

К.И. Волошиновский

ФИЛЬТР СВЕРТКА ДЛЯ ЯРКОСТИ И КОНТРАСТА*

Вопросы исчисления сверток и достоверности их получения относятся к числу вопросов трудоемких, связанных с анализом большого количества данных получаемых в результате практической работы с приборами или результатами моделирования, в том числе в средах трехмерного моделирования, в которых моделированию подвергаются траектории движения трехмерных тел, а также проводится решение задач о пересечении трехмерных тел, с подсветкой и селекцией тела пересечения и их дополнительных атрибутов и характеристик. Кроме того, приходится применить и сами свертки, т.е. проанализировать возможность их применения в программной части разрабатываемых приборов или в процессе проверки готовых уже применяемых алгоритмов подвергаемых лабораторному тестированию. Математические свертки обычно связанные с функцией частоты в виде, например, преобразования Гильберта (3.20, [12]) обычно трудоемки в виде интегралов, которые желательнее проанализировать чисто аналитически, с учетом физических формул и значений физических формул, брать интегралы от которых приходится численно в силу дуализма, который будет показан ниже, что требует упростить формулы для прямой или обратной свертки.

Ключевые слова: свертка, яркость, контраст, вероятность срабатывания, формула Планка.

Введение

Лабораторная модель для определения яркости состоит из поверхности, которая заполняется случайной температурной картой. Объектив прибора, имеющего параболическую траекторию проводит сканирование карты, на которой могут быть малые участки с температурой отличной от температуры фона.

Среди возникающих здесь задач, возникает необходимость в оценке большого объема данных, которую можно выполнить по разному. Эффективный растр сканирования температуры можно оценить по максимальной температуре, по средней температуре, если это не растр, а датчик (промежуточный прибор с интеллектуальным выходом, что удобно), который представляет ее в виде температурного сигнала в Вольтах.

* Окончание в ГИАБ № 11 2016 г.

Однако, расчет яркости, так же как и контраста – это интеграл, в который температура входит параметром. Поэтому для разных оценок температуры, средней максимальной, температуры центральной точки, нужно предложить удобный компактный и простой расчет интеграла, в котором свертка вычислена заранее, который позволяет легко реализовать его на языке Ассемблер, с целью аппаратной прошивки. Тем не менее, как известно, в процессе интегрирования произведения функций, порядок выхода может увеличиваться на единицу, а исходное распределение произведения и распределение функции, полученной в результате свертки, могут обладать разной неопределенностью. Поэтому «свертки», перед их практической реализацией приходится проверить.

Кроме того, для программиста, реализующего алгоритм важно быть точно уверенным, что графическая зависимость. будет иметь такой вид, что при подаче сигналов с выхода фильтра, форма входа триггера приемника не поменяется, и процесс фиксации цели с температурным контрастом будет происходить без ошибок. Иными словами отсечь фон шума требуется совсем, чтобы он не мешал прозрачной работе алгоритма или программы.

Первый вариант оценки по температуре – расчет яркости, например по формуле Планка. Второй – оценить световой поток по обычной простой физической формуле. Третий – выполнить оценку светового потока, через интеграл, так же как и для яркости. Во всех трех случаях удобно выполнить предварительную свертку, т.е. взять интеграл аналитически заранее, или выполнить программный процесс с шагом расчета, а также выделить контраст, чтобы сделать процесс фиксации целевого участка «прозрачным» для понимания, наладки и отладки. В любом слу-

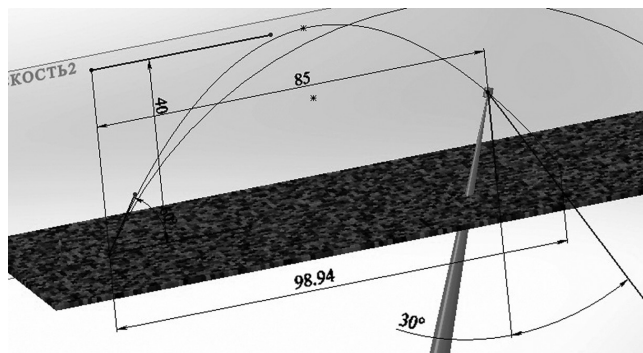


Рис. 1. Параметры траектории движения противотанкового боеприпаса

чае свертки следует предварительно проверять, даже теоретически, чтобы исключить ошибку в работе прибора. Для военных применений достаточно, чтобы триггер на выходе залип, тогда проводится подрыв, как в случае с противотанковыми боеприпасами. Для мирных применений требуется срабатывание схемы фиксации координат при срабатывании триггера с входом в формате близком к формату Манчестер. В качестве импульсов на входе можно использовать импульсы контраста.

Расчет яркости по формуле Планка

Яркость можно вычислить по простой физической формуле [14]:

$$M(T, \lambda) = C_1 / \pi \cdot \lambda^{-5} [\exp(C_2 / \lambda \cdot T) + 1]^{-1} \quad (1)$$

Видно, что цель выделяется, однако, при таком подходе фон мешает сделать алгоритм фиксации простым. Однако, алгоритм фиксации срабатывания должен иметь четкое представление, которое позволило бы убедиться, что зашумление фона не повлияет на детектирование резкого изменения амплитуды. В процессе тестирования эксперимент за экспериментом приводят к появлению не одного ряда данных, а нескольких рядов данных, которые удобно хранить в виде базы данных. Далее базу данных требуется подвергнуть обработке, т.е. провести свертку и проверить работоспособность алгоритма срабатывания.

