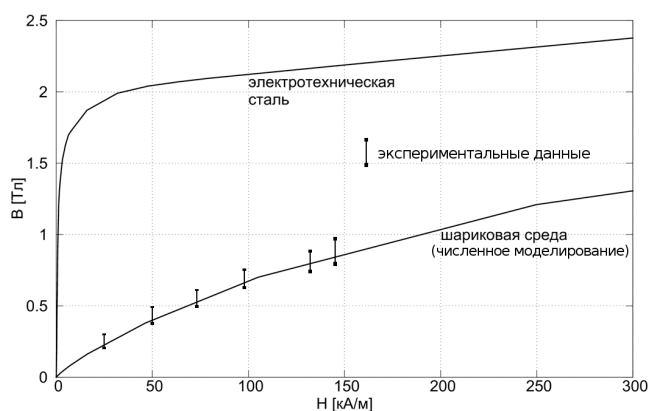
ских методов, позволяющих рассчитывать магнитное поле в приконтактной области отдельных шаров, сводит на нет и все попытки получения достаточно корректных аналитических результатов для расчета поля в сложной многокомпонентной среде, состоящей из большого количества шаров. Практически значимые результаты здесь могут быть получены только с помощью численных расчетов. Главной трудностью проведения таких расчетов является большое количество объектов (ферромагнитных шаров), точность расчетов магнитного поля в которых должна быть достаточно высокой для того, чтобы обеспечить правильный учет эффектов насыщения в каждой приконтактной области. Решение такой задачи, представляющее особый интерес с точки зрения изучения зависимостей силовых показателей магнитного поля от координат, размера шаров, крупности магнитовосприимчивых частиц, интенсивности магнитного потока и т.п., требует привлечения больших вычислительных ресурсов и значительных затрат времени на вычисления. Однако, объем вычислений может быть кардинально сокращен, если воспользоваться тем фактом, что магнитное поле, формируемое в среде с феррозаполнителем из стальных шариков, подчиняется общим закономерностям теории подобия магнитных систем на постоянных магнитах. Основная теорема теории подобия магнитных систем гласит, что, если две и более магнитные системы одинаковы по геометрии, то они имеют одинаковые конфигурации магнитных полей. При этом, если изменить конфигурацию магнитной системы в  $n$  раз, то магнитный поток изменится в  $n^2$  раз, но напряженность магнитного поля и магнитная индукция не изменятся [4, 5]. Условиями применимости этой

теории являются как неизменность конфигурации магнитной системы, что подразумевает сохранение соотношения между линейными размерами магнитов, магнитопроводов и зазоров, так и неизменность основных магнитных свойств используемых материалов, в частности, кривой размагничивания магнитного материала, определяющей положение рабочих точек в используемых магнитах

При выполнении этих условий магнитные карты рабочих областей систем с одной и той же конфигурацией, но разными размерами являются идентичными картинками, отличающимися друг от друга только масштабom. Математически магнитное поле в пространстве таких систем (его индукция или напряженность) описывается одной и той же функцией, зависящей от безразмерного параметра  $R/L$ , где величина  $L$  определяет габариты магнитной системы и может трактоваться как её характерный размер: с увеличением линейных размеров системы,  $L$  увеличивается прямо пропорционально этим размерам.

Если рассматривать объем полиградиентной среды с феррозаполнителем из стальных шариков как элемент магнитопровода сложной конфигурации, то очевидным следствием основной теоремы теории подобия является неизменность конфигурации (распределения) магнитного поля как внутри шариков определенной упаковки, так и в пространстве между ними, при заданной величине плотности магнитного потока, пронизывающего рассматриваемый объем, вне зависимости от радиуса шариков  $R_0$ .

В вычислительных схемах проблема может быть решена путем замены среды, заполненной стальными шариками, некоей гипотетической средой с такими же магнитными макропараметрами.



**Рис. 1. Эффективная кривая намагничивания цепочки шаров**

Иными словами, в нашем случае задачей является определение параметров гипотетического ферромагнитного материала, который при заполнении им пространства, занятого стальными шариками, должен создать такие условия для прохождения магнитного потока между полюсами магнитной системы, при которых значения параметров магнитного поля ( $H$  и  $B$ ) были бы равны средним значениям этих величин внутри цепочек стальных шаров. За пределами объема, занятого шарами, и примыкающей к нему приграничной области магнитные потоки должны быть практически идентичны. В этом случае можно говорить о том, что магнитное сопротивление такой среды, характеризующее нелинейную зависимость магнитного потока, проходящего через неё, от приложенной магнитодвижущей силы, равно магнитному сопротивлению среды, заполненной шариками, при заданной величине плотности магнитного потока. При этом, как отмечалось выше, величина магнитного сопротивления среды, состоящей из множества ферромагнитных шариков, не зависит от размера шариков. При кубической упаковке шариков

в пространстве рабочей среды образованный ими магнитопровод представляет собой набор линейных цепочек, составленных из контактирующих между собой шариков, и задача сводится к расчету магнитного сопротивления таких цепочек в зависимости от плотности магнитного потока (индукции магнитного поля), проходящего по цепочке. Такая средняя по сечению величина индукции магнитного поля здесь и далее называется

