

УДК 622.272:622.831.325.3

**Г.Г. Каркашадзе, А.М-Б. Хаутиев**

## **ФИЗИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ ОСТАТОЧНЫХ ДЕФОРМАЦИЙ В ПРОЦЕССЕ ЦИКЛИЧЕСКОЙ СОРБЦИОННОЙ УСАДКИ УГЛЯ**

Описана физическая модель напряженно-деформированного состояния горных пород с учетом фактора геомеханического гистерезиса, учитывающего остаточные деформации и линейный модуль упругости при циклическом изменении нагрузки. Показано, что по мере десорбции метана при переходе его из твердого в газообразное состояние в объеме угля образуется свободное пространство, освобожденное молекулами метана. При этом под действием молекулярных сил, происходит перегруппировка структурных единиц углерода и соответствующая этому процессу объемная усадка угля. По аналогичному механизму реализуется явление разбухания угля, когда при сорбции метана происходит увеличение объема угля за счет расклинивающего действия молекул метана. Аналитически описан комплексный модуль деформаций, изменяющийся в течение времени в зависимости от предшествующей нагрузки. Модель представляет интерес при описании физических уравнений, отражающих закономерности деформации угольных матриц в комбинации с действующими напряжениями от горного давления с учетом процессов сорбции. Представлен оценочный расчет, подтверждающий правомерность физической модели.

*Ключевые слова:* физическая модель, комплексный модуль деформаций, геомеханический гистерезис, сорбционная усадка и разбухание угля.

---

**М**етан в структуре газоносного угольного пласта находится в форме газа в поровом пространстве, в сорбированном состоянии на свободной поверхности и распределен по всему объему угля в виде твердого раствора [1], подчиняющегося законам диффузии. По мере десорбции метана при переходе его из твердого в газообразное состояние в объеме угля образуется свободное пространство, освобожденное молекулами метана. По этой причине, под действием молекулярных сил, происходит перегруппировка структурных единиц углерода и соответствующая этому процессу объемная усадка угля [2, 3]. По аналогичному механизму реализуется противоположное явление разбухания угля: при сорбции метана происходит увеличение объема угля за счет расклинивающего действия молекул метана. В процессах усадки угля изменяется напряженно-деформированное состояние, следствием которого является изменение проницаемости угля, что имеет экспериментальное подтверждение. Впечатляющий результат описан в работе [4], где при промышленной добыче угольного метана зафиксирован эффект повышения проницаемости угольного пласта при дегазации за счет долговременной сорбционной усадки, что представляет практический интерес.

Развитие способов повышения эффективности дегазации возможно при реализации механизмов циклической сорбционной усадки угля, что на практике достигается путем изменения пластового давления, например, при открытии и закрытии дегазационных скважин.

В теоретическом плане представляет интерес описание физических уравнений, отражающих закономерности деформации угольных матриц в комбина-

ции с действующими напряжениями от горного давления с учетом процессов сорбции. С этой целью рассмотрим следующую аналитическую модель.

Физические уравнения, отражающие связь между напряжениями и деформациями при совместном проявлении механических и сорбционных деформаций запишем, используя принцип простой суперпозиции, в виде:

$$\begin{aligned} \sigma_x &= \lambda(\theta + \theta_c) + 2G(\varepsilon_x + \theta_c/3); & \tau_{xy} &= G\gamma_{xy}; \\ \sigma_y &= \lambda(\theta + \theta_c) + 2G(\varepsilon_y + \theta_c/3); & \tau_{yz} &= G\gamma_{yz}; \\ \sigma_z &= \lambda(\theta + \theta_c) + 2G(\varepsilon_z + \theta_c/3); & \tau_{zx} &= G\gamma_{zx}; \end{aligned} \quad (1)$$

где  $\sigma$ ,  $\varepsilon$ ,  $\tau$ ,  $\gamma$  – компоненты тензора напряжений и деформаций;  $\theta$  – объемная деформация под действием механических напряжений;  $\theta_c$  – объемная сорбционная деформация;

$G$  – модуль сдвига;  $G = \frac{E}{2(1+\nu)}$ ;  $\lambda$  – постоянная Ламе,  $\lambda = \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)}$ ;

$E$  – модуль деформации;  $\nu$  – коэффициент Пуассона.