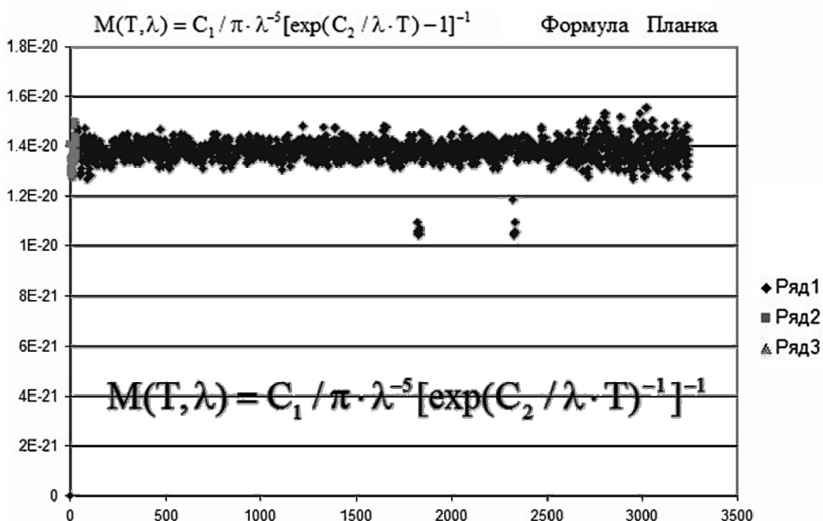


Рис. 2. Результаты первой итерации для свертки яркости по формуле Планка

Интегральная оценка яркости

Это свертка с учетом спектрального коэффициента поглощения атмосферы и спектральная характеристика излучения воспринимаемого фотоприемником

$$\begin{aligned}
 L &= \frac{1}{\pi} \varepsilon \int_0^{\infty} M_{C\lambda} \tau(\lambda) S(\lambda) d\lambda = \\
 &= \frac{1}{\pi} \varepsilon \int_0^{\infty} C_1 / \pi \lambda^{-5} [\exp(C_2 / \lambda T) - 1]^{-1} \tau(\lambda) S(\lambda) d\lambda = \quad (2) \\
 &= \frac{1}{\pi} \varepsilon \int_0^{\infty} C_1 / \pi \lambda^{-5} [\exp(C_2 / \lambda T) - 1]^{-1} \tau(\lambda) S(\lambda) d\lambda = \\
 &= \frac{1}{\pi} \varepsilon \int_0^{\infty} \left(C_1 / \pi \lambda^{-5} [\exp(C_2 / \lambda T) - 1]^{-1} \left(\frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \tau(p) e^{p\lambda} dp \right) S(\lambda) \right) d\lambda = \\
 &= \frac{1}{\pi} \varepsilon \int_0^{\infty} \left(C_1 / \pi \lambda^{-5} [\exp(C_2 / \lambda T) - 1]^{-1} \times \right. \\
 &\quad \left. \times \left(\frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} [6e^{-1.5 \cdot 6p} + 75 \cdot 6,5 \cdot e^{-7.5 \cdot 6.5 \cdot p}] e^{p\lambda} dp \right) S(\lambda) \right) d\lambda \\
 &\quad S(\lambda) = 10 + A(\lambda) \exp(e(\lambda)) = \\
 &= 10 + \left(\frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} A(p) e^{p\lambda} dp \right) \left(\exp\left(\frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} e(p) e^{p\lambda} dp \right) \right) = \\
 &= 10 + \left(\frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} [1,6896e^{-2p} + 0,0907 \cdot 3e^{-3 \cdot 3p} - \right. \\
 &\quad \left. - 10,744 \cdot 6e^{-5 \cdot 6p} + 1,8206 \cdot 6e^{-8 \cdot 6p}] e^{p\lambda} dp \right) \times \\
 &\quad \times \left(\frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} [-0,729e^{-2p} + 0,2514 \cdot 2e^{-3 \cdot 2p} - \right. \\
 &\quad \left. - 0,022 \cdot 3e^{-5 \cdot 3p} - 0,078 \cdot 6e^{-8 \cdot 6p}] e^{p\lambda} dp \right) \\
 &\quad M = C_1 / \pi \lambda^{-5} [\exp(C_2 / [\lambda T]) - 1]^{-1}
 \end{aligned}
 \quad (3)$$

При таком подходе в знаменателе не исключен ноль, поэтому с учетом выявленного дуализма (см. ниже) можно исполь-

зовать не минус единицу, а плюс единицу, тогда особая точка будет исключена.

Спектральный коэффициент поглощения атмосферы

Результаты лабораторных испытаний и работ можно представить в виде графика (рис. 3).

Аппроксимация с применением преобразования Фурье:

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left(a_n \cos \frac{n\pi x}{l} + b_n \sin \frac{n\pi x}{l} \right) \quad (4)$$

$$a_0 = \frac{1}{l} \int_{-l}^l f(x) dx \quad a_n = \frac{1}{l} \int_{-l}^l f(x) \cos \frac{n\pi x}{l} dx$$

$$b_n = \frac{1}{l} \int_{-l}^l f(x) \sin \frac{n\pi x}{l} dx$$

$$a_0 = \frac{1}{14} \left[\int_{-14}^{1,5} 0 dx + \int_{1,5}^{7,5} 1 dx + \int_{7,5}^{14} 75 dx \right] = \quad (5)$$

$$= \frac{(7,5 - 1,5) + (75 \cdot 14 - 75 \cdot 7,5)}{14} = 493,5$$

$$a_n = \frac{1}{14} \left[\int_{-14}^{1,5} 0 \cos \frac{n\pi x}{14} dx + \int_{1,5}^{7,5} 1 \cos \frac{n\pi x}{14} dx + \int_{7,5}^{14} 75 \cos \frac{n\pi x}{14} dx \right] =$$

