

В.Ф. Скороходов, Р.М. Никитин, В.П. Якушкин, А.С. Степанникова
ИССЛЕДОВАНИЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ МИНЕРАЛОВ
В ПРОДУКТАХ ФЛОТАЦИИ НА ОСНОВЕ
МАТЕМАТИЧЕСКОГО АППАРАТА ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ
ГИДРОДИНАМИКИ (НА ПРИМЕРЕ ПОЛУЧЕНИЯ
НЕФЕЛИНОВОГО КОНЦЕНТРАТА)*

Использован новый подход к оценке свойств компонентов питания основной нефелиновой флотации, позволяющий осуществлять прогноз распределения минералов в продуктах флотации в вычислительном эксперименте, проводимом с CFD (Computational Fluid Dynamics) моделью гетерогенной системы процесса флотации (ГСПФ), адаптированной к эксплуатационным особенностям флотационной техники. Подход заключается в количественной оценке интегральных свойств узких сепарационных фракций многоскоростного многофазного континуума (ММК) флотации на базе положений геоэнергетической теории и методики определения поверхностных свойств твердых материалов, основанной на эмпирических закономерностях современной кристаллоэнергетики.

Ключевые слова: компьютерное моделирование, флотация, гетерогенная система, поверхностная энергия, многоскоростной многофазный континуум, вычислительный эксперимент, геоэнергетическая теория, кристаллоэнергетика.

Добыча и переработка полезных ископаемых осуществляются сегодня на фоне снижения запасов руд и содержания в них ценных компонентов. Это стимулирует адаптацию традиционной методологии разработки нового обогатительного оборудования, основанной на проведении лабораторных исследований и опытно-промышленных испытаний, к современным тенденциям проектирования с использованием компьютерных средств, реализующих высокоточные и высокоскоростные алгоритмы обработки информации. Поэтому применение новейших информационных технологий, позволяющих исследовать гидродинамику и кинетику процессов обогащения посредством их виртуализации, становится актуальным и востребованным [1, 2].

Теоретическая основа рассматриваемого подхода

Современные подходы к аналитическому исследованию гидродинамики гетерогенных систем реализуются в построении адекватных и гибких математических моделей и основываются на двух различных областях знаний [3]. С одной стороны, это эмпирические данные, полученные в экспериментах с физическими моделями и подвергаемые размерному анализу. С другой стороны, это современная вычислительная гидродинамика. Тенденция объединения этих областей формируется в развитии вычислительных ресурсов, становящихся все более мощными, производительными, дешевыми и доступными.

Вычислительная гидродинамика является инструментом технической поддержки численных многоитерационных алгоритмов, позволяющих находить

* Работа выполнена в рамках Соглашения с Российским научным фондом № 14-17-00761.

многомерные решения фундаментальных физических уравнений, описывающих гидродинамику гетерогенных систем. Общая и наиболее простая форма таких уравнений объединена в систему Навье-Стокса, которую можно представить в векторном виде как:

$$\rho \frac{dv}{dt} = \rho g - \nabla p + \mu \nabla^2 v,$$

где ρ – плотность среды, v – вектор скорости, t – время, g – вектор ускорения свободного падения, p – давление, ∇ – оператор Гамильтона.

Однако, известно, что уравнения движения жидкости под действием определенных сил и при определенных условиях однозначности можно представить в двух различных формах [4]. Выбор формы уравнений движения жидкости зависит от цели исследований. Если целью является определение для любого момента времени скорости, давления и плотности во всех точках среды, то используемая форма уравнений соответствует, так называемому, эйлерову подходу. Если целью исследований является определение траектории (истории) каждой отдельной «жидкой» частицы, то форма уравнений соответствует лагранжеву подходу. В работе [4] Ламб, ссылаясь на труды Эйлера, предупреждает, что, фактически, обе формы уравнений принадлежат Эйлеру. Поэтому, особенно в современных интерпретациях вопросов гидродинамики, названные подходы именуются соответственно как Euler – Euler approach и Euler – Lagrange approach.

Уравнения движения жидкости Эйлера имеют вид:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial v_x}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_x}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_x}{\partial z} &= X - \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial x} \\ \frac{\partial v_y}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_y}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_y}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_y}{\partial z} &= Y - \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial y} \\ \frac{\partial v_z}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_z}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_z}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} &= Z - \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial z} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Уравнения движения жидкости Лагранжа имеют вид:

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{\partial^2 x}{\partial t^2} - X \right) \frac{\partial x}{\partial a} + \left(\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} - Y \right) \frac{\partial y}{\partial a} + \left(\frac{\partial^2 z}{\partial t^2} - Z \right) \frac{\partial z}{\partial a} &= -\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial a} \\ \left(\frac{\partial^2 x}{\partial t^2} - X \right) \frac{\partial x}{\partial b} + \left(\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} - Y \right) \frac{\partial y}{\partial b} + \left(\frac{\partial^2 z}{\partial t^2} - Z \right) \frac{\partial z}{\partial b} &= -\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial b} \\ \left(\frac{\partial^2 x}{\partial t^2} - X \right) \frac{\partial x}{\partial c} + \left(\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} - Y \right) \frac{\partial y}{\partial c} + \left(\frac{\partial^2 z}{\partial t^2} - Z \right) \frac{\partial z}{\partial c} &= -\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial c} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

В приведенных уравнениях v_x, v_y, v_z – компоненты вектора скорости в точке (x, y, z) в момент времени t , ρ – плотность жидкости, p – давление, (X, Y, Z) – приведенные компоненты внешних сил, (a, b, c) – начальные координаты отдельной «жидкой» частицы.

Представленные в природе и различных технологических процессах, к которым относится и процесс флотационного разделения минералов, потоки

представляют собой смесь фаз. Для многофазных систем понятие фазы более широко, чем отождествление ее с одним из агрегатных состояний вещества – газообразным, жидким или твердым. В общем случае, количество фаз неограниченно. Каждая из них должна отвечать определенным отличительным признакам. Очевидно, что этими признаками должны являться свойства различной природы, которые ответственны за характер взаимодействия данной фазы с другими фазами, с потоком в целом и со сторонними воздействиями на поток [5]. В потоке флотационной пульпы, например, можно выделить фазы, состоящие из твердых частиц, принадлежащих разным классам крупности; отличающиеся степенью раскрытия полезного минерала; проявляющие избирательную интенсивность адсорбции к используемым реагентам и т.д. Таким образом, рассматривая процесс флотации как эволюцию многофазного потока, можно говорить, что в нем участвуют фазы, состоящие из частиц, принадлежащих к различным узким сепарационным фракциям.