Для описания неупругого механизма деформирования, то есть когда после цикла изменения механической нагрузки и сорбционных процессов усадки или разбухания уголь не возвращается в исходное состояние и возникают остаточные деформации – следует использовать переменную величину модуля деформаций, зависящую от меняющихся напряжений.

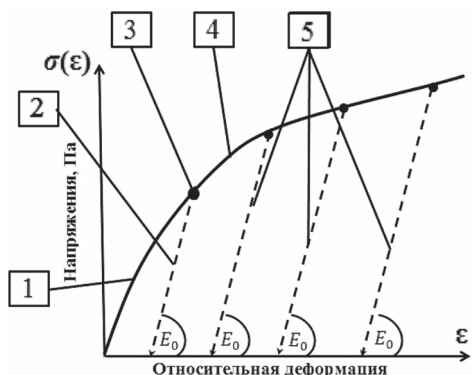
Компьютерное моделирование таких задач на современном уровне развития метода конечных элементов вполне доступно для прикладных исследователей. Однако сдерживающим фактором является отсутствие опыта моделирования такого типа задач и недостаточным количеством экспериментальных данных о физических свойствах угля в процессах деформационного гистерезиса.

Предполагаемая диаграмма упруго-пластических деформаций среды с эффектом геомеханического гистерезиса (ГГ-модель), в виде гипотезы, представлена на рис. 1. ГГ-модель проявляет следующие свойства:

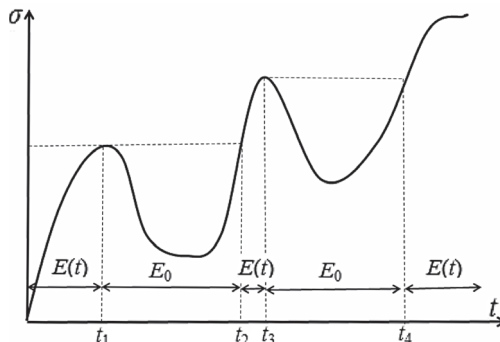
- при нарастании сжимающего механического напряжения происходит нелинейный рост относительных деформаций (участок 1 на рис. 1);
- при понижении сжимающего напряжения деформации уменьшаются по линейному закону, а затем – при последующем увеличении напряжения также возрастают по линейному закону с модулем деформации  $E_0$  (участок 2). Этот механизм отражает эффект памяти ранее действовавших напряжений Кайзера [5], по которому на участке 2 акустических сигналов нет и они появляются только при достижении напряжением предшествующего максимального значения;
- при увеличении напряжения до предыдущего максимального значения в точке 3 дальнейшее деформирование происходит в соответствии с первоначальной кривой нелинейной деформации (участок 4);
- при последующих циклах понижения и увеличения напряжений картина линейного уменьшения и увеличения деформаций повторяется (участки 5).

По представленной ГГ-модели модуль деформации среды на участках 2 и 5 проявляет линейную упругость с модулем  $E_0$  и является постоянным. Основанием для такого предположения является отсутствие акустических сигналов, индуцирующих распространение микродефектов (эффект Кайзера) и известные экспериментальные результаты [6]. Предположительно, такой же модуль упругости (модуль Юнга) характеризует начало деформирования.

Для описания нелинейной диаграммы деформаций с эффектом памяти ранее действовавших напряжений необходимо учитывать динамику изменения напряжений в течение всего времени. Если использовать в качестве основопо-



**Рис. 1. Нелинейная диаграмма напряжений и деформаций с эффектом памяти напряжений на линейном участке деформирования**



**Рис. 2. Неравномерно нарастающие во времени напряжения**

лагающего физическое уравнение (1) то в него надо ввести функцию, учитывающую нелинейный и временной характер модуля деформаций. Например, по рис. 2 в течение времени  $0 \dots t_1$  происходит увеличение напряжений до первого максимума. В то же время, из диаграммы деформирования следует, что в этом временном интервале нелинейный модуль деформации составляет  $E(t)$ . Далее в течение времени происходит сначала уменьшение, а затем увеличение напряжений (рис. 2). По диаграмме деформирования (рис. 1), в течение времени  $t_1 \dots t_2$ , модуль деформации составляет  $E_0$ . Характерно, что действующие напряжения в моменты времени  $t_1$  и  $t_2$  равны.