Спектральный коэффициент поглощения атмосферы

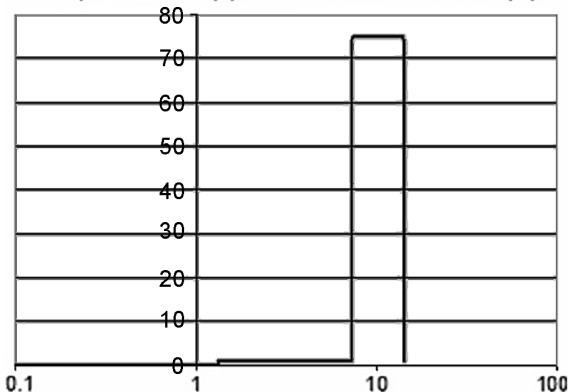


Рис. 3. Результат лабораторного измерения коэффициента поглощения

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{14} \left[0 + \frac{14}{n\pi} \sin \frac{n\pi x}{14} \Big|_{1,5}^{7,5} + \frac{14 \cdot 75}{n\pi} \sin \frac{n\pi x}{14} \Big|_{7,5}^{14} \right] = \\
&= \frac{1}{n\pi} \sin \frac{n\pi x}{14} \Big|_{1,5}^{7,5} + \frac{75}{n\pi} \sin \frac{n\pi x}{14} \Big|_{7,5}^{14} = \\
&= \frac{1}{n\pi} \sin \frac{n\pi}{2} - \frac{1}{n\pi} \sin \frac{3n\pi}{28} + \frac{75}{n\pi} \sin n\pi - \frac{75}{n\pi} \sin \frac{n\pi}{2} = \\
&= \frac{1}{n\pi} \left[75 \sin n\pi - 74 \sin \frac{n\pi}{2} - \sin \frac{3n\pi}{28} \right] \tag{6}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
b_n &= \frac{1}{14} \left[\int_{-14}^{1,5} 0 \sin \frac{n\pi x}{14} dx + \int_{1,5}^{7,5} 1 \sin \frac{n\pi x}{14} dx + \int_{7,5}^{14} 75 \sin \frac{n\pi x}{14} dx \right] = \\
&= \frac{1}{14} \left[0 - \frac{14}{n\pi} \cos \frac{n\pi x}{14} \Big|_{1,5}^{7,5} - \frac{14 \cdot 75}{n\pi} \cos \frac{n\pi x}{14} \Big|_{7,5}^{14} \right] = \\
&= -\frac{1}{n\pi} \cos \frac{n\pi x}{14} \Big|_{1,5}^{7,5} - \frac{75}{n\pi} \cos \frac{n\pi x}{14} \Big|_{7,5}^{14} = \\
&= -\frac{1}{n\pi} \cos \frac{n\pi}{2} + \frac{1}{n\pi} \cos \frac{3n\pi}{28} - \frac{75}{n\pi} \cos n\pi + \frac{75}{n\pi} \cos \frac{n\pi}{2} = \\
&= \frac{1}{n\pi} \left[-75 \cos n\pi + 74 \cos \frac{n\pi}{2} + \cos \frac{3n\pi}{28} \right] \tag{7}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&\tau(\lambda) = 246,75 + \\
&+ \frac{1}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{\left[75 \sin n\pi - 74 \sin \frac{n\pi}{2} - \sin \frac{3n\pi}{28} \right] \cos \frac{n\pi\lambda}{14} + \right. \\
&\left. + \frac{\left[-75 \cos n\pi + 74 \cos \frac{n\pi}{2} + \cos \frac{3n\pi}{28} \right] \sin \frac{n\pi\lambda}{14}}{n} \right)
\end{aligned}$$

Аппроксимация на основе преобразования Лапласа:

$$\tau(\lambda) = \frac{1}{2\pi j} \int_{c-j\infty}^{c+j\infty} \tau(p) e^{p\lambda} dp \quad i(p) = A \left(\frac{1}{p} - \frac{1}{p} e^{-T_p} \right) \cdot e^{T_0 p} \tag{8}$$

$$\delta_1(p) = \left(\frac{1}{p} - \frac{1}{p} e^{-(7,5-1,3)p} \right) \cdot e^{-1,3p},$$

$$\delta_2(p) = 75 \left(\frac{1}{p} - \frac{1}{p} e^{-(14-7,5)p} \right) \cdot e^{-7,5p} \quad (9)$$

$$\tau(\lambda) = \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{+j\infty} \left(\left(1 - e^{-(7,5-1,3)p}\right) \cdot e^{-1,3p} + 75 \left(1 - e^{-(14-7,5)p}\right) \cdot e^{-7,5p} \right) \frac{e^{p\lambda}}{p} dp \quad (10)$$

Иногда преобразование Фурье дает довольно компактное представление. Проблемой построения схем на основе преобразования Фурье обычно становятся особые точки и громоздкие выкладки, в которых для учета особых точек приходится переключать несколько «плечей». Здесь можно обратить внимание на то, что гладкие характеристики казалось бы можно и удобно аппроксимировать по Фурье, однако, в таких случаях оказывается достаточно обычной полиномиальной аппроксимации. А вот для импульсных характеристик приходится рассматривать разные варианты представления, в том числе и по Фурье.

Спектральная характеристика излучения воспринимаемого фотоприемником

Аппроксимация в виде дискретного изображения для спектральной характеристики излучения:

$$D(\delta(t - kT_0)) = e^{-kT_0 p} \Big|_{z=e^{T_0 p}} = z^{-k}, T_0 = 0,01, \quad (11)$$

$$x_4(z, k) = \sum_{k=830}^{(14-9) \cdot 100} [0,0044(kT_0)^2 - 0,1586kT_0 + 1,9743] z^{-k} \quad (12)$$



