

УДК 550.334

**Л.С. Загорский, В.Л. Шкуратник, С.Ю. Червинчук**

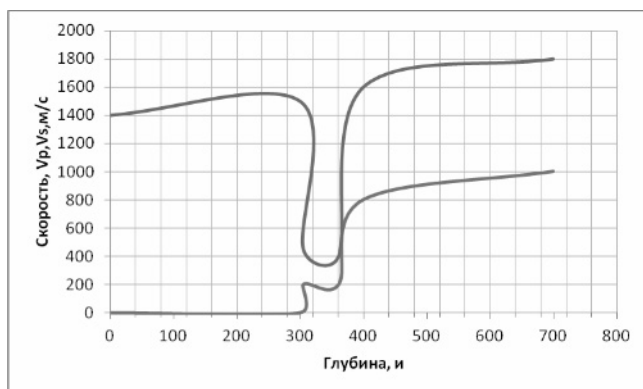
### **ОЦЕНКА ПОЛЯ МОРСКИХ МИКРОСЕЙСМ НА ШЕЛЬФЕ\***

*Рассмотрены методы получения оценок уровня микросейсм, источником которых является морская прибой и волнение в открытом море.*

*Ключевые слова: шельф, континентальный склон, продольная прямая волна, плоско-слоистая среда.*

**М**атериковые структуры не ограничиваются только континентами, в ряде случаев они протягиваются в океан, образуя подводную окраину материков, состоящую из шельфа, глубиной до 200 м и континентального склона с подножием до глубин 2500—3000 м.

Рассмотрим акустическую модель шельфа. Глубина шельфа составляет обычно 200—400 м. Скорость продольных волн сначала растет от поверхности вглубь моря, как показано на рисунке, а затем падает в донных осадках мощностью 50—60 м до значения 400 м/с с последующим ростом до 1800 м/с. Скорость поперечных волн растет от значений 200 м/с в донных осадках указанной мощности до величины 1000 м/с. Из указанной скоростной модели в отсутствие подводных течений прямо следует, что для условий шельфа возможно распространение следующих типов волн: в жидкости — продольные прямые волны и отраженные от дна, а поперечные волны отсутствуют. В донных отложениях имеем следующие типы волн: Рэлея, обусловленные взаимодействием Р и SV составляющих, а при условии роста скорости с глубиной будут регистрироваться и волны Лява. Обычно наблюдаются и волны Стоунли.



**Рис. 1** Характерное распределение скоростей  $V_p$ ,  $V_s$  для шельфа

Источники микросейсм имеют, как следует из работ Левченко Д.Г. [1] ненулевой спектр в диапазоне от 0,003 до 30 Гц. Они располагаются на поверхности воды и обычно вызваны ветром, а также ударами волн о берег. На дне могут присутствовать микросейсмы, вызванные тектоническими движениями коры и образова-

\* Работа проводилась при финансовой поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации.

ниями микротрещин. Будем в дальнейшем считать, что в итоге на границе жидкость-дно имеются источники вторичных и донных микросейсм, равномерно распределенных по поверхности дна. Используя методы теории возмущений, можно показать, что функция Грина представима в виде функции от равномерно распределенных по дну вторичных источников.

Измерения на поверхности дна будут самыми точными и могут использовать как P, так и SV компоненту волны Рэлея.

Если рассмотреть береговую линию прибое, то придем к выводу о том, что в общем случае она совпадает с образующей излучающего цилиндра.

### **Гравитационные волны на глубокой воде [2]:**

Приближение волны на глубокой воде справедливо, когда глубина водоёма значительно превышает длину волны. Скорость волны в этом случае имеет вид:

$$\omega = \sqrt{gk}, \quad v_{ph} = 2v_{gr} = \sqrt{\frac{g}{k}} \quad (1)$$

### **Гравитационные волны в общем случае**

Если длина волны сравнима с глубиной бассейна H, то дисперсия в этом случае имеет вид:

$$\omega = \sqrt{gk \cdot th(kH)}. \quad (2)$$

Для нелинейных же волн рассматривают одномерное уравнение (3) Кортевега де Фриза [3] или двумерное уравнение Кадомцева-Петвиашвили (4):

$$\frac{\partial u}{\partial t} + 6u \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial^3 u}{\partial x^3} = 0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + 6u \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial^3 u}{\partial x^3} = v \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad (3.1)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial u}{\partial t} + 6u \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial^3 u}{\partial x^3} \right) = 3\alpha^2 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (4)$$

где поглощение  $v$ .