В случае флотации, мы имеем дело, в подавляющем большинстве способов ее реализации, с потоком веществ, представленных тремя агрегатными состояниями. Такой поток является комбинацией трех режимов взаимодействия веществ, находящихся в различных агрегатных состояниях в бинарных потоках: газ – жидкость или жидкость – жидкость, газ – частицы твердого вещества и жидкость – частицы твердого вещества. Имея математическую модель одного из названных режимов, можно описать различные физические процессы. Например, математическая модель режима взаимодействия веществ в потоке «жидкость – частицы твердого вещества» позволяет рассматривать такие виды потоков, как вязкий и невязкий гидротранспорт частиц, седиментация и оживленный слой.

Созданию математической модели предшествует формализация объекта моделирования и выработка ряда аксиоматических допущений о его свойствах в целом или о свойствах его отдельных компонентов [6].

Такими исходными допущениями для гетерогенных систем являются [7]:

- Размеры включений или неоднородностей в смеси во много раз больше молекулярно-кинетических (расстояний между молекулами, размеров кристаллической решетки, средних длин свободного пробега молекул).
- Размеры указанных неоднородностей во много раз меньше расстояний, на которых осредненные или макроскопические параметры смеси или фаз меняются существенно.

В работе [8], посвященной многофазной гидродинамике, предложено описание гетерогенной среды как многофазного многоскоростного континуума (ММК).

ММК представляет собой совокупность N континуумов, каждый из которых относится к своей фазе и заполняет один и тот же объем, занятый средой. Для каждой из фаз континуумов в каждой точке обычным образом определяется приведенная плотность, скорость и другие параметры, относящиеся к своему континууму и своей фазе. Таким образом, в каждой точке среды можно определить N плотностей, N скоростей и т.д., а так же параметры, характеризующие среду в целом.

Поскольку параметры фаз и всей среды меняются в пространстве и во времени, при описании ММК вводят субстанциональные производные, связанные с движением i -ой фазы и с движением среды в целом:

$$\frac{d_i}{dt} \equiv \frac{\partial}{\partial t} + v_i \nabla ; \quad \frac{d}{dt} \equiv \frac{\partial}{\partial t} + v \nabla .$$

С учетом этого, в теории ММК введены следующие балансовые соотношения массы, импульса и энергии для каждой из фаз [7]:

Уравнение сохранения массы для i -ой фазы:

$$\frac{\partial \rho_i}{\partial t} + \rho_i v_i \nabla = \sum_{j=1}^N J_{ji}, \quad (3)$$

где J_{ji} характеризует интенсивность переноса массы от j -ой к i -ой фазе.

Уравнения сохранения массы для всей среды:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho v \nabla = 0. \quad (4)$$

Уравнение сохранения импульса для i -ой фазы:

$$\rho_i \frac{dv_i}{dt} = \nabla^k \sigma_i^k + \rho_i g_i + \sum_{j=1}^N (P_{ji} - J_{ji} v_i), \quad (5)$$

где P_{ji} – интенсивность обмена импульсом между j -ой и i -ой фазами, k – верхний индекс, указывающий на номер декартовой координаты, σ – тензор поверхностных сил, g – вектор массовых сил, относящийся к среде в целом:

$$\sigma = \sum_{i=1}^N \sigma_i, \quad \rho g = \sum_{i=1}^N \rho_i g_i.$$

Уравнение сохранения импульса для всей среды:

$$\rho \frac{dv}{dt} = \nabla^k \sigma^k + \rho g - \sum_{i=1}^N \nabla^k (\rho_i \omega_i^k w), \quad (6)$$

где ω_i – радиальная скорость i -ой фазы на межфазной границе и w – скорость относительного движения фаз.

Уравнение сохранения энергии для i -ой фазы:

$$\rho_i \frac{d}{dt} \left(u_i + \frac{v_i^2}{2} \right) = \nabla (c_i - q_i) + \rho_i g_i v_i + \sum_{j=1}^N \left[E_{ji} - J_{ji} \left(u_i + \frac{v_i^2}{2} \right) \right], \quad (7)$$

где u_i – внутренняя энергия i -ой фазы, $v_i^2/2$ – кинетическая энергия i -ой фазы, c_i – работа внешних сил, q_i – приток тепла, E_{ji} – интенсивность обмена энергией между j -ой и i -ой фазами.

Уравнение сохранения энергии для всей среды:

$$\rho \frac{dE}{dt} + \sum_{i=1}^N \nabla^k (\rho_i \omega_i^k E_i) = \nabla^k (c_i^k - q_i^k) + \rho g^k v^k + \sum_{i=1}^N \rho_i g_i^k \omega_i^k. \quad (8)$$

Исходя из сравнения уравнений движения (1) и (2) и с учетом приведенных балансовых соотношений (3) – (8), очевидно, что фундаментальные законы сохранения массы, импульса и энергии, выраженные аналитически в теории ММК, отвечают форме уравнений движения эйлерова подхода. При этом т.к. фазы гетерогенной среды заполняют весь ее объем, неограниченно проникают друг в друга и сохраняют свой мгновенный объем, необходимым уточнением и дополнением балансовых соотношений является введение объемной фракции фазы. Данная величина является функцией пространства и времени, алгебраическая сумма всех объемных фракций среды равна единице.

Современная интерпретация эйлерова подхода включает три основных гидродинамических модели.

Первая из них – Volume of Fluid (VOF) Model Theory (модель теории объема жидкости). В литературе можно встретить случаи применения данной модели для описания явления на границе несмешивающихся жидкостей, получившего название Kelvin – Helmholtz instability (неустойчивость Кельвина – Гельмгольца) [9, 10]. Модель используется для случаев несмешивающихся жидкостей, движения больших пузырей газа, образования волновых эффектов на границах раздела фаз.

Вторая модель – Mixture Model Theory (модель теории смеси). Модель применима при моделировании многофазных многоскоростных потоков с вероятным образованием локальных равновесных областей и моноскоростных сцепленных потоков, для расчета вязкостей неньютоновских жидкостей [11]. В приложении к процессам обогащения, модель может использоваться при моделировании седиментации, процессов разделения в циклонах, процессов грохочения тонких фракций минеральных частиц, процессов аэрации с низким содержанием газовой фазы. С учетом сказанного, можно заключить, что Mixture Model Theory в большей степени адаптирована к физическим системам, где преобладают инертные свойства фаз, а роль межфазных пограничных взаимодействий нивелирована.