Рис. 4. Экспериментальная спектральная характеристика

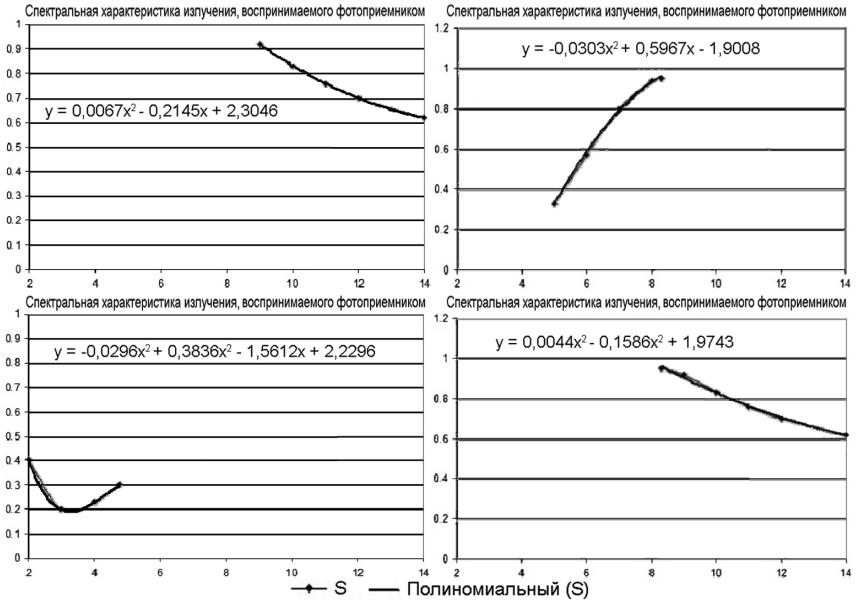


Рис. 5. Аппроксимация экспериментальной спектральной характеристика

Аппроксимация на основе изображения дельта-функции и теоремы подобия.

$$D(\delta(t - kT_0)) = e^{-kT_0 p} \Big|_{z=e^{T_0 p}} = z^{-k}; f(\alpha t) \xrightarrow{L} \frac{1}{\alpha} F\left(\frac{p}{\alpha}\right);$$

$$L(\delta(p)) = 1 \quad (13)$$

Т.е. изображение импульсной переходной функции прижатой к вертикальной оси разжимаем на необходимую ширину

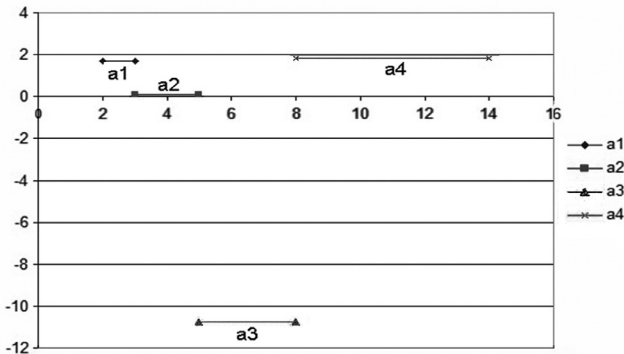


Рис. 6. Разбиение участков аппроксимации на интервалы действия импульсов

ступени нарезки кривой, а затем придаем необходимое запаздывание, после чего с учетом теоремы подобия корректируем амплитуду.

$$\delta_1(p) = -0,729e^{-2p}; \delta_2(p) = 0,2514 \cdot 2e^{-3,2p}$$

$$\delta_3(p) = -0,022 \cdot 3e^{-5,3p}; \delta_4(p) = -0,078 \cdot 6e^{-8,6p} \quad (14)$$

$$\delta(p) = A\alpha \exp(T_0 \cdot \alpha) = A\Delta T \exp(T_0 \cdot \Delta T) \quad (15)$$

$$A(p) = 1,6896e^{-2p} + 0,0907 \cdot 3e^{-3,3p} - 10,744 \cdot 6e^{-5,6p} + 1,8206 \cdot 6e^{-8,6p} \quad (16)$$

$$S(\lambda) = 10 + A(\lambda) \exp(e(\lambda)) \quad (17)$$

$$e(p) = -0,729e^{-2p} + 0,2514 \cdot 2e^{-3,2p} - 0,022 \cdot 3e^{-5,3p} - 0,078 \cdot 6e^{-8,6p} \quad (18)$$

$$\tau(p) = 6e^{-1,5,6p} + 75 \cdot 6,5 \cdot e^{-7,5,6,5 \cdot p}$$

$$\tau(\lambda) = \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \tau(p)e^{p\lambda} dp \quad (19)$$

$$S(\lambda) = 10 + A(\lambda) \exp(e(\lambda)) \quad (20)$$

Свертка численными методами

Проще взять такой интеграл численными методами, покажем ниже, воспользовавшись некоторыми удачными аппроксимациями из полученных.

По крайней мере интеграл записан и все его компоненты в принципе определены.

Такие изображения компактны, но их надо где-то проверять, можно в среде моделирования, однако аппроксимации полиномами в данном случае точнее.

Можно получить компактную запись и для полиномов, для которых уже получены точные аппроксимации.

Как считать?

$$L = \frac{1}{\pi} \varepsilon \int_0^{\infty} M_{C\lambda} \tau(\lambda) S(\lambda) d\lambda \quad (21)$$

$$S(\lambda) = 1,6896e^{-0,7297\lambda} \Big|_2^3 + 0,0907e^{0,2514\lambda} \Big|_{3+0}^5 + 10 - 10,774e^{-0,022\lambda} \Big|_{5+0}^8 + 1,8206e^{-0,0782\lambda} \Big|_8^{14}$$

$$\tau(\lambda) = 0|_0^{1,5} + 1|_{1,5}^{7,5} + 75|_{7,5}^{14} \quad \varepsilon=0,7$$

$$M = C_1 / \pi \lambda^{-5} [\exp(C_2 / [\lambda T]) - 1]^{-1} \quad (22)$$

В целом требуется подсчет одного интеграла для куба, который с нулевым «а3» превращается в квадратный трехчлен:

$$L = \frac{\varepsilon}{\pi^2} \tau C_1 \int_0^{14} \frac{(a_3 \lambda^3 + a_2 \lambda^2 + a_1 \lambda + a_0)}{\lambda^5} \frac{1}{\exp(C_2 / [\lambda T]) - 1} d\lambda = \quad (23)$$

$$= \frac{\varepsilon}{\pi^2} \tau C_1 \sum_{i=0}^3 a_i \int_0^{14} \frac{1}{\lambda^{5-i}} \frac{1}{\exp(C_2 / [\lambda T]) - 1} d\lambda$$

$$L = \frac{\varepsilon}{\pi^2} \tau C_1 \sum_{i=0}^3 a_i I_i \quad (24)$$

Последний интеграл (когда один) берем численным методом (или три однотипных интеграла), ниже приведены результаты расчета по средней температуре.