Отметим, что методы решения задач Штурма-Лиувилля [3] применимы и для уравнения Кортевега де Фриза.

### **Решение задачи**

Рассмотрим плоско-слоистую среду с переменными по вертикальной координате  $z$  скоростями продольных и поперечных волн, но аппроксимируем их непрерывной функцией, имеющей непрерывную вторую производную. Плотность же считаем постоянной. Источники микросейсм считаем распределенными на поверхности дна.

Главное отличие пассивных источников состоит в том, что для описания их волновой функции следует использовать интегральное уравнение [3] в бесконечных пределах. Это означает применение накопления сейсмограмм со временем накопления, стремящемся к бесконечности. Фронт волны является сначала сферическим, а затем цилиндрическим, однако нормировкой каждой трассы по максимуму её амплитуды он приводится к плоскому. Для измерений необходим профиль с шагом по поверхности (координате  $x$ ), равным половине длины волны при максимальной применяемой в расчётах частоте [4].

Рассмотрим возникающую после разделения переменных в волновом уравнении [5] систему уравнений для волны вертикальной поляризации (Рэлея), описываемую взаимодействием Р и SV компонент:

$$\left. \begin{aligned} -\omega^2 \rho u_1 &= ik \left[ (\lambda + \mu) \frac{\partial u_3}{\partial z} + \frac{\partial \mu}{\partial z} u_3 \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[ \mu \frac{\partial u_1}{\partial z} \right] - k^2 (\lambda + 2\mu) u_1, \\ -\omega^2 \rho u_3 &= ik \left[ \frac{\partial}{\partial z} (\lambda u_1) + \mu \frac{\partial u_1}{\partial z} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[ (\lambda + 2\mu) \frac{\partial u_3}{\partial z} \right] - k^2 \mu u_3, \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

И в жидкости:

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2} p(z, k, \omega) - \frac{\partial}{\partial z} \ln \rho \beta^2 \frac{\partial}{\partial z} p(z, k, \omega) + \left( \frac{\omega^2}{V_p^2} \beta^2 - k^2 \right) p(z, k, \omega) = 0, \quad (6)$$

$$\beta = 1 - kv_0 / \omega \quad (7)$$

где  $\omega$  – частота;  $\rho$  – плотность;  $k$  – волновое число;  $\lambda(z)$ ,  $\mu(z)$  – постоянные Ламе;  $u_1$ ,  $u_3$  – перемещения;  $z$  – координата,  $p$  – давление, скорость течения  $v_0$ .

Указанное выше разделение переменных справедливо в связи с нормировкой трасс по максимуму амплитуды, что устраняет расхождение фронта и делает волну плоской.

Граничные условия для уравнений (5-6) на вещественные нормированные компоненты перемещения и тензора напряжений при  $z=h-0$  в жидкости на границе с дном (SV компонента в жидкости равна нулю):

$$u_3(h-0) = 0; \quad u_1'(h-0) = 1; \quad (8)$$

$$u_3(h-0) = 1; \quad u_3'(h-0) = 0;$$

$$\sigma_{xz} = 0, \quad \sigma_{zz} = -\rho gh. \quad (9)$$



**Рис. 2** Распределение давления в жидкости и главного нормального напряжения в породах дна по глубине

где в (9) показаны компоненты тензора напряжений.

На рис. 2 показано, как меняется в линейном приближении давление в море до глубины 200 м, далее на границе жидкость-твердое тело суммарное давление равно нулю (Бреховских, Годин), при дальнейшем росте глубины происходит трендовый рост напряжений.

При исследованиях на море всегда имеется небольшое волнение (волна

до 20 см). Это приводит к гравитационной волне (колебаниям давления столба жидкости единичной площади и переменной высоты). Для условий шельфа это означает значимое изменение давления  $P$  на дно

$$\Delta P = \Delta \rho g h = 0,02 \text{ (атм)}, \quad (10)$$

где  $\rho, g, h$  — плотность воды, ускорение свободного падения, глубина.