Третья модель – многофазная модель Эйлера (Eulerian Model Theory), предназначенная для моделирования гетерогенных систем, представленных несколькими взаимодействующими фазами, количество которых может быть ограничено только возможностями исполнительного устройства (компьютер) и требованиями к сходимости результатов расчета.

Для выбора модели, соответствующей исследуемой гетерогенной системе, должны быть установлены режим взаимодействия вещества в потоке, объем и размеры включений (вторичных фаз), характер потока (турбулентный или ламинарный) и число Стокса.

Объем и размер вторичных фаз характеризуют поток или как разбавленный, или как плотный. Численным критерием «плотности» потока является интегральная объемная фракция вторичных фаз:

$$\alpha_{\Sigma q} = \frac{V_{\Sigma q}}{V},$$

где $V_{\Sigma q}$ – полный объем вторичных фаз, V – объем системы, q – индекс фазы. При этом если $\alpha_{\Sigma q} < 10\%$, то поток считают разбавленным и полагают, что среднее расстояние между частицами составляет не менее двух размеров частиц и межчастичным взаимодействием можно пренебречь.

Несмотря на сложность самого явления турбулентности, многообразие и эмпирический характер подходов к ее описанию, в настоящее время при моделировании турбулентности в основном используются две однофазные модели, известные как k - ϵ стандартная модель и RSM (Reynolds Stress model – модель напряжений Рейнольдса). При этом и та, и другая модели напрямую учитывают диссипативные проявления в первичной (основной, несущей) фазе. Однако уравнения этих моделей содержат члены дополнительных условий, учитывающие влияние на турбулизацию потока свойств вторичных фаз. Применимость таких дополнительных условий существенна при выполнении следующих ограничений: 1) – рассматриваемый поток является разбавленным; 2) – отношение плотностей каждой пары фаз, входящих в гетерогенную систему соизмеримо с единицей.

Число Стокса, учитывающее соотношение временных и пространственных масштабов исследуемой системы и частиц, входящих в состав вторичных фаз,

так же позволяет осуществить правильный выбор модели. Так, если $St < 1$, то полагают, что частицы тесно связаны с потоком, равновесны по отношению к нему; если $St > 1$, то полагают, что частицы будут двигаться независимо от поля скоростей потока.

Применительно к узкой направленности данной работы, по мнению авторов, основное внимание было сконцентрировано на рассмотрении и применении математического аппарата Eulerian Model Theory. Это обосновано тем, что процесс флотации протекает в многофазном плотном потоке; отношение плотностей фаз отлично от единицы, а частицы, которые их составляют, проявляют и инертные, и поверхностные свойства, что в значительной мере определяет характер и интенсивность межфазного взаимодействия. В свою очередь Eulerian Model Theory, как производная Euler – Euler approach и теории ММК, дополненная введением понятия объемной фракции вторичной фазы, предполагает возможность сделать ряд существенных допущений в отношении как системы в целом, так и каждой вторичной фазы в отдельности:

- Система изобарна, т.е. первичная и любая из вторичных фаз испытывают постоянное равномерно распределенное давление.

- В силу ничтожности энергии локальных колебаний твердых частиц около их центров тяжести по сравнению с кинетической энергией ГСПФ, полной энергией таких колебаний можно пренебречь.

- Совокупности твердых частиц, представляющих любую одну из вторичных фаз, движутся в элементарных объемах (конечных элементах) модели ГСПФ подобно потоку псевдо жидкой фазы. Тем самым в модели ГСПФ в любой момент времени можно выделить поток отдельной твердой фазы, который подобно реальной жидкости характеризуется свойством вязкости.

- Явления вязкого трения и разница инерционных свойств различных фаз обуславливают даже при незначительных значениях скоростного режима формирование зон турбулентной активности. Турбулентность негативно влияет на процесс флотации в силу проявления значительных разностей центробежных составляющих скоростей дисперсной газовой и различных твердых фаз, что вызывает резкое снижение количества элементарных актов флотации.

- Мгновенный объем ГСПФ большей частью содержит первичную фазу и в меньшей степени распределенные в нем вторичные фазы, которые движутся взаимопроникая друг в друга, образуя в совокупности ММК флотации.

- Каждая из вторичных фаз движется в модели ГСПФ одновременно со всеми остальными фазами. В каждом элементарном объеме модели ГСПФ в любой момент времени могут быть обнаружены частицы, представляющие с различной вероятностью, весь набор фаз. В зависимости от принадлежности к той или иной вторичной фазе, разные частицы испытывают неодинаковое воздействие со стороны ГСПФ и, в свою очередь, влияют на движение и первичной и вторичных фаз. Eulerian Model Theory учитывает этот эффект взаимного влияния движения фаз посредством введения различных математических моделей фактора сопротивления.

Учет фактора сопротивления в Eulerian Model Theory осуществлен в уравнении сохранения импульса, которое с введением объемной фракции вторичной фазы можно записать в виде:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\alpha_q \rho_q \vec{v}_q) + \nabla (\alpha_q \rho_q \vec{v}_q \vec{v}_q) = -\alpha_q \nabla p + \nabla \bar{\tau}_q + \alpha_q \rho_q \vec{g} + \sum_{p=1}^n \bar{R}_{pq} ,$$

где p – давление равномерно распределенное между всеми фазами; $\bar{\tau}_q$ – тензор напряжений q -фазы, учитывающий ее сдвиговую и объемную вязкость; R_{pq} – сила взаимодействия между фазами ($\bar{R}_{pq} = -\bar{R}_{qp}$; $\bar{R}_{qq} = 0$):

$$\sum_{p=1}^n \bar{R}_{pq} = \sum_{p=1}^n K_{pq} (\bar{v}_p - \bar{v}_q); \quad K_{pq} = K_{qp}.$$

K_{pq} – межфазный коэффициент обмена импульсом. В такой форме записи уравнение сохранения импульса не предполагает межфазного массообмена и наличия внутри ГСПФ источников и стоков массы фаз. Кроме того, правая часть уравнения не учитывает роль т.н. эффектов подъема частиц в поле градиента скорости потока. Такие эффекты существенны, если частицы вторичной фазы предполагаются сравнительно крупными или объединяются в виде плотноупакованных агрегатов. Также уравнение не учитывает влияния сторонних сил, которые побуждали бы частицы любой из вторичных фаз ускоряться относительно первичной фазы.

