УДК 621.879

П.А. Побегайло

РЕШЕНИЕ ПРЯМОЙ ПОЗИЦИОННОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ ОДНОКОВШОВЫХ ГИДРАВЛИЧЕСКИХ ЭКСКАВАТОРОВ*

Представлен один из возможных способов решения прямой позиционной задачи для рабочего оборудования одноковшовых гидравлических экскаваторов прямого и обратного копания. Решение задачи приведено в формализованной форме.

Ключевые слова: прямая позиционная задача, гидравлические экскаваторы, рабочее оборудование.

В ходе решения различных задач проектирования одноковшовых гидравлических экскаваторов (ОГЭ) и их подсистем, а также при управлении экскаватором и его рабочим оборудованием (РО) в реальном времени необходимо определять положения его элементов относительно неподвижной системы координат – абсолютные положения звеньев.

Известны различные способы решения этой задачи, в первую очередь, для роботов-манипуляторов. Однако для ОГЭ они по тем, или иным причинам неудобны (даже если они использованы нашими коллегами и предшественниками). Поэтому предлагаем свой подход к решению прямой позиционной задачи.

Отметим, что решение прямой позиционной задачи приведено в формальной форме. При этом использованы такие понятия как лемма и теорема. Это сделано не случайно. Ибо нами ведется работа по созданию неформальной аксиоматической теории проектирования РО ОГЭ. Однако, ее завершение, это дело будущего. Поэтому доказательства лемм и теорем мы в рамках нашей работы не приводим.

Заметим, что ниже речь идет о n-звенном плоском последовательном манипуляторе с цилиндрическими шарнирами.

Определение 1. Введем следующие условные обозначения, которые иллюстрирует рисунок 1:

- номер звена – 1, 2… n;
- номер шарнира – A_0, A_1,… A_i, $i = n$;
- длина звена – l_{01}, l_{12},… $l_{i-1,i}$;
- угол, определяющий положение стрелы и углы между звеньями – α_{01}, α_{12},… $\alpha_{i-1,i}$.

Определение 2. Кинематическая длина звена РО $l_{i-1,i}$, $i = 1, 2…n$, где n – число звеньев РО, это расстояние между осями его концевых шарниров.

Определение 3. Центр основной правой прямоугольной декартовой системы координат находиться в точке A_0, т.н. «пяте стрелы» (рис. 1).

Определение 4. Первое звено (l_{01}) РО, вращающееся относительно точки (шарнира) A_0, всегда расположено в I или в IV квадранте.

Лемма 1. Угол α_{01} наклона первого звена (l_{01}) РО относительно горизонтали, проходящей через точку (шарнир) A_0, всегда принимает значения из диапазона:

* Работа выполнена в рамках программы фундаментальных исследований ОЭММПУ РАН № 1 «Научные основы робототехники и мехатроники».

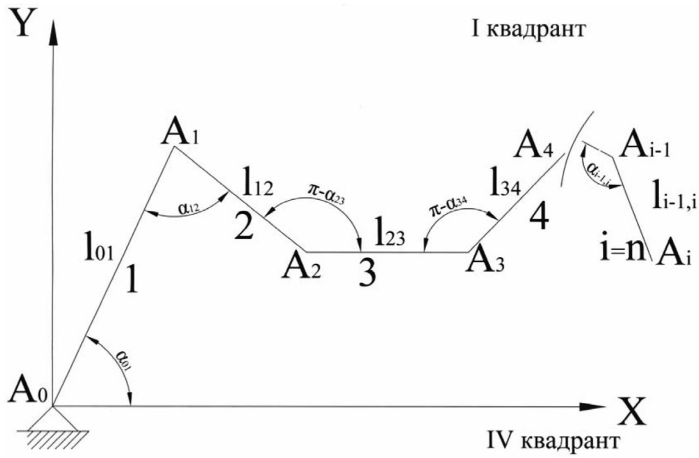

Рис. 1. Схема рабочего оборудования (n звеньев)

$$0 < \alpha_{01} < \frac{\pi}{2} \text{ или } \frac{3\cdot\pi}{2} < \alpha_{01} \le 2\cdot\pi$$

Лемма 2. Координаты точки A_{i-1}, i = 1, 2…n, где n – число звеньев РО $\left(X_{A_{i-1}},\ Y_{A_{i-1}}\right)$, при i = 2 (шарнир стрела-рукоять), однозначно определяются следующими параметрами:

- углом α_{01};
- кинематической длиной первого звена (l_{01}) РО.