Sub IntegralL(T As Variant)

Dim Poly(1 To 3, 0 To 3) As Double ' номер полинома, номер коэффициента «ai»

' y = -0.0296x³ + 0.3836x² - 1.5612x + 2.2296

Poly(1, 3) = -0.0296: Poly(1, 2) = 0.3836: Poly(1, 1) = -1.5612: Poly(1, 0) = 2.2296

' y = -0.0303x² + 0.5967x - 1.9008

Poly(2, 3) = 0: Poly(2, 2) = -0.0303: Poly(2, 1) = 0.5967: Poly(2, 0) = -1.9008

' y = 0.0044x² - 0.1586x + 1.9743

λ	S	τ	M	I
0	$y = -0,0296x^3 + 0,3836x^2 - 1,5612x + 2,2296$	0		
1,5	0			
1,5+0	1			
2	1			
3	1			
5	1			
5+0	$y = -0,0303x^2 + 0,5967x - 1,9008$			
7,5	1			
7,5+0	75			
8,3	75			
8,3+0	$y = 0,0044x^2 - 0,1586x + 1,9743$	75		
14	75			

```

Poly(3, 3) = 0: Poly(3, 2) = 0.0044: Poly(3, 1) = -0.1586: Poly(3, 0) =
1.9743
eps = 0.7 ' epsilon
' Pi = 3.14
C1 = 3.74E-16
C2 = 0.0144
nPoly = 1 ' начальное значение номера полинома
' L = eps/Pi^2*C1*Sigma[0..3](tau*Poly[nPoly,J]/Exp1/Zi^(5-J)
I = 0 ' интеграл начальное значение
For J = 0 To 3
  K1 = eps * tau * C1 / Pi / Pi
  dLambda = 0.01 ' Точность расчета интеграла
  For zI = 2 To 14 Step dLambda
    ' lambda = zI
    If zI < 1.5 Then tau = 0 ' *****
    If zI >= 1.5 And zI < 7.5 Then tau = 1 ' **** tau(lambda) *****
    If zI >= 7.5 And zI <= 14 Then tau = 75 ' *****
    If zI >= 0 And zI < 5 Then nPoly = 1 ' *****
    If zI >= 5 And zI < 8.3 Then nPoly = 2 ' ***** S(lambda) *****
    If zI >= 8.3 And zI <= 14 Then nPoly = 3 '
    *****
    Exp1 = Exp(C2 / zI * T) - 1
    dI = Poly(nPoly, J) * tau / Exp1 / zI ^ (2 + J) * dLambda
    I = I + dI
  Next zI
Next J
I = K1 * I
IntegralL = I
End Sub

```

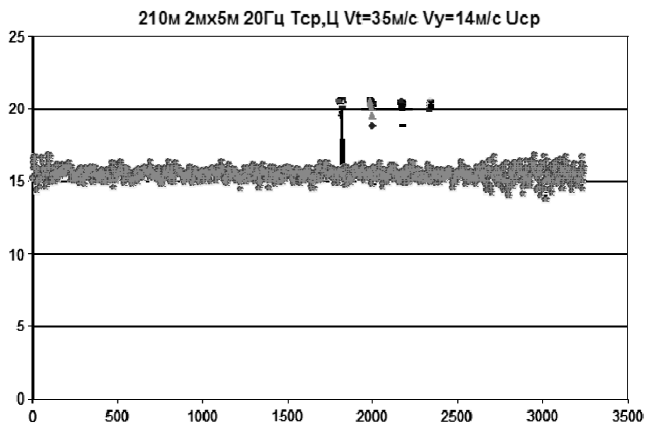


Рис. 7. Пример результата численного интегрирования интеграла свертки по формуле Планка

Однако, снова мешает фон, а поставлена цель полностью его отсесть.

Свертка аналитическими методами

При известном T , при интегрировании в диапазоне 2..14

$$L = \frac{\varepsilon}{\pi^2} \tau C_1 \sum_{i=0}^3 a_i I_i = \sum_{j=1}^3 \frac{\varepsilon}{\pi^2} \tau_j C_1 \sum_{i=0}^3 a_i I_{ij} = \sum_{j=1}^3 K_j \sum_{i=0}^3 a_i I_{ij} \quad (25)$$

В последней сумме $j = 1..3$

$$I_0 = \int_0^{14} \frac{1}{\lambda^2} \frac{1}{\exp(C_2 / [\lambda T]) - 1} d\lambda = \int_0^{14} \frac{1}{e^{(C_2 / Tu)} - 1} du \Big|_{u=1/\lambda} = \quad (26)$$

$$I_1 = \int_0^{14} \frac{1}{\lambda^3} \frac{1}{\exp(C_2 / [\lambda T]) - 1} d\lambda = \quad (27)$$

$$I_2 = \int_0^{14} \frac{1}{\lambda^4} \frac{1}{\exp(C_2 / [\lambda T]) - 1} d\lambda = \quad (28)$$

$$I_3 = \int_0^{14} \frac{1}{\lambda^5} \frac{1}{\exp(C_2 / [\lambda T]) - 1} d\lambda = \quad (29)$$

При интегрировании в диапазоне 2..14

$$L = \frac{\varepsilon}{\pi^2} \tau C_1 \sum_{i=0}^3 a_i I_i = \sum_{j=0}^3 \frac{\varepsilon}{\pi^2} \tau_j C_1 \sum_{i=0}^3 a_i I_{ij} = \sum_{j=2}^3 K_j \sum_{i=0}^3 a_i I_{ij} \quad (30)$$

В последней сумме $j = 2..3$

Если считать численным методом, при известном M :

$$L = \frac{\varepsilon}{\pi} \tau \sum_{i=0}^3 a_i \int_0^{14} \frac{1}{\lambda^{5-i}} M d\lambda \quad (31)$$

Третий вариант интеграл с пределами от 2 до 14:

$$L = \frac{\varepsilon}{\pi} \tau \sum_{i=0}^3 a_i \int_2^{14} \frac{1}{\lambda^{5-i}} M d\lambda \quad (32)$$

Еще один вариант пренебречь единицей в знаменателе (вариант 4):

$$I_0 = \int_0^{14} \frac{1}{\lambda^2} \frac{1}{\exp(C_2 / \lambda T) - 1} d\lambda = \quad (33)$$

C1 3.74E-16
C2 1.44E-02

Такой интеграл однозначно существует и расчет численным методом должен происходить без ошибок.