Для режима взаимодействия пузырьков газа – жидкость использована универсальная модель сопротивления [12] с коэффициентом обмена

$$K_{pq} = \frac{\alpha_q \alpha_p \rho_p f}{\tau_p},$$

где: q – индекс жидкой фазы, p – индекс газовой пузырьковой фазы; время релаксации пузырька:

$$\tau_p = \frac{\rho_p d_p^2}{18\mu_e};$$

функция сопротивления:

$$f = \frac{C_D Re}{24}, \quad Re = \frac{\rho_q |\bar{v}_q - \bar{v}_p| d_p}{\mu_e};$$

коэффициент сопротивления:

$$C_D = \frac{24}{Re} (1 + 0,1 Re^{0,75});$$

эффективная вязкость жидкой фазы с учетом влияния компонентов ММК

$$\mu_e = \frac{\mu_q}{1 - \alpha_p}.$$

Для режима взаимодействия твердая частица – жидкость использована модель сопротивления Вена и Ю [13] с коэффициентом обмена

$$K_{sl} = \frac{3}{4} C_D \frac{\alpha_s \alpha_l \rho_l |\bar{v}_s - \bar{v}_l|}{d_s \alpha_l^{2,65}},$$

где:

$$C_D = \frac{24}{\alpha_l Re_s} \left[1 + 0,15 (\alpha_l Re_s)^{0,687} \right], \quad Re_s = \frac{\rho_l d_s |\bar{v}_s - \bar{v}_l|}{\mu_l}.$$

Для режима взаимодействия твердая частица – пузырек газа использована модель сопротивления Шиллера и Науманна [14], определяемая по аналогии с

универсальной моделью сопротивления за исключением вычисления коэффициента сопротивления и числа Рейнольдса для пары вторичных фаз:

$$C_D = \begin{cases} 24(1 + 0,15 \text{Re}^{0,687}) / \text{Re} & \text{Re} \leq 1000 \\ 0,44 & \text{Re} > 1000 \end{cases}, \quad \text{Re} = \frac{\rho_{rp} |\vec{v}_r - \vec{v}_p|}{\alpha_p \mu_p + \alpha_r \mu_r} d_{rp}.$$

Для режима взаимодействия твердая частица – твердая частица использована симметричная модель сопротивления Сиамлала и О'Бриена [15] без учета взаимного трения для разбавленных фаз с коэффициентом обмена

$$K_{fs} = \frac{3\alpha_s \rho_s \alpha_l \rho_l (d_l + d_s)^2}{2(\rho_l d_l^3 + \rho_s d_s^3)} |\vec{v}_l - \vec{v}_s|.$$

Реализация рассматриваемого подхода и краткие результаты моделирования

Для реализации предлагаемого подхода в основе математической модели процесса флотации использованы многофазная модель Эйлера в интерпретации субстанциональных балансовых уравнений теории многоскоростного многофазного континуума, учитывающих объемные фракции фаз и соответствующие парным взаимодействиям веществ, находящихся в различных агрегатных состояниях, модели сопротивления.

При разработке CFD моделей ключевым является выявление факторов, влияющих на эффективность моделируемых процессов. С точки зрения функционирования многоитерационного алгоритма расчета, значения этих факторов играют роль условий однозначности дифференциальных уравнений модели.

В рассматриваемой модели твердая фаза представлена множеством дисперсных фаз, физико-химические свойства которых определены в результате анализа пробы питания флотации. Геометрия модели, ограниченная контурами камеры, статора и импеллера флотационной машины ОК-38, используемой, в частности, в ОАО «Апатит» в цикле производства нефелинового концентрата, разработана в соответствии с конструкторской документацией компании Outokumpu в сеточном генераторе Gambit. Расчетная сетка модели предусматривает применение в ходе вычислительного эксперимента технологии движущихся сеток (Dynamic Mesh). Вычислительный эксперимент над моделью проведен в модуле Fluent программного комплекса ANSYS 14.5.

Первичной фазой модели является среда со свойствами водного раствора ПАВ малой концентрации со значениями pH в соответствии с регламентом технологии получения нефелинового концентрата. Первой из вторичных фаз является дисперсная фаза, каждый элементарный объем которой обладает свойствами пузырька воздуха. Отнесение каждой твердой частицы к какой-либо вторичной фазе модели зависит от значения величин ее физических и химических свойств, определяющих ее положение в интервалах соответствующих статистических распределений [16]. Данные для формулировки условий однозначности модели были определены из состава питания флотации по результатам гранулометрического, химического и минералогического анализов его пробы. Необходимой составляющей этих данных является оценка раскрытия полезного минерала в классах крупности частиц.

Идентификация твердых фаз модели основана на том, что их количество и состав в вычислительном эксперименте должны отвечать уровню ожидае-

Таблица 1

Энергетические константы ионов, входящих в структуры кристаллических решеток минералов, содержащихся в пробе питания нефелиновой флотации

Н	О	F	Na	Mg	Al	Si	P	K	Ca	Ti	Fe ²⁺	Fe ³⁺	Sr
0,32	1,55	0,37	0,45	2,15	4,95	8,60	14,40	0,36	1,75	8,40	2,12	5,15	1,58

мой достоверности, технической оснащенности и времени, отведенному на его проведение. Для постановки вычислительного эксперимента во входном потоке модели ГСПФ был определен ряд фаз (узких сепарационных фракций), интегральные свойства которых отражают степень вхождения в них реальных минералов. Для каждой из вторичных фаз рассчитаны эффективные плотности и массовые доли элементов, представляющих промышленный интерес в производственном цикле ОАО «Апатит» – Al_2O_3 и P_2O_5 . Допуская, что минералы, входящие во вторичные фазы модели, равновероятно формируют поверхности их частиц, оценены доли поверхности частиц, приходящиеся на каждый фазообразующий минерал. На основе данных, приведенных в [17], и полученных на основе методики расчета, приведенной в [18], определены энергетические константы ионов, входящих в структуры кристаллических решеток минералов, содержащихся в пробе питания нефелиновой флотации (табл. 1).

В табл. 2 приведены справочные и расчетные данные к оценке флотационных свойств компонентов пробы питания.