Отметим, возникающие проблемы нелинейной сейсмологии рассмотрены в [6], а методы изучения литосферы сейсмическими шумами в [7].

Рассмотрим уединенную волну-солитон, ударяющую в пологий берег.

Импульс солитона равен

$$Ft = mv, \quad (11)$$

где  $m$  — масса уединенной волны,  $v$  — скорость удара по вертикали уединенной волны.

Энергия солитона может быть представлена как потенциальная для центра масс, расположенного на высоте  $h$ . При падении потенциальная энергия переходит в кинетическую

$$\frac{mv^2}{2} = mgh, \quad (12)$$

Откуда получим

$$v = \sqrt{2gh}, \quad (13)$$

А давление

$$P = \frac{\rho V v}{st} = \frac{\rho h \sqrt{2gh}}{t} = \frac{\rho h \sqrt{2gh}}{(l/2)/C_w}, \quad (14)$$

где  $s$  — площадь,  $t$  — время,  $C_w$  — горизонтальная скорость солитона до удара о берег,  $l$  — длина солитона.

Рассмотрим передачу этого давления на дно

$$-\frac{\rho_w h \sqrt{2gh}}{(l/2)/C_w} = \sigma_{33} = (\lambda + 2\mu) \frac{\partial u_3}{\partial x_3} \quad (15)$$

Расчет по этой формуле для высоты центра масс солитона в 1 метр и времени движения этого центра в 1 секунду при скорости продольной волны в верхнем слое 400 м/сек модуль перемещения составляет 2,8 мм.

Для объемной волны на расстоянии от берега в 1000 м получим

$$u_3 \approx 2,8 \cdot 10^{-6} \text{ м},$$

А для поверхностной

$$u_3 \approx 89 \cdot 10^{-6} \text{ м}.$$

На дне вдали от берега имеем

$$-\rho g h = \sigma_{33} = (\lambda + 2\mu) \frac{\partial u_3}{\partial x_3} \quad (16)$$

что при глубине 200 м дает упругую деформацию 1,25 см, амплитуда же продольной волны составит

$$u_3 \approx 63 \cdot 10^{-6} \text{ м}.$$

Путем несложных преобразований (17) при малых амплитудах волн на поверхности получим уравнение (18).

$$\begin{aligned}
 -\Delta\rho gh / \Delta t &= \Delta\sigma_{33} / \Delta t = \Delta((\lambda + 2\mu) \frac{\partial u_3}{\partial x_3}) / \Delta t \\
 -\frac{\Delta\rho gh}{\Delta h} &= \Delta\sigma_{33} / \Delta h = \Delta((\lambda + 2\mu) \frac{\partial u_3}{\partial x_3}) / \Delta h; \\
 -\rho g &= \frac{\partial\sigma_{33}}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x_3} ((\lambda + 2\mu) \frac{\partial u_3}{\partial x_3}) \\
 -\rho g &= \frac{1}{v} (\lambda + 2\mu) \frac{\partial}{\partial x_3} \left( \frac{\partial u_3}{\partial t} \right)
 \end{aligned} \tag{17}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{v} (\lambda + 2\mu) \frac{\partial}{\partial x_3} \left( \frac{\partial u_3}{\partial t} \right) + \frac{\partial}{\partial x_3} ((\lambda + 2\mu) \frac{\partial u_3}{\partial x_3}) + 2\rho g &= 0 \\
 \frac{1}{v} (\lambda + 2\mu) \frac{\partial}{\partial x_3} \left( \frac{\partial u_3}{\partial t} \right) + \frac{\partial}{\partial x_3} ((\lambda + 2\mu) \frac{\partial u_3}{\partial x_3}) + 2\rho g &= 0
 \end{aligned} \tag{18}$$

Таким образом, показано как оценить уровень микросейсм, возбуждаемых морским прибоем в общем случае на основании законов сохранения импульса и энергии, а также при малом волнении в открытом море получено дифференциальное уравнение (18).