Для такого интеграла экспонента в степени будет иметь малое значение, поэтому его лучше брать точнее и ничем ни пренебрегать. Хотя есть вариант расчета с контрастом, когда M – контраст, а единица в знаменателе исключена, или экспонента в числителе (вариант 5):

$$L = \frac{1}{\pi} \varepsilon \int_0^{\infty} C_1 / \pi \lambda^{-5} [\exp(C_2 / \lambda T)] \tau(\lambda) S(\lambda) d\lambda \quad (34)$$

Численных решений можно предложить много. Одна из задач программиста, сократить количество компьютеров, за которые требуется или можно или нужно садиться в процессе решения или оценки решения, поэтому аналитическим решением интеграла не пренебрегаем, чтобы решение можно было подвергнуть аналитической проверке.

Сначала уточним таблично решение в справочнике сложных первообразных, таких решений в таблице желательно выяснить три: с минус единицей в знаменателе, без единицы в знаменателе, с экспонентой без единицы в числителе. Рассматриваемый интеграл простой, однако «изошренный» оптик может воспользоваться и другой формулой, также как и для контрастности к которой можно по разному «подойти».

Вышеобозначенный интеграл I_0 возьмем по частям с постепенным понижением порядка, интеграл очевидно на первый взгляд довольно не сложный:

При известной T :

$$L = \frac{\varepsilon}{\pi^2} \tau C_1 \sum_{i=0}^3 a_i I_i \quad (35)$$

$$\begin{aligned} I_0 &= \int_0^{14} \frac{1}{\lambda^2} \frac{1}{\exp(C_2 / \lambda T) - 1} d\lambda = \\ &= \int_0^{14} \frac{1}{1 - \exp(C_2 / \lambda T)} d \frac{1}{\lambda} = \int_0^{14} \frac{1}{1 - \exp(uk)} du \Big|_{k=C_2/T} = \end{aligned}$$

Похожий простой брать нельзя, так как замена переменных, не приводит к простой подстановке формуле вида:

$$\int \frac{dx}{e^x + e^{-x}}$$

поэтому оставим гиперболические формулы и будем действовать иначе:

$$\int \frac{1}{1 - \exp(uk)} du = \int \frac{1}{1 - e^{uk}} du = \quad (36)$$

Следующий пример похожий довольно простой, следовательно существует и решение для искомого:

$\int \frac{dx}{\sqrt{1+e^x}}$ ((№ 1776 [11]) не рассматриваем, искомым проще (сложнее, т.е. такой же))

По таблице интегралов

$$\int \frac{1}{1 - e^{uk}} du = \int \frac{1}{(-ke^{uk})} d \ln |1 - e^{uk}| \quad (37)$$

Положим $x = 1 - e^{uk}$, тогда под дифференциалом будет:

$$\int \frac{1}{1 - e^{uk}} du = \pm \int \frac{1}{x} d \frac{\ln |1 - x|}{k}; \quad (38)$$

$$|1 - x| = |x - 1|; (1 - x)' = -x'; (x - 1)' = x'$$

обратим внимание, что знаменатель дроби всегда больше 0 по модулю, поэтому применять логарифм не опасно.

Для рассматриваемого интеграла свойственен дуализм, также как для целого ряда оптических систем ([13], с. 187), также как для интеграла:

$$\int \frac{dx}{e^x - 1} = \int \underbrace{\frac{d \ln |e^x - 1|}{e^x}}_{\text{таблица}} = \int \underbrace{\frac{d \ln(u + 1)}{u}}_{\text{замена переменной}} = \int \frac{d \ln |e^x \pm 1|}{e^x} \Big|_{\exists [u+1>0]} \quad (39)$$

поэтому чтобы не спорить о двух ветках решений берем интеграл численным методом.

Дуализм можно попробовать взять двумя способами и приравниванием результатов вычислить (выразить) промежуточную величину (промежуточный остаточный интеграл) и таким образом выявить нестыковку.

Рассмотрим простой пример (1776) для которого, заранее известен ответ и указание к решению (1776): Иногда не исключено, что можно приравнять или доказать равенство двух разных на первый взгляд решений.

$$\begin{aligned} \int \frac{dx}{\sqrt{1+e^x}} &= 2 \int \frac{d\sqrt{1+e^x}}{e^x} = 2\sqrt{1+e^x} \cdot \frac{1}{e^x} - 2 \int \sqrt{1+e^x} de^{-x} = \\ &= 2\sqrt{1+e^x} \cdot \frac{1}{e^x} + 2 \int \frac{\sqrt{1+e^x}}{e^{-x}} dx = \end{aligned} \quad (40)$$

$$\begin{aligned}
&= \sqrt{1+e^x} \cdot \frac{1}{e^x} + 2 \int e^x \sqrt{1+e^x} dx = \sqrt{1+e^x} \cdot \frac{1}{e^x} + \\
&+ 2 \int \sqrt{1+e^x} de^x = \sqrt{1+e^x} \cdot \frac{1}{e^x} + 2 \int \sqrt{1+u} du \Big|_{u=e^x} = \\
&= \sqrt{1+e^x} \cdot \frac{1}{e^x} + 2 \int \sqrt{1+u} d(u+1) \Big|_{u=e^x} = \sqrt{1+e^x} \cdot \frac{1}{e^x} + \\
&+ 2 \frac{2}{3} (1+e^x)^{3/2} = \sqrt{1+e^x} \left(\frac{1}{e^x} + \frac{4}{3} [1+e^x] \right) = \\
&= \sqrt{1+e^x} \left(\frac{1}{e^x} + \frac{4}{3} + \frac{4}{3} e^x \right) = \frac{(4e^{2x} + 3e^x + 4)\sqrt{1+e^x}}{3e^x}
\end{aligned}$$