Таблица 2

Справочные и расчетные* данные к оценке флотационных свойств компонентов пробы питания нефелиновой флотации

Минерал	Формула	U_μ	U_v	E_s^{fs}	E_s^{ls}
Нефелин	$KNa_3[AlSiO_4]_4$	86 481	391	1,284	1,259
Эгирин	$NaFe_3+[Si_2O_6]$	34 395	521	1,608	1,646
Полевой шпат	$K[AlSi_3O_8]$	46 621	445	1,418	1,425
Сфен	$CaTi[SiO_4]O$	28 395	507	1,573	1,609
Апатит	$Ca_5[PO_4]_3F$	75 991	498	1,549	1,583
Слюда	$KMg_3[Si_3AlO_{10}](OH)_2$	60 861	430	1,379	1,377
Гидрослюда	$Fe_2+Fe_3+Mg[Si_3AlO_{10}](OH)_2 \cdot 4H_2O$	73 044	346	1,171	1,133
Ильменит	$FeTiO_3$	16 255	508	1,575	1,611
Лампрофиллит	$Sr_2Na_3Ti_3[Si_2O_7]2O_3(OH)$	98 932	435	1,392	1,392
Цеолиты	$Na_2[Al_2Si_3O_{10}] \cdot H_2O$	58 172	364	1,216	1,181
Титаномагнетит	$Fe^{2+}Fe_2^{3+}O_4 \cdot Fe_2^{2+}TiO_4$	40 138	445	1,416	1,423
Гидроокислы Fe	$Fe^{3+}O(OH)$	9183	440	1,404	1,408
Энигматит	$Na_2Fe_5^{2+}Ti[Si_6O^{18}]O_2$	109 829	483	1,512	1,541

*расчетные данные:

U_μ – молярная энергия связи кристаллической решетки минерала [кДж/моль];

U_v – объемная энергия связи кристаллической решетки минерала [кДж/см³];

E_s^{fs} – поверхностная энергия границы раздела воздух при нормальных условиях – твердое [Дж/м²];

E_s^{ls} – поверхностная энергия границы раздела жидкость при нормальных условиях – твердое [Дж/м²].

Расчеты проведены методом оценки поверхностной энергии минеральных зерен по установленной связи между ее величиной и значениями энергии взаимодействия ионов в кристаллической решетке минерала. Такой подход основывается на геоэнергетической теории А.Е. Ферсмана [19] и работах В.В. Зуева и др. [20], посвященных кристаллоэнергетике.

Формула Ферсмана имеет вид:

$$U_v = 1071,5 \cdot \frac{\rho}{\mu} \sum_{i=1}^n \varepsilon_k j_i,$$

где: U_v – объемная энергия ионного взаимодействия в кристаллической решетке минерала, кДж/см³; 1071,5 – поправка на вклад ионов в энергию решетки минерала; ρ – плотность минерала, г/см³; μ – молярная масса минерала, г/моль; n – количество сортов ионов, входящих в решетку; ε_k – энергетическая константа иона i -го сорта; j_i – количество ионов i -го сорта.

С позиции удельных значений энергии ионного взаимодействия в кристаллической решетке может быть количественно описано большинство физико-химических свойств минералов. Исследования, проведенные в работе [20], позволяют проводить расчеты удельной свободной поверхностной энергии минералов по линейной эмпирической зависимости

$$E_s = 0,0025 \cdot U_v + 0,3052 \text{ Дж/м}^2$$

с достаточно высокой достоверностью аппроксимации $R_2 = 0,8919$.

При построении модели разделительного процесса важно соблюдение условий реального производства. Основой расчета объемных характеристик модели явилась технологическая схема получения нефелинового концентрата в ОАО «Апатит» (рис. 1).

Исходя из количества камер двухкамерных машин ОК-38 в технологической цепочке нефелиновой флотации в ОАО «Апатит», равного шести, и предположения о равной интенсивности процесса в каждой камере, рассчитаны базовые параметры качественно-количественных показателей CFD модели ГСПФ в первой камере, необходимые для контроля над данными вычислительного эксперимента (рис. 2).

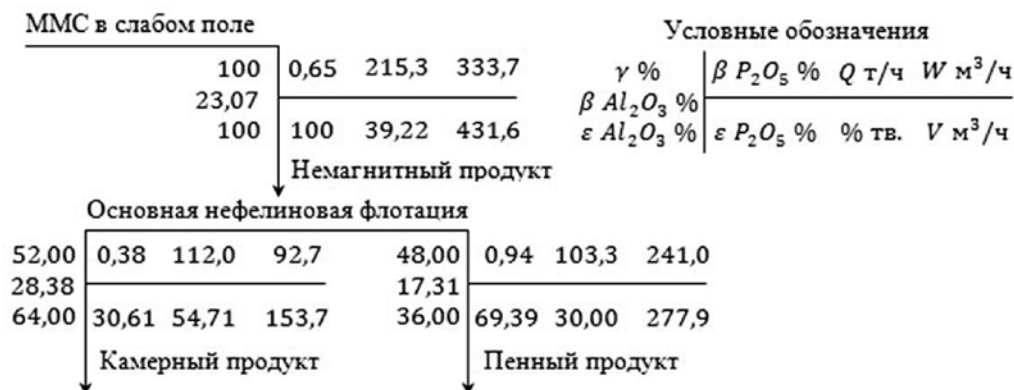


Рис. 1. Качественно-количественные показатели операции основной нефелиновой флотации в ОАО «Апатит»

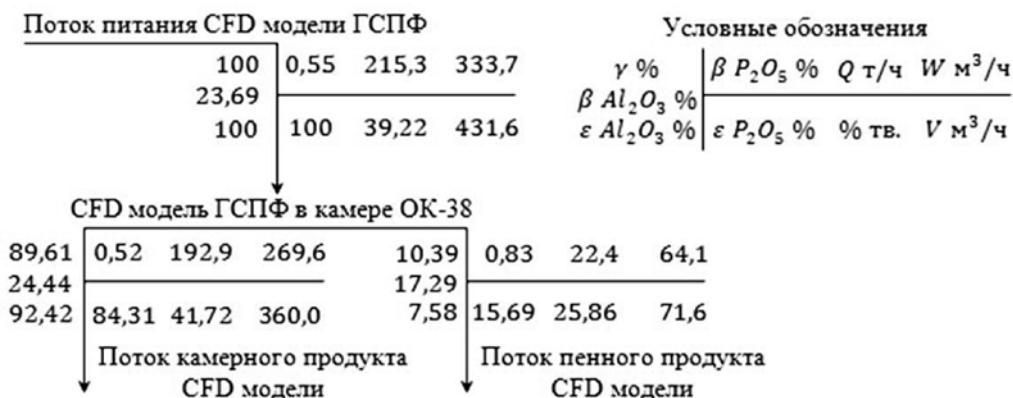


Рис. 2. Базовые параметры качественно-количественных показателей CFD модели ГСПФ в первой камере технологической цепочки нефелиновой флотации

В вычислительном эксперименте определялись потоки массы фаз через поверхности ввода питания и выходов камерного и пенного продуктов, а так же объемное распределение фаз в расчетной области.