Иначе говоря, имеют место следующие формулы:

абсцисса $X_{A_{i-1}} = l_{01}\cdot\cos\left(\alpha_{01}\right)$

ордината $Y_{A_{i-1}} = l_{01}\cdot\sin\left(\alpha_{01}\right)$

Определение 5. Угол α_{12} наклона звена l_{12} относительно звена l_{01} всегда принимает значения из диапазона:

$$0 < \alpha_{12} < \pi$$

Определение 6. Угол $\alpha_{i-1,i}$, i = 3, 4…n, где n – число звеньев РО, наклона звена $l_{i-1,i}$ относительно звена $l_{i-2,i-1}$ всегда принимает значения из диапазона:

$$0 < \alpha_{i-1,i} < 2\cdot\pi$$

Теорема 1. Для однозначного определения координаты точки (шарнира) A_{i-1}, i = 3, 4,…n, где n – число звеньев РО (X_i, Y_i), достаточно знать:

- значение угла α_{01};
- значение всех кинематических длин звеньев РО, расположенных от точки A_0 до точки A_i включительно (координаты точки A_{i-1} при i = 2 определяются из Леммы 2);
- значение всех углов $\alpha_{i-1,i}$, i = 2, 3…n, где n – число звеньев РО, характеризующих повороты звеньев относительно друг друга.

Иначе говоря, имеют место следующие формулы:

- для четного звена (i = 2, 4, 6…):

абсцисса $X_i = X_{i-1} + l_{i-1,i}\cdot\sin\left(\alpha_{01} + \sum_{i=2}^{n}\alpha_{i-1,i} - \frac{\pi}{2}\right)$

ордината $Y_i = Y_{i-1} - l_{i-1,i} \cdot \cos\left(\alpha_{01} + \sum_{i=2}^{n} \alpha_{i-1,i} - \frac{\pi}{2}\right)$

• для нечетного звена (i = 3, 5, 7…):

абсцисса $X_i = X_{i-1} + l_{i-1,i} \cdot \sin\left(\alpha_{01} + \sum_{i=2}^{n} \alpha_{i-1,i} - \frac{3 \cdot \pi}{2}\right)$

ордината $Y_i = Y_{i-1} - l_{i-1,i} \cdot \cos\left(\alpha_{01} + \sum_{i=2}^{n} \alpha_{i-1,i} - \frac{3 \cdot \pi}{2}\right)$

Пояснение 1. В указанной только что Теореме 1 предполагается последовательный процесс определения координат шарниров от первого и до n-го. Это пояснение распространяется и на приведенную ниже Теорему 2.

Замечание 1. Ограничения на экстремальные значения углов $\alpha_{i-1,i}$, α_{12} и α_{01} вытекают из конструктивных особенностей РО ОГЭ, а именно из характеристик гидроцилиндров, координат точек привязки гидроцилиндров к элементам РО (из кинематической схемы РО) и к ГЭ.

Определение 7. Элементы любого звена, жестко связанные с ним, т.е. перемещающиеся вместе с ним, будем называть «жесткими точками» (рис. 2). В противном случае будем говорить о «мягких точках» (рис. 3).