(ответ не исключает существования простой формулы для окончного интеграла)

Замену переменных можно сделать раньше:

$$\int \frac{dx}{\sqrt{1+e^x}} = 2 \int \frac{d\sqrt{1+e^x}}{e^x} = 2 \int \frac{d\sqrt{1+u}}{u} = \quad (41)$$

$$\begin{aligned}
\int \frac{dx}{\sqrt{1+e^x}} &= \int \frac{d \ln(u-1)}{\sqrt{u}} \Big|_{u=e^x} = \int \sqrt{u-1} \frac{du}{\sqrt{u}} = \int \sqrt{1-\frac{1}{u}} du = \\
\int \frac{dx}{\sqrt{1+e^x}} &= \int \frac{d \ln(u^2-1)}{u} \Big|_{u=\sqrt{1+e^x}} = \quad (42)
\end{aligned}$$

именно скобки, а не модуль под логарифмом:

$$\int \frac{dx}{\sqrt{1+e^x}} = \int \frac{d \ln(u-1)}{\sqrt{u}} \Big|_{u=e^x} = \int \frac{\sqrt{u-1}}{u'} \frac{du}{\sqrt{u}} = \int \frac{\sqrt{u-1}}{u} \frac{du}{\sqrt{u}} = \quad (43)$$

($u' = u$, т.е. $(e^x \pm 1)' = e^x$)

$$\int \frac{dx}{\sqrt{1+e^x}} = \int \frac{d \ln \sqrt{1+u}}{u\sqrt{1+u}} \Big|_{u=e^x} = \int \frac{d \ln y}{(y^2-1)y} \Big|_{y=\sqrt{1+e^x}} = \quad (44)$$

искомый интеграл близок к замене переменной:

$$\int \frac{d \ln u}{u\sqrt{1+u}} = \quad (45)$$

$$\int \frac{d \ln \sqrt{1+e^x}}{(1/\sqrt{1+e^x}) \cdot e^x} = \int \frac{\sqrt{1+e^x}}{e^x} d \ln \sqrt{1+e^x} = \quad (46)$$

Искомый интеграл:

$$\int \frac{dx}{\sqrt{1+e^x}} = \int \frac{d \ln(u-1)}{\sqrt{u}} \Big|_{u=e^x} = \int \sqrt{u-1} \frac{du}{\sqrt{u}} = \int \sqrt{u-1} d \ln \sqrt{u} \quad (47)$$

$$\begin{aligned} \int \frac{du}{1-e^{uk}} &= \frac{1}{k} \int \frac{d \ln\left(\frac{1-x}{k}\right)}{1-x} \Big|_{x=e^{uk}} = \frac{1}{k} \int \frac{d \ln\left(\frac{1-x}{k}\right)}{\frac{1-x}{k}} \Big|_{x=e^{uk}} = \\ &= \frac{1}{k} \int \frac{d \ln z}{z} \Big|_{z=\frac{1-e^{uk}}{k}} \end{aligned} \quad (48)$$

Рассмотрим более подробно ответ или указание (1776):

$$x - 2 \ln \sqrt{1+e^x} = x - \ln |1+e^x| = x - \ln(1+e^x)$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{1+e^x}} = \left(x - 2 \ln \sqrt{1+e^x}\right)' = 1 - 2 \frac{e^x}{\sqrt{1+e^x}} \sqrt{1+e^x} = 1 - 2e^x \quad (50)$$

$1 - 2 \frac{e^x}{\sqrt{1+e^x}} \sqrt{1+e^x}$: возможно, сокращаются корни в промежуточной замене переменных.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Волошиновский К. И.* Свидетельство об официальной регистрации программы для ЭВМ № 2015619051, 24 августа 2015 г., Переключательные триггеры на непрерывных элементах и двоичные (Matlab Simulink).
2. *Волошиновский К. И.* Свидетельство об официальной регистрации программы для ЭВМ № 2016610271, 11 января 2016 г., Развертка осциллограмм для теплового и миллиметрового канала с подборкой в виде базы данных (C#).
3. *Волошиновский К. И.* Свидетельство об официальной регистрации программы для ЭВМ № 2016611624, 08 февраля 2016 г., Прозвон клеммных соединений (LabView).
4. *Волошиновский К. И.* Свидетельство об официальной регистрации программы для ЭВМ № 2016613022, 15 марта 2016 г., Программный комплекс: Триггеры: 2-ух и n-тактные, троичный, с амплитудой А (sgn) и триггер-эффект (Matlab Simulink).
5. *Волошиновский К. И.* Свидетельство об официальной регистрации программы для ЭВМ № 2016612697, 04 марта 2016 г., Анализ попаданий (пересечений) при полете боеприпаса к воздушной цели в виде распределения и его фазового портрета (SolidWorks VBA, MSExcel VBA).
6. *Волошиновский К. И.* Свидетельство об официальной регистрации программы для ЭВМ № 2016612698, 04 марта 2016 г., Анализ работы устройства срабатывания противотанкового боеприпаса (SolidWorks VBA, MSExcel VBA).

7. *Волошиновский К. И.* Заявка на государственную регистрацию программы для ЭВМ № 2016611276/69, 10.02.2016 г., Триггеры: много-тактные, 1- и 2-ух тактные на базе 1/s и 1/Tr+1, без 1/s и с чередованием полярности на входе (Matlab Simulink).