Получены поля скоростей ГСПФ в целом и каждой дисперсной фазы в отдельности. В объеме ГСПФ выявлены зоны гидродинамической активности, характеризующиеся образованием локальных турбулентных потоков, снижающих вероятность элементарных актов флотации, а также зоны, где гидродинамическая активность ГСПФ низка, что способствует образованию застойных областей с пониженной концентрацией газовой фазы. Тем самым получено представление о расположении зон, где установившиеся гидродинамические режимы в различной степени способствуют процессу флотации.

На рис. 3 представлены поля скоростей магистральной фазы и вторичной фазы, каждая частица которой обладает свойствами пузырька воздуха, в среднем сечении объема ГСПФ. (На рис. 3, 4, 5 проекция модели выбрана так, что направление движения внешнего потока питания слева направо, выход пенного продукта по внешней нормали от верхнего среза проекции, вращение импеллера правовинтовое).

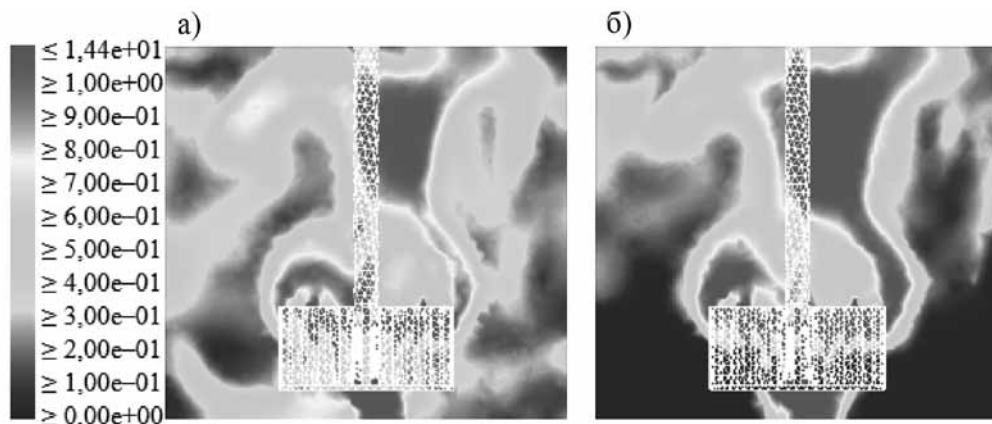


Рис. 3. Поля скоростей (магнитуда, м/с) магистральной (а) и вторичной фазы, каждая частица которой обладает свойствами пузырька воздуха (б)

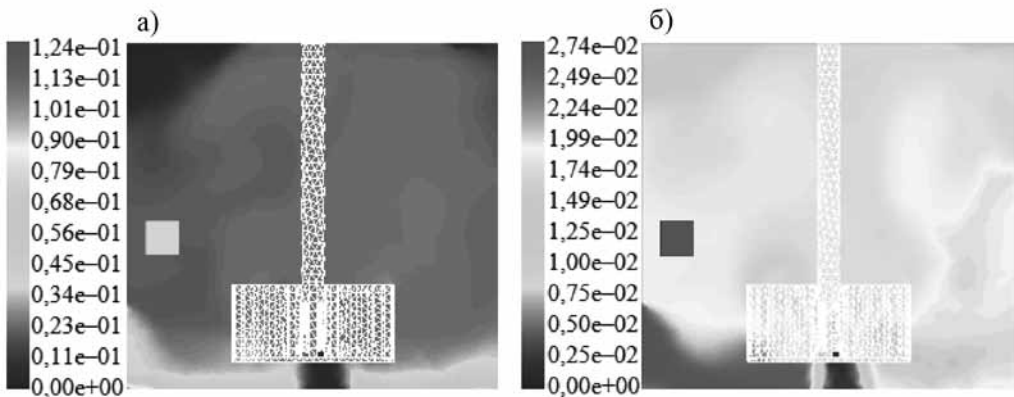


Рис. 4. Индикаторные распределения: а) – гидрофильной фазы с объемным содержанием в потоке питания $3,63e-02$ и расходом $11,388$ кг/с и б) – гидрофобной фазы с объемным содержанием в потоке питания $2,74e-02$ и расходом $10,849$ кг/с

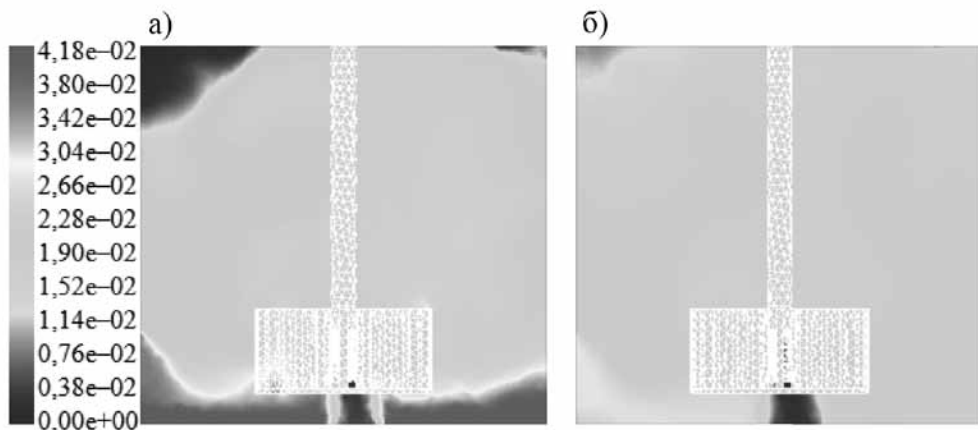


Рис. 5. Средневзвешенные распределения: а) – гидрофильной фазы с объемным содержанием в модели ГСПФ $1,08e-01$ и б) – гидрофобной фазы с объемным содержанием в модели ГСПФ $2,74e-02$

Получены индикаторные распределения твердых фаз (рис. 4). Индикатором распределения является объемная доля фазы в потоке питания модели. Индикаторное распределение позволяет оценить характер положения фазы в ГСПФ по сравнению с распределением фазы в питании процесса, что выявляет тенденцию заполнения фазой рабочего объема флотационной камеры.