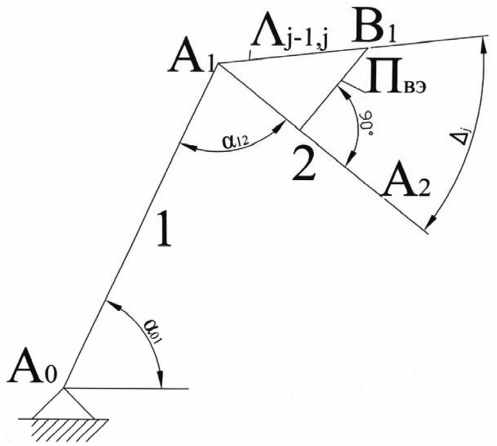

Рис. 2. Схема «жесткой» точки

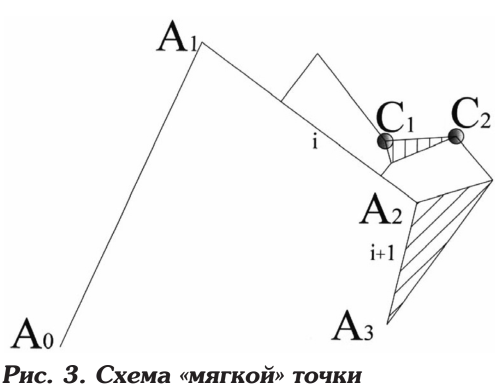

Рис. 3. Схема «мягкой» точки

Определение 8. У первого звена (l_{01}) есть только «жесткие точки» и они могут быть расположены как под этим звеном, так и над ним.

Лемма 3. Для определения расстояния от пяты стрелы (точка A_0 на рис. 2) до любой «жесткой точки» Δl принадлежащей звену 1 (l_{01}) достаточно знать две геометрические величины:

• перпендикуляр, опущенный из «жесткой точки» на звено 1 – ll_1;

• расстояние от пяты стрелы до точки пересечения звена 1 с перпендикуляром ll_1 – ll_2.

Иначе говоря, имеет место формула:

$$\Delta l = \sqrt{\left(ll_1\right)^2 + \left(ll_2\right)^2}$$

Лемма 4. Для определения угла Δ – угла отклонения отрезка Δl от отрезка A_0A_1 (звено 1) достаточно знать две геометрические величины ll_1 и ll_2.

Иначе говоря, имеет место формула:

$$\Delta = arctg\left(\frac{ll_2}{ll_1}\right)$$

Пояснение 2. Для леммы 4 и теоремы 2 знак угла Δ положителен, если ll_2 больше нуля, отрицателен в противоположном случае. Естественно, что случай равенства нулю в этом случае не возможен.

Теорема 2. Для определения координат любой «жесткой точки» звена 1 достаточно знать следующие параметры:

- Δl и Δ;
- угол α_{01}.

Иначе говоря, имеют место следующие формулы:

абсцисса $X_{1,j} = \Delta l \cdot \cos\left(\alpha_{01} + \Delta\right)$

ордината $Y_{1,j} = \Delta l \cdot \sin\left(\alpha_{01} + \Delta\right)$

Определение 9. Угол $\Delta_{i,j}$, $j = 1, 2 \ldots m$, где m – число «жестких точек» звена i (причем $i \neq 1$), между звеном i и прямой, соединяющей точку A_{i-1} с точкой $B_{i,j}$, $j = 1, 2 \ldots m$, отсчитывается от звена i против часовой стрелки, т.е. при этом мы считаем его положительным.

Лемма 5. Расстояние $\Lambda_{i,j}$ между точкой A_{i-1} и жесткой точкой звена i – $B_{i,j}$, однозначно определяется по формуле:

$$\Lambda_{i,j} = \frac{\Pi_{ВЭ}}{\sin\left(\Delta_{i,j}\right)},$$

где $\Pi_{ВЭ}$ – заданное значение длины перпендикуляра, опущенного из точки $B_{i,j}$ на звено i; значение угла $\Delta_{i,j}$ также должно быть задано.

Теорема 3. Для однозначного определения координаты «жесткой точки» $B_{i,j}$ $(X_{i,j}, Y_{i,j})$, $j = 1, 2 \ldots m$, где m – число «жестких точек» звена i (причем $i \neq 1$), расположенной на звене i, достаточно знать:

- все параметры, упомянутые в Теореме 1;
- угол $\Delta_{i,j}$, длину $\Pi_{ВЭ}$ и из Леммы 3 расстояние $\Lambda_{i,j}$.