8. *Волошиновский К. И.* Заявка № 206108645 от 11.03.2016. на государственную регистрацию заявления о выдаче патента Российской Федерации на изобретение: Способ преобразования электрических импульсов в код Манчестер и устройство для его осуществления.

9. *Волошиновский К. И.* Свидетельство об официальной регистрации программы для ЭВМ № 2010617536, 15 ноября 2010 г., Генератор случайных числе на языках VBA, STL с возможностью реализации на синфазных цифровых АЛУ (Siemens Step 7).

10. *Волошиновский К. И.* Свидетельство об официальной регистрации программы для ЭВМ № 2010617535, 15 ноября 2010 г., Генератор случайных чисел на языке STL с рандомизацией, постоянной частью, обладающей периодичностью и битом биения, с представлением LAD (Siemens Step 7).

11. *Демидович Б. П.* Сборник задач по мат. анализу. — М.: Наука, 1990. — 624 с.

12. *Лэм Г.* Аналоговые и цифровые фильтры. Расчет и реализация. — М.: Мир, 1982.

13. *Зоммерфельд А.* Оптика. — М.: Изд-во иностр. лит-ры, 1958.

14. *Савельев И. В.* Курс общей физики. Т. III. Оптика, атомная физика, элементарные частицы. — М.: Наука, 1967. — 416 с.

15. *Нуссбаумер Г.* Быстрое преобразование Фурье и алгоритмы вычисления сверток. — М.: Радио и связь, 1985.

16. *Бесекерский В. А., Попов Е. П.* Теория систем автоматического регулирования. — М., 1966. — 992 с.

17. *Певзнер Л. Д.* Теория систем управления. М.: Изд-во МГГУ, 2002. — 472 с.

18. *Даугавет И. К.* Теория приближенных методов. Линейные уравнения. 2-е изд. — СПб.: БХВ-Петербург, 2006. — 288 с. **ПЛАБ**

КОРОТКО ОБ АВТОРЕ

Волошиновский Кирилл Иванович — кандидат технических наук, доцент, e-mail: gas7dev@gmail.com, МГИ НИТУ «МИСиС».

Gornyy informatsionno-analiticheskiy byulleten'. 2016. No. 10, pp. 15–32.

UDC 621.38

K.I. Voloshinovskiy

FILTER OF CONVOLUTIONS FOR LUMINANCE AND CONTRAST

The issues associated with calculus and reliability of convolutions are time-consuming and involve large bulk of data produced by practical work with equipment and from modeling, including 3D modeling of mechanical trajectories of three-dimensional bodies and solving of problems on intersection of three-dimensional bodies, with accent lighting and selection of a body of intersection, and their additional attributes and characteristics. Also, it is required to use convolutions, i.e. to analyze their applicability within the software component

of the equipment designed or in the process of laboratory validation of finished algorithms. Mathematical convolutions related with a function of frequency in the form of, e.g., Hilbert transformation (3.20, [12]), are labor-intensive in the form of integrals, which are better to be processed analytically, considering physical formulas and their values, but are integrated numerically due to dualism, shown below, which requires simplifying the formulas for direct and inverse convolution.

Key words: convolution, luminance, contrast, functioning probability, Planck formula.

AUTHOR

Voloshinovskiy K.I., Candidate of Technical Sciences, Assistant Professor, e-mail: gas7dev@gmail.com, Mining Institute, National University of Science and Technology «MISiS», 119049, Moscow, Russia.

REFERENCES

1. Voloshinovskiy K. I. *Formal registration certificate for computer program no 2015619051*, 24.08.2015.
2. Voloshinovskiy K. I. *Formal registration certificate for computer program no 2016610271*, 11.01.2016.
3. Voloshinovskiy K. I. *Formal registration certificate for computer program no 2016611624*, 08.02.
4. Voloshinovskiy K. I. *Formal registration certificate for computer program no 2016613022*, 15.03.2016.
5. Voloshinovskiy K. I. *Formal registration certificate for computer program no 2016612697*, 04.03.2016.
6. Voloshinovskiy K. I. *Formal registration certificate for computer program no 2016612698*, 04.03.2016.
7. Voloshinovskiy K. I. *Computer program state copyright application no 2016611276/69*, 10.02.2016.
8. Voloshinovskiy K. I. *Claim for state registration of application for Russian Federation Patent of Invention, No. 206108645* dated March 11, 2016.
9. Voloshinovskiy K. I. *Formal registration certificate for computer program no 2010617536*, 15.11.2010.
10. Voloshinovskiy K. I. *Formal registration certificate for computer program no 2010617535*, 15.11.2010.
11. Demidovich B. P. *Sbornik zadach po mat. analizu* (Collection of problems on mathematical analysis), Moscow, Nauka, 1990, 624 p.
12. Lem G. *Analogovye i tsifrovye fil'try. Raschet i realizatsiya* (Analog and digital filters. Calculation and implementation), Moscow, Mir, 1982.
13. Zommerfel'd A. *Optika* (Optics), Moscow, Izd-vo inostr. lit-ry, 1958.
14. Savel'ev I. V. *Kurs obshchey fiziki. T. III. Optika, atomnaya fizika, elementarnye chastitsy* (Course on general physics, vol. III), Moscow, Nauka, 1967, 416 p.
15. Nussbaumer G. *Bystroe preobrazovanie Fur'e i algoritmy vychisleniya svertok* (Fast Fourier transform and convolution algorithms), Moscow, Radio i svyaz', 1985.
16. Besekerskiy V. A., Popov E. P. *Teoriya sistem avtomaticheskogo regulirovaniya* (Theory of automated control systems, Moscow, 1966, 992 p.
17. Pevzner L. D. *Teoriya sistem upravleniya* (Theory of control systems), Moscow, Izd-vo MGGU, 2002, 472 p.
18. Daugavet I. K. *Teoriya priblizhennykh metodov. Lineynye uravneniya. 2-e izd.* (Theory of approximation methods. Linear equations, 2nd edition), Saint-Petersburg, BKhV-Peterburg, 2006, 288 p.