Получены средневзвешенные распределения концентраций твердых фаз (рис. 5). Центр распределения определен как среднее арифметическое суммы объемных долей твердых фаз модели, равное $4,18e-02$. Средневзвешенное распределение позволяет установить качественную и количественную прогнозные оценки формирования камерного и пенного продуктов.

В табл. 3 и 4 приведены значения технологических параметров моделируемого процесса флотации, полученные в результате выполнения вычислительного эксперимента. Столбцы «расчет» таблиц содержат значения параметров, соответствующие базовым параметрам качественно-количественных показателей CFD модели ГСПФ (см. рис. 2), а столбцы «результат» содержат значения

Таблица 3

Выхода камерного и пенного продуктов в модели

Параметр	Камерный продукт модели			Пенный продукт модели		
	Расчет	Результат	Δ	Расчет	Результат	Δ
Выход, γ	89,61%	89,71%	0,10%	10,39%	10,29%	-0,10%

Таблица 4

Содержание и извлечение Al_2O_3 и P_2O_5 в продуктах модели

Параметр	Al_2O_3			P_2O_5		
	Расчет	Результат	Δ	Расчет	Результат	Δ
Содержание в камерном продукте, $\beta_{\text{кам}}$	24,44%	24,61%	0,17%	0,52%	0,53%	0,01%
Извлечение в камерный продукт, $\epsilon_{\text{кам}}$	92,42%	93,19%	0,77%	84,31%	85,49%	1,18%
Содержание в пенном продукте, $\beta_{\text{пен}}$	17,29%	16,95%	-0,34%	0,83%	0,82%	-0,01%
Извлечение в пенный продукт, $\epsilon_{\text{пен}}$	7,85%	7,36%	-0,49%	15,69%	15,39%	-0,30%

поверхностных интегралов, взятых по поверхностям выходов камерного и пенного продуктов объема ГСПФ при выполнении вычислительного эксперимента. Так же таблицы содержат оценку отклонения базовых и расчетных значений, которая не превышает в среднем 1% для выхода продуктов флотации (табл. 3) и 2% для значений содержания и извлечения элементов, представляющих промышленный интерес.

Таким образом, рассмотренный подход к исследованию распределения минералов в продуктах флотации обеспечивает использование вычислительного эксперимента с CFD моделью ГСПФ, дающего представление о гидродинамике системы, выявляющего закономерности распределения концентраций и скоростей компонентов и позволяющего оценить технологические параметры флотации, что может быть весьма актуально для получения сепарационных характеристик как действующей, так и вновь создаваемой флотационной.

Использование в вычислительном эксперименте, ANSYS Fluent позволяет получать интегрально-дифференциальные оценки физических и статистических параметров псевдо фаз в любой области исследуемой системы в каждый момент времени, как в графическом, так и в числовом виде. Проведение вычислительного эксперимента для исследования ММК флотации позволяет избежать установки измерительных приборов и датчиков в рабочий объем камеры флотационной машины и при этом получать данные о процессе, минимизировав необходимые для проведения подобного физического эксперимента материальные и временные ресурсы. Методы вычислительной гидродинамики, реализованные в программном комплексе ANSYS Fluent, позволяют проводить исследования гидродинамики стационарных процессов разделения минеральных компонентов в рабочих объемах технологических аппаратов, кинетики разделения минеральных частиц, зависимостей параметров разделения от изменения внешних факторов, а также переходных режимов работы обогащательного оборудования.

1. Hedvall P., Nordin M. Plant Designer: A crushing and screening modeling tool. Mineral processing plant design, practice and control: Proceedings, Society for mining, metallurgy and exploration, Inc., 2002, Vol.1.
2. Скороходов В.Ф., Хохуля М.С., Опалев А.С., Бирюков В.В., Никитин Р.М. Применение методов вычислительной гидродинамики к исследованию и анализу процессов разделения минералов // Физико-технические проблемы разработки полезных ископаемых. – 2013. – № 3. – С. 179–188.
3. Bauer M., Eigenberger G. Multiscale Modeling of Hydrodynamics, Mass Transfer and Reaction in Bubble Column Reactors // Chemical Engineering Science 56 (2001), 1067–1074.
4. Ламб Г. Гидродинамика. – М.-Л.: ОГИЗ, гос. изд. техн-теор. лит., 1947. – 928 с.
5. ANSYS Fluent «Theory Guide», Release 12.1 ANSYS, Inc. 2009.
6. Самарский А.А., Михайлов А.П. Математическое моделирование: Идеи. Методы. Примеры. 2-е изд., испр. – М.: Физматлит, 2001. – 320 с.
7. Нигматулин Р.И. Динамика многофазных сред. Ч. 1 – М.: Наука. Гл. ред. физ. мат. лит, 1987. – 464 с.
8. Рахматулин Х.А. Основы газодинамики взаимопроникающих движений сжимаемых сред // Прикладная математика и механика, 1956, т. 20, № 2.
9. Nadooshan A.A. Numerical Simulation of Interfacial Flow with Volume of Fluid Method // World Academy of Science, Engineering and Technology, v.19, 2008. – p. 39–42.
10. Juel A., Talib E. Oscillatory Kelvin – Helmholtz instability with large viscosity contrast // Manchester Centre for Nonlinear Dynamics and School of Mathematics, University of Manchester, M13 9PL Manchester, 2011. – 30 p.
11. Bowen R. Theory of mixtures, Continuum Physics, New York: Academic Press, 1976.
12. Kolev N.I. Multiphase Flow Dynamics 2: Thermal and Mechanical Interactions. Springer, Berlin, Germany, 2nd edition, 2005/1994.
13. Wen C.Y., Yu Y.H. Mechanics of Fluidization. Chem. Eng. Prog. Symp. Series, 62:100–111, 1966.
14. Schiller L., Naumann Z.Z. Ver. Deutsch. Ing., 77:318, 1935.
15. Syamlal M. The Particle-Particle Drag Term in a Multiparticle Model of Fluidization. National Technical Information Service, Springfield, VA, 1987.
16. Тихонов О.Н. Теория сепарационных процессов: учебное пособие. Ч. 1. – СПб.: Технический университет. – 2003. – 102 с.
17. Бокий Г.Б. Кристаллохимия. – М.: Недра, 1971. – 401 с.
18. Рабинович В.А., Хавин З.Я. Краткий химический справочник. – Л.: Химия, 1977. – 392 с.
19. Ферсман А.Е. Геохимия. – М.–Л.: ОНТИ, Химтеорет., 1936. – 503 с.
20. Зуев В.В., Поцелуева Л.Н., Гончаров Ю.Д. Кристаллоэнергетика как основа оценки свойств твердотельных материалов. – СПб., 2006. – 139 с. **ГИАБ**