Иначе говоря, имеют место следующие формулы:

- для четного звена ($i = 2, 4, 6\ldots$):

абсцисса $X_{i,j} = X_{i-1} + \Lambda_{i,j} \cdot \sin\left(\alpha_{01} + \sum_{i=2}^{n} \alpha_{i-1,i} - \frac{\pi}{2} + \Delta_{i,j}\right)$

ордината $Y_{i,j} = Y_{i-1} - \Lambda_{i,j} \cdot \cos\left(\alpha_{01} + \sum_{i=2}^{n} \alpha_{i-1,i} - \frac{\pi}{2} + \Delta_{i,j}\right)$

- для нечетного звена ($i = 3, 5, 7\ldots$):

абсцисса $X_{i,j} = X_{i-1} + \Lambda_{i,j} \cdot \sin\left(\alpha_{01} + \sum_{i=2}^{n} \alpha_{i-1,i} - \frac{3 \cdot \pi}{2} + \Delta_{i,j}\right)$

ордината $Y_{i,j} = Y_{i-1} - \Lambda_{i,j} \cdot \cos\left(\alpha_{01} + \sum_{i=2}^{n} \alpha_{i-1,i} - \frac{3 \cdot \pi}{2} + \Delta_{i,j}\right)$

Замечание 2. Число «жестких точек» гораздо больше числа «мягких точек» в РО ГЭ.

Теорема 4. Для определения координаты «мягкой точки» $C_k(X_k, Y_k)$, $k = 1, 2 \ldots l$, где l – число «мягких точек», расположенной между звеном i (причем $i \neq 1$), и звеном $i+1$, достаточно, опираясь на все выше изложенное, выписать и решить систему из двух квадратных уравнений, вида:

$$\begin{cases} \left(X_k - X_1\right)^2 + \left(Y_k - Y_1\right)^2 = R_1^2 \\ \left(X_k - X_2\right)^2 + \left(Y_k - Y_2\right)^2 = R_2^2 \end{cases}$$

где X_1, Y_1 , X_2, Y_2 – уже известные координаты двух «жестких точек» звеньев i и $i+1$ (координаты центров соответствующих окружностей); R_1, R_2 – радиусы окружностей с центрами в точках с координатами X_1, Y_1 , X_2, Y_2, проведенные из этих центров до рассматриваемой «мягкой точки».

При этом, в каждом частном случае, необходимо добавить ограничения на выбор нужного значения корня выписанной системы.

Замечание 3. Текущая длина любого гидроцилиндра $\Delta\Gamma_{i,i}$, где индексы указывают на номера звеньев, к которым прикреплен гидроцилиндр, на основании всего выше сказанного, однозначно определяется по формуле:

$$\Delta\Gamma_{i,i} = \sqrt{\left(X_3 - X_4\right)^2 + \left(Y_3 - Y_4\right)^2}$$

где X_3, Y_3 , X_4, Y_4 – уже известные координаты «жестких» и/или «мягких» точек, соответствующие точкам крепления гидроцилиндра к элементам РО и ГЭ (индексы тут взяты произвольно).

Пояснение 3. Для некоторых кинематических схем РО, в ряде их конфигураций в пространстве, не представляется возможным «реализовать» экстремальные значения углов $\alpha_{i-1,i}$ (или, иначе говоря, «реализовать» экстремальные длины некоторых гидроцилиндров).

Замечание 4. Развитый сейчас подход базируется, при реализации на ЭВМ, на прохождении диапазонов существования углов $\alpha_{i-1,i}$ и α_{01} с каким-то заданным шагом. Не существует принципиальных сложностей для перехода от этих углов к длинам гидроцилиндров (в качестве параметра, определяющего положение элементов РО). Эти подходы эквивалентны*.

Пояснение 4. Многие из приведенных выше формул можно было бы записать в более компактном виде с помощью известных формул тригонометрии. Однако этого сейчас не делаем, оставив эти формулы в наиболее естественном виде.

КОРОТКО ОБ АВТОРЕ

Побегайло Петр Алексеевич – кандидат технических наук, старший научный сотрудник,
e-mail: petrp214@yandex.ru,
ИМАШ им. А.А. Благонравова РАН.

UDC 621.879

TO THE QUESTION ON THE DECISION OF THE DIRECT ITEM PROBLEM FOR HYDRAULIC EXCAVATORS

Pobegailo P.A., Candidate of Technical Sciences, Senior Researcher, e-mail: petrp214@yandex.ru,
Blagonravov Mechanical Engineering Research Institute of RAS.

In article one of possible ways of the decision of a direct item problem for the working equipment of hydraulic excavators of direct and return digging is presented. The problem decision is resulted in the formalized form.

Key words: direct item problem, hydraulic excavators, the working equipment.

* Позднее следует проверить допустимость применения тут понятий «инвариант» и/или «изоморфизм».