Поиск решения уравнения Кадомцева-Петвиашвили, справедливое для среды со слабой дисперсией (шельф от поверхности моря до дна) следует искать в виде неоднородных по вертикали у монохроматических волн

$$u = u(x) \exp(-i\omega t - ky) \tag{19}$$

В результате получим уравнение (20)

$$u_x(-i\omega) - 6(u_x^2 + uu_{xx}) \exp(-i\omega t - ky) - u_{xxxx} = 3\alpha^2 k^2 u \tag{20}$$

которое легко исследовать:

— если случай мелкой воды (длина волны много больше глубины  $y$ ), то исчезает зависимость от  $y$  и солитон движется как в одномерной задаче Кортевега де Фриза;

— в случае глубокой воды (длина волны много меньше глубины  $y$ ) задача линеаризуется;

— если длина волны порядка глубины  $y$ , то имеем ослабление волны в  $\exp(-2\pi)$  раз и преобразование в дне на бегущие в двух направлениях волны с выполнением принципа Гюйгенса.

Очевидно, что период стационарности морских микросейсм менее аналогичного периода для суши.

Располагать сейсмоприемники удобно параллельно берегу, при этом достигаем идентичности краевого условия на границе жидкость-дно, т.к. глубина в этом случае почти постоянна и фон микросейсм, вызванный прибоем и волнением со стороны моря почти не меняется.

Для прибоа подобие спектров (мелкая вода и совпадение частот ударов волн и генерируемых микросейсм). Т.е. задача Штурма-Лиувилля и уравнения Кортевега де Фриза имеют один и тот же спектр [3].

При малом волнении моря в силу аналитичности функции перемещения спектры микросейсм в толще воды и на дне подобны.

При среднем и сильном волнении и длине волны порядка глубины  $H$  происходит удвоение частоты микросейсм в силу того, что солитон движется только в одном направлении, а генерируемая им волна — на дне в двух направлениях. Это приводит при стационарности фазы  $kr = \text{const}$  к удвоению волнового числа  $2k \cdot r/2 = \text{const}$ .

Авторы глубоко признательны чл.-корр. РАН А.В. Николаеву за полезное обсуждение результатов работы.

### **Выводы**

1. Для исключения влияния условий установки станции на дно необходимо использовать длинные волны от 50-100 м.

2. Располагать профиль следует параллельно линии берега, что позволит получить однородный фон микросейсм.

3. Численная оценка уровня микросейсм  $u_3 \approx 10^{-6} \text{ м}$  позволяет зарегистрировать их современной аппаратурой на глубине 200 м.

4. На шельфе основным источником микросейсм является морской прибой и волнение на море.

5. Моделирование влияния морского прибоя — на основе законов сохранения энергии и импульса для прибрежных волн (солитонов).

6. Моделирование влияния волнения на море на процесс образования донных микросейсм при малом волнении основано на линейном приближении и принципе Гюйгенса для вращающегося со сдвигом или стационарно-пульсирующего цилиндра.

7. При сильном же волнении и длине волны большей глубины — использовать уравнение Кортевега де Фриза, а для соизмеримых с глубиной длин волн — уравнение Кадомцева-Петвиашвили.

---

### **СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

1. Левченко Д.Г. Регистрация широкополосных сейсмических сигналов и возможных предвестников сильных землетрясений на морском дне, «Научный мир», 2005
2. Фейнмановские лекции по физике. Ред. А.П.Леванюк. М., Мир, 1969
3. Левитан Б.М. Обратные задачи Штурма-Лиувилля. М., Наука, 1984.
4. Загорский Л.С. Спектральные методы определения строения горного массива/ под редакцией акад. В.Н.Страхова.- Москва: 2001.-80 с.
5. Бреховских Л.М., Годин О.А. Волны в слоистых средах.-М.:Наука,1989.- 416 с.
6. Николаев А.В. Проблемы нелинейной сейсмологии//Сб. Проблемы нелинейной сейсмологии. М., Наука, 1987, С.5-20.
7. Николаев А.В., Троицкий П.А., Чеботарева И.Я. Изучение литосферы сейсмическими шумами // ДАН СССР, 1986, том 286, №3. — С. 586-591. **ИДБ**

---

### **КОРОТКО ОБ АВТОРАХ**

Загорский Лев Сергеевич — доктор физико-математических наук, ведущий научный сотрудник, Шкуратник Владимир Лазаревич — доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой, ftkp@mail.ru,  
Московский государственный горный университет, ud@msmu.ru  
Червинчук Сергей Юрьевич — старший научный сотрудник, Институт Земли РАН.