КОРОТКО ОБ АВТОРАХ

Скороходов Владимир Федорович – доктор технических наук, зав. лабораторией,
e-mail: skorohodov@goi.kolasc.net.ru,

Никитин Роман Михайлович – ведущий технолог,
e-mail: remnik@yandex.ru,

Горный институт Кольского научного центра РАН;

Якушкин Валерий Петрович – кандидат технических наук, зав. кафедрой,
Московский государственный открытый университет им. В.С.Черномырдина,
e-mail: msou.NRGU@list.ru;

Степанникова Анна Сергеевна – аспирант, инженер,
e-mail: 1990nuta2008@rambler.ru,

Горный институт Кольского научного центра РАН.

STUDYING MINERAL DISTRIBUTION IN FLOTATION PRODUCTS USING MATHEMATICAL TOOLS OF COMPUTATION FLUID DYNAMICS (IN TERMS OF NEPHELINE CONCENTRATE)

Skorokhodov V.F., Doctor of Technical Sciences, Head of Laboratory, e-mail: skorokhodov@goi.kolasc.net.ru,
 Nikitin R.M., Leading Technologist, e-mail: remnik@yandex.ru,
 Mining Institute of Kola Scientific Centre of Russian Academy of Sciences;
 Yakushkin V.P., Candidate of Technical Sciences, Head of Chair,
 Victor Chernomyrdin Moscow State Open University, e-mail: msou.NRGU@list.ru;
 Stepannikova A.S., Graduate Student, Engineer, e-mail: 1990nuta2008@rambler.ru,
 Mining Institute of Kola Scientific Centre of Russian Academy of Sciences.

The authors use a new approach to estimating properties of feed of rougher nepheline flotation, that enables forecasting distribution of minerals in flotation products in a simulation exercise using a CFD (Computational Fluid Dynamics) model of a heterogeneous flotation process system (HFPS) adapted to performance characteristics of flotation equipment. The approach consists in quantitative estimate of integral properties of close cut fractions in a multi-speed multi-phase continuum (MMC) of flotation based on principles of geoenergetical theory and assessment procedure for surface properties of hard materials set up on empirical relationships of the modern crystal energetics.

Key words: computer-aided modeling, flotation, heterogeneous system, surface energy, multi-speed multiphase continuum, simulation exercise, geoenergetical theory, crystal energetics.

REFERENCES

- Hedvall P., Nordin M. *Plant Designer: A crushing and screening modeling tool. Mineral processing plant design, practice and control: Proceedings, Society for mining, metallurgy and exploration, Inc., 2002, Vol.1.*
- Skorokhodov V.F., Khokhulya M.S., Opalev A.S., Biryukov V.V., Nikitin R.M. *Fiziko-tehnicheskoe problema razrabotki poleznykh iskopaemykh*, 2013, no 3, pp. 179–188.
- Bauer M., Eigenberger G. Multiscale Modeling of Hydrodynamics, Mass Transfer and Reaction in Bubble Column Reactors. *Chemical Engineering Science* 56 (2001), 1067–1074.
- Lamb G. *Gidrodinamika* (Fluid dynamics), Moscow–Leningrad, OGIZ, gos. izd. tekhn-teor. lit., 1947, 928 p.
- ANSYS Fluent «Theory Guide», Release 12.1 ANSYS, Inc. 2009.
- Samarskii A.A., Mikhailov A.P. *Matematicheskoe modelirovanie: Idei. Metody. Primery. 2-e izd., ispr.* (Mathematic simulation. Ideas. Methods. Examples, 2nd edition), Moscow, Fizmatlit, 2001, 320 p.
- Nigmatulin R.I. *Dinamika mnogofaznykh sred. Ch. 1* (Multiphase medium dynamics, part 1), Moscow, Nauka. Gl. red. fiz. mat. lit., 1987, 464 p.
- Rakhmatulin Kh.A. *Prikladnaya matematika i mekhanika*, 1956, vol. 20, no 2.
- Nadooshan A.A. *Numerical Simulation of Interfacial Flow with Volume of Fluid Method*. World Academy of Science, Engineering and Technology, v.19, 2008. p. 39–42.
- Juel A., Talib E. *Oscillatory Kelvin Helmholtz instability with large viscosity contrast*. Manchester Centre for Nonlinear Dynamics and School of Mathematics, University of Manchester, M13 9PL Manchester, 2011. 30 p.
- Bowen R. *Theory of mixtures, Continuum Physics*, New York: Academic Press, 1976.
- Kolev N.I. *Multiphase Flow Dynamics 2: Thermal and Mechanical Interactions*. Springer, Berlin, Germany, 2nd edition, 2005/1994.
- Wen C.Y., Yu Y.H. *Mechanics of Fluidization. Chem. Eng. Prog. Symp. Series*, 62:100–111, 1966.
- Schiller L., Naumann Z.Z. *Ver. Deutsch. Ing.*, 77:318, 1935.
- Syammlal M. *The Particle-Particle Drag Term in a Multiparticle Model of Fluidization*. National Technical Information Service, Springfield, VA, 1987.
- Tikhonov O.N. *Teoriya separatsionnykh protsessov: uchebnoe posobie. Ch. 1* (Separation process theory: Educational aid, part 1), Saint-Petersburg, Tekhnicheskii universitet, 2003, 102 p.
- Bokii G.B. *Kristallokhimiya* (Crystal chemistry), Moscow, Nedra, 1971, 401 p.
- Rabinovich V.A., Khavin Z.Ya. *Kratkii khimicheskii spravochnik* (Quick reference book on chemistry), Leningrad, Khimiya, 1977, 392 p.
- Fersman A.E. *Geokhimiya* (Geochemistry), Moscow–Leningrad, ONTI, Khimteoret., 1936, 503 p.
- Zuev V.V., Potselueva L.N., Goncharov Yu.D. *Kristalloenergetika kak osnova otsenki svoystv tverdotel'nykh materialov* (Crystal energetics as the basis for estimation of properties of solid-state materials), Saint-Petersburg, 2006, 139 p.