В течение времени  $t_2 \dots t_3$  имеет место нарастание напряжений до следующего максимума. При этом модуль деформации, также как в предыдущем цикле, соответствует функции  $E(t)$ . По представленной гипотезе ГГ-модели аналогичные закономерности деформирования в дальнейшем повторяются.

Представленная ГГ-модель отражает известные экспериментальные данные об остаточных деформаций и эффекте Кайзера. Что касается поведения горных пород на участках линейных деформаций 2 и 5 (рис. 1), то аналогичные результаты были отмечены в экспериментах на солях [6], что также подтверждает правомерность гипотетической модели.

Таким образом, на основе рис. 1 и 2 запишем комплексное выражение для модуля деформации, отражающее гистерезис и предысторию о действовавших ранее напряжениях. Логическое условие для выбора функции модуля деформаций выполняет следующие требования: *если производная действующего напряжения от времени больше нуля, напряжение положительное и больше максимального предшествующего наибольшего значения, то следует использовать нелинейную функция модуля деформаций, в противном случае – использовать линейную функцию. Справедливо для всех участков – до наступления предельно деформированного состояния, при наступлении которого модуль деформации стремится к нулю.*

Математическое описание условия в булевых операторах имеет вид:

$$E(t) = E_1(t) + E_2(t); \quad (2)$$

$$E_1(t) = E_0 \cdot F(t) \cdot \left[ \frac{d\sigma(t)}{dt} > 0 \right] \cdot [\sigma(t) > 0] \cdot \{ \sigma(t) > \max[\sigma(t)] \};$$

$$E_2(t) = E_0 \cdot [\sigma(t) < \sigma_{сж}] \cdot \{\sigma(t) \leq \max [\sigma(t)]\} + E_{00} \cdot [\sigma(t) > \sigma_{сж}],$$

где  $E(t)$  – комплексный модуль деформаций, Па;  $E_1(t)$  – функция модуля на нелинейном участке деформаций, Па;  $E_2(t)$  – функция модуля на линейных участках гистерезиса деформаций, Па;  $E_0$  – модуль линейной упругости (модуль Юнга), Па;  $F(t)$  – описывающая нелинейную форму диаграммы напряжений и деформаций до наступления предельного состояния, например, в виде

$$F(t) = \left[ 1 - \left( \frac{\sigma(t)}{n \cdot \sigma_{сж}} \right)^2 \right] \cdot [\sigma(t) < \sigma_{сж}]$$

$\sigma(t)$  – механическое напряжение во времени, Па;  $\sigma_{сж}$  – предел прочности при сжатии, Па;  $n$  – параметр аппроксимации;  $\max [\sigma(t)]$  – максимальное напряжение на предыдущих участках, Па;  $E_{00}$  – модуль деформации на запредельном участке деформирования, Па.

Что касается поведения среды в условиях действия растягивающих напряжений, то здесь проблема описания комплексного модуля деформаций усложняется отсутствием экспериментальных данных о поведении горных пород в условиях одноосных растягивающих напряжений. В первом приближении можно гипотетически предположить, что картина диаграммы деформирования будет качественно такой же, но с другими значениями модулей упругости по сравнению с условиями сжатия.

Дополним физические уравнения связи между напряжениями и деформациями закономерностями процесса сорбционной усадки и разбухания.

Объемная деформация угля в процессе сорбционной усадки при полном замещении молекул метана углеродом составляет

$$\theta_c = \Delta G \cdot \rho_{сн4} \cdot \frac{\mu_{сн4}}{\mu_c} \quad (3)$$

$\Delta G$  – относительная величина объемной сорбции или десорбции молекул метана в структуре угля;  $\Delta G = G_0 - G$ , м<sup>3</sup>/кг;  $G_0$  – начальная газонасыщенность угля (объем метана в нормальных условиях отнесенный к массе угля), м<sup>3</sup>/кг;  $G$  – текущая газонасыщенность угля, м<sup>3</sup>/кг;  $\rho_{сн4}$  – объемный вес метана в нормальных условиях, кг/м<sup>3</sup>;  $\mu_{сн4}$  и  $\mu_c$  – молярные массы метана и угля, соответственно, кг/моль.