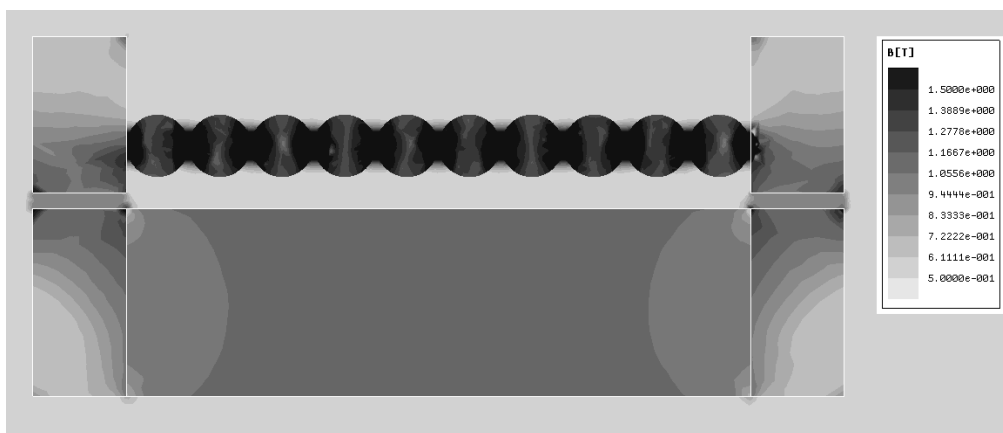
**индукцией возбуждения**, так как именно от её величины будут зависеть плотность сконцентрированного магнитного потока вблизи точек соприкосновения шаров и, в конечном итоге, силы, действующие на магнитовосприимчивые частицы в приконтактной области.

Нами были проведены расчёты эффективного магнитного сопротивления цепочки шаров различных диаметров в магнитных полях с различной плотностью магнитного потока. На рис. 1 изображена кривая зависимости средней по сечению плотности магнитного потока  $B = \Phi/S$ , где  $S$  — площадь сечения магнитной трубки, внутри которой находится цепочка шаров, от среднего значения напряженности магнитного поля

$$H = \frac{1}{L} \int_0^L H dl, \text{ где } L \text{ — протяженность}$$

цепочки шаров. Эта зависимость имеет тот же физический смысл, что и кривая намагничивания материала, и может быть использована как таковая в численных расчётах.

Результаты численного моделирования были подкреплены экспериментальными измерениями параметров



**Рис. 2. Магнитная карта пространства магнитной системы шарикового сепаратора с помещенной в неё цепочкой стальных шаров (результаты трехмерного численного моделирования магнитного поля)**



**Рис. 3. Магнитная карта пространства магнитной системы шарикового сепаратора с замещением цепочки шаров однородной средой с той же эффективной кривой намагничивания (результаты трехмерного численного моделирования магнитного поля)**

магнитного поля при помещении ёмкости, заполненной стальными шариками диаметра 6мм и 8 мм в поле электромагнита, формирующего магнитное поле с индукцией до 0.8 Тл. Точность совпадения результатов расчета и экспериментальных данных при смешанном характере упаковки шариков составила 10-12 %. При этом наибольший вклад в ошибку измерений был внесён погрешностями

определения параметров электромагнита: площади сечения и длины сердечника, а также кривой намагничивания ферромагнитного материала, из которого он изготовлен.

Сравнение магнитных карт в плоскости продольного сечения пространства магнитной системы шарикового сепаратора, представленных на рис. 2 и рис. 3, позволяет получить представление о том, насколько хорошо

гипотетическая однородная среда с кривой намагничивания, эквивалентной кривой намагничивания цепочки шаров, позволяет моделировать распределение магнитных потоков в магнитной системе с полиградиентной шариковой средой.

На рисунках хорошо видно, что в результате произведенного замещения практически во всех точках пространства магнитной системы за пределами области, заполненной шариками, индукция магнитного поля воспроизводится с достаточно высокой

степенью точностью. Это говорит о том, что такое замещение является, в частности, эффективным инструментом расчета индукции возбуждения магнитного поля во всех областях рабочего объема сепаратора, что позволяет с высокой степенью точности оценивать силовые характеристики полиградиентной среды в различных зонах магнитной системы как на стадии проектирования, так и в процессе выбора оптимальных режимов работы таких сепараторов.

---

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бухгольц Г. Расчёт электрических и магнитных полей. – М.: ИЛ, 1961. – 712 с.
2. Jan Svoboda. Magnetic Techniques for the Treatment of Materials. Dordrecht, Boston : Kluwer Academic Publishers, 2004, 656 p.
3. Кармазин В.В., Кармазин В.И. Магнитные, электрические и специальные методы обогащения полезных ископаемых. (Т.1. Магнитные и электрические методы обогащения полезных ископаемых). – М.: Изд-во МГГУ, 2005. – 669 с.
4. Бинс К., Лоуренс П. Анализ и расчет электрических и магнитных полей. – М.: Энергия, 1970.
5. Алабужев П.М., Геронимус В.Б., Минкевич Л.М., Шеховцев Б.А. Теория подобия и размерностей. Моделирование. – М.: Высш. школа, 1968. – 208 с. **ГИАБ**

---

#### КОРОТКО ОБ АВТОРАХ

Тагунов Евгений Яковлевич – кандидат физико-математических наук, доцент, tagunov@magnetite.ru,

Измалков Владимир Александрович – кандидат технических наук, izmalkov@magnetite.ru, «МАГНЕТИТ»,

Тагунов Петр Евгеньевич – аспирант, peter.tagunov@fe3o4.com  
Московский государственный горный университет.