При выводе формулы (3) предполагается, что в процессе десорбции метана из угля освободившийся от метана объем угля, под действием молекулярных сил, полностью заполняется атомами углерода и по этой причине происходит уменьшение исходного объема и, соответственно, усадка структурных элементов угля. В действительности полного замещения вышедших из угля молекул метана атомами углерода вряд ли происходит и поэтому в формуле (3) более правомерно использовать множитель, меньший единицы, который следует определять лабораторными экспериментами. В последующих оценках примем этот множитель равным единице полагая, что выполненные расчеты приведут к максимально возможному влиянию сорбционной усадки угля, а реальная усадка будет меньше расчетной.

В формуле (3) использовано следующее правило знаков: при десорбции метана деформация имеет знак плюс (усадка,  $\Delta G > 0$ ) и, наоборот, при сорбции – знак минус (разбухание,  $\Delta G < 0$ ).

Начальная газонасыщенность угля вычисляется при известном природном пластовом давлении, используя изотерму Лэнгмюра

$$G_0 = \left( \frac{a \cdot b \cdot P_{pl}}{1 + b \cdot P_{pl}} \right) \cdot \frac{1}{\rho_c \cdot \rho_{сн4}}, \text{ м}^3/\text{кг}, \quad (4)$$

где  $a$  – максимальная сорбционная емкость в уравнении Ленгмюра, кг/м<sup>3</sup> (масса метана в килограммах, отнесенная к объему угля в кубических метрах);  $b$  – коэффициент Ленгмюра, Па<sup>-1</sup>;  $\rho_c$  – объемная масса угля, кг/м<sup>3</sup>.

Например, при  $a = 60$  кг/м<sup>3</sup>;  $b = 0,207 \cdot 10^{-6}$  Па<sup>-1</sup>;  $P_{pl} = 14,43 \cdot 10^5$  Па;  $\rho_{сн4} = 0,67$  кг/м<sup>3</sup>;  $\rho_c = 1300$  кг/м<sup>3</sup> получим

$$G_0 = \left( \frac{60 \cdot 0,207 \cdot 10^6 \cdot 14,43 \cdot 10^6}{1 + 0,207 \cdot 10^6 \cdot 14,43 \cdot 10^6} \right) \cdot \frac{1}{1300 \cdot 0,67} = 0,0158 \text{ м}^3/\text{кг}$$

(15,8 м<sup>3</sup> метана, отнесенного к одной тонне угля).

Аналогично запишем выражение для текущей газоносности угля при давлении свободного газа  $P = 10 \cdot 10^5$  Па:

$$G = \left( \frac{a \cdot b \cdot P}{1 + b \cdot P} \right) \cdot \frac{1}{\rho_c \cdot \rho_{сн4}} \quad (5)$$

Результат расчета

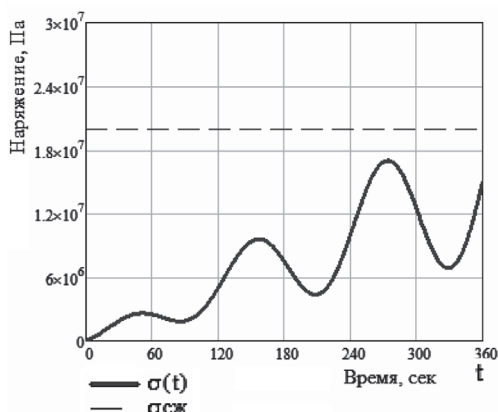
$$G_0 = \left( \frac{60 \cdot 0,207 \cdot 10^6 \cdot 10,0 \cdot 10^5}{1 + 0,207 \cdot 10^6 \cdot 10,0 \cdot 10^5} \right) \cdot \frac{1}{1300 \cdot 0,67} = 0,0118 \text{ м}^3/\text{кг}.$$

(11,8 м<sup>3</sup> метана, отнесенного к одной тонне угля).

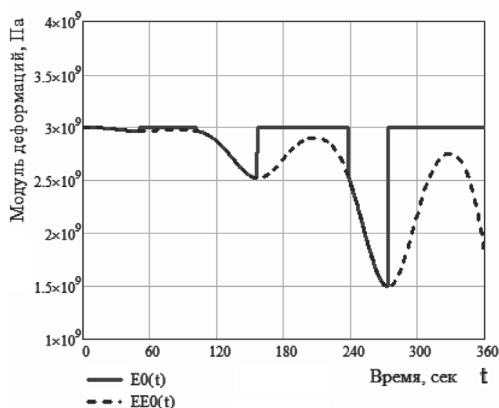
Перепишем уравнение (3) с учетом (4) и (5):

$$\theta_c = \left( \frac{a \cdot b \cdot P_{pl}}{1 + b \cdot P_{pl}} - \frac{a \cdot b \cdot P}{1 + b \cdot P} \right) \cdot \frac{1}{\rho_c} \cdot \frac{\mu_{сн4}}{\mu_c}. \quad (6)$$

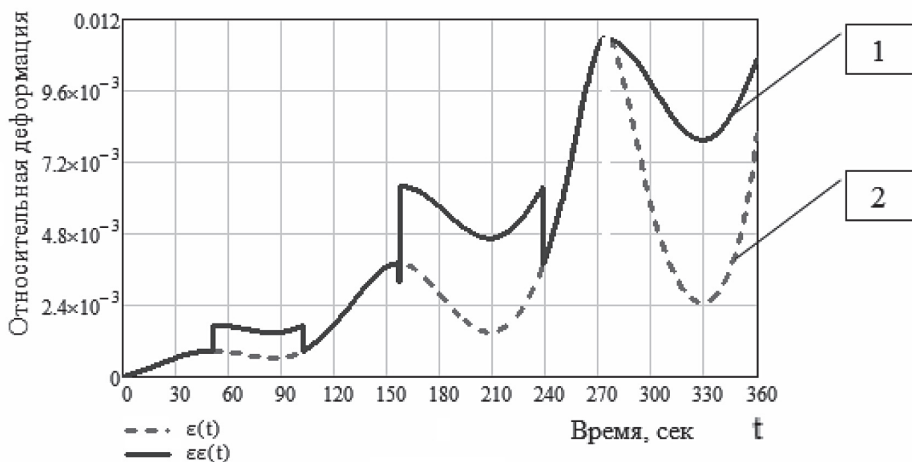
Таким образом, физические уравнения, определяющие во времени процесс деформации угля с учетом совместного действия механических напряжений



**Рис. 3. Циклические сжимающие напряжения**



**Рис. 4. Комплексный модуль деформаций в течение времени**



**Рис. 5. Деформации под действием переменных напряжений:** 1 – ГГ-модель; 2 – упруго-пластическая модель

и процесса сорбции метана под действием пластового давления имеет вид (1) с учетом комплексного модуля деформаций (формула 2), зависящего от напряжений и времени.

Для демонстрации работоспособности описанной ГГ-модели рассмотрим случай, когда в теле реализуются циклические сжимающие напряжения, показанные на рис. 3. При этих напряжениях в соответствии с формулами (2) по ГГ-модели функционирует комплексный модуль деформаций, изменение которого в течение времени представлено на рис. 4. На рис. 5 представлена графическая зависимость деформаций во времени в двух вариантах: 1 – по ГГ-модели; 2 – по упругопластической модели (без гистерезиса деформаций). Видно различие функциональных зависимостей. Очевидно, ГГ-модель качественно более достоверно отражает физический процесс, поскольку учитывает гистерезис деформаций и предшествующие нагрузки в течении всего процесса.

Использование в уравнениях переменного модуля деформации, отражающего фактор гистерезиса в диаграмме деформирования, а также учет явления памяти напряжений открывает возможности моделирования процессов деформации при циклических механических и сорбционных воздействиях на угольный пласт.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Пучков Л.А., Сластунов С.В. Освоение углегазовых месторождений: основные технологические решения // Газовая промышленность. – 2010. – № 7(648). – С. 26–29.
2. Эттингер И.Л., Ковалева И.Б., Радченко С.А. Изменение тонкой структуры углей при воздействии на них сорбции и сдвиговых напряжений // Тезисы докладов VIII Всесоюзной конференции по коллоидной химии и физико-химической механике. Часть 5. – Ташкент. 1983.
3. Кузнецов С.В., Трофимов В.А. Природа и механизм формирования газопроницаемых зон в угольных пластах // ФТПРПИ. – 1999. – № 1.
4. Ian Palmer. Higgs Technologies. Paper 0651 «Some Futures for Coalbed Methane Production» 2006 International Coalbed Methane Symposium Tuscaloosa 24–25 May 2006.

5. Шкуратник В.Л., Николенко П.В. Методика интерпретации акустико-эмиссионных измерений при использовании эффекта Кайзера для оценки напряженно-деформированного состояния массива горных пород // Горный журнал. – 2012. – № 9. – С. 44–47.

6. Кошелев А.Е. Экспериментальное определение модуля деформации каменной соли в сложном напряженном состоянии // Горный журнал. – 2012. – № 9. – С. 56–58. **ГИАБ**

## **КОРОТКО ОБ АВТОРАХ**

---

Каркашадзе Георгий Григорович – доктор технических наук, профессор,  
e-mail: g-karkashadze@mail.ru,

Хаутиев Адам Магомед-Баширович – аспирант, e-mail: adamas-06@mail.ru,  
Московский государственный горный университет.

---

UDC 622.272:622.831.325.3

## **PHYSICAL EQUATIONS OF RESIDUAL STRAINS IN COAL UNDER CYCLIC SORPTION SHRINKAGE**

Karkashadze G.G. – Doctor of Technical Sciences, Professor,  
e-mail: g-karkashadze@mail.ru,

Hautiev A.M.B. – Graduate Student, e-mail: adamas-06@mail.ru,  
Moscow State Mining University, e-mail: ud@mmsu.ru.

---

*The physical model of the stress–strain state of rocks includes the geomechanical hysteresis factor to take into account residual strains and linear elasticity modulus under the cyclic change of load. It is shown that with methane desorption and transition from solid to gaseous state, methane molecules vacate available space in coal. Under the action of molecular forces, structural units of carbon re-group and the associated volume shrinkage of coal takes place. The coal swelling phenomenon realizes by the similar mechanism, when methane absorption expands coal volume under dilative action of methane molecules. The article describes analytically the integrated deformation modulus that undergoes time change depending on previous load. The model is used to describe physical equations illustrating mechanisms of deformation of coal matrix under effective stress due to ground pressure, considering sorption processes. The presented calculation proves the physical model appropriateness.*

*Key words: physical model, integrated deformation modulus, geomechanical hysteresis, sorption shrinkage and swelling of coal.*

## **REFERENCES**

1. Puchkov L.A., Slastunov S.V. *Gazovaja promyshlennost'*, 2010, no 7(648), pp. 26–29.
2. Jettinger I.L., Kovaleva I.B., Radchenko S.A. *Tezisy dokladov VIII Vsesojuznoj konferencii po kolloidnoj himii i fiziko-himicheskoj mehanike. Chast' 5* (Head-notes of papers of the 8th All-Union Conference on Colloid Chemistry and Physicochemical Mechanics, part 5), Tashkent, 1983.
3. Kuznecov S.V., Trofimov V.A. *FTPRPI*, 1999, no 1.
4. Ian Palmer. Higgs Technologies. *Paper 0651 «Some Futures for Coalbed Methane Production» 2006 International Coalbed Methane Symposium Tuscaloosa 24–25 May 2006.*
5. Shkuratnik V.L., Nikolenko P.V. *Gornyj zhurnal*, 2012, no 9, pp. 44–47.
6. Koshelev A.E. *Gornyj zhurnal*, 2012, no 9, pp. 56–58.

