УДК 621.879.38

Ю.Н. Кузнецов, Д.А. Стадник, Н.М. Стадник, Н.М. Какорина, С.С. Волков

ПОВЫШЕНИЕ КАЧЕСТВА ПРОГНОЗНОЙ ГЕОЛОГИЧЕСКОЙ ИНФОРМАЦИИ ПРИ АВТОМАТИЗИРОВАННОМ ПРОЕКТИРОВАНИИ ОТРАБОТКИ ЗАПАСОВ ПЛАСТОВЫХ МЕСТОРОЖДЕНИЙ

Рассмотрен вопрос математического моделирования пространственной изменчивости горно-геологических условий при отработке запасов угольного месторождения. В качестве наиболее эффективного метода для восстановления функции изменчивости природных факторов угольных месторождений выбран метод сплайн-функций Грина, основанный на формуле Грина. Осуществлен переход из трехмерной системы координат в двухмерную при помощи разделения горного массива на совокупность угольных пластов, толщ междупластья и регионов, коды которых записываются в каждый блок 3-D модели угольного месторождения.

Ключевые слова: математическое моделирование, горно-геологические условия, двухмерная система координат, сплайн-функции, формула Грина, углевмещающая толща.

В современных программных продуктах для прогноза горно-геологических данных по имеющимся скважинам в большинстве случаев применяется метод взвешенных обратных расстояний, который, в свою очередь, не позволяет оценить ошибку интерполяции и чувствительность к присутствию в данных экстремальных значений. Для повышения точности прогноза рекомендуется метод сплайн-функций Грина.

Формула Грина имеет самостоятельное значение в математике и довольно широко применяется в различных приложениях векторного анализа. Стоит отметить, что впервые формула появилась еще у Л. Эйлера в 1771 г., однако полный вывод этой формулы (вместе с другими формулами) и ее значение было определено английским физиком и математиком Дж. Грином в 1828 г. Формула Грина связывает двойной и криволинейный интегралы (криволинейные области).

Область (D) являет собой «криволинейную трапецию» (рис. 1), ограниченную контуром (L), состоящим из кривых:

$$(PQ): y = y_0(x) \ (a \le x \le b)$$

$$(RS): y = Y(x) \ (a \le b \le x)$$

и двух отрезков PS и QR, параллельных оси y.

Можно предположить, что в области (D) задана функция $P(x, y)$ непрерывная вместе со своей производной dP/dy.

Далее следует процедура вычисления двойного интеграла:

$$\iint\limits_{(D)} \frac{dP}{dY} dxdy$$

Исходя из теоремы приведения двойного интеграла к повторному, в случае криволинейной области интеграл

$$\iint\limits_{(P)} f(x,y)\,dP = \int\limits_{b}^{a} dx \int\limits_{y_0(x)}^{Y(x)} f(x,y)\,dy$$

приобретает вид:

$$\iint\limits_{(D)} \frac{\partial P}{\partial y} dxdy = \int\limits_{b}^{a} dx \int\limits_{y_0(x)}^{Y(x)} \frac{\partial P}{\partial y} dy$$

Внутренний интеграл в этом случае вычисляется с помощью первообразной функции $P(x, y)$, а именно:

$$\iint_{y_{0(x)}}^{Y(x)} \frac{dP}{dy} dy = P(x,y)\Big|_{y = y_0(x)}^{y = Y(x)} = P\big(x, Y(x)\big) - P\big(x, y_0(x)\big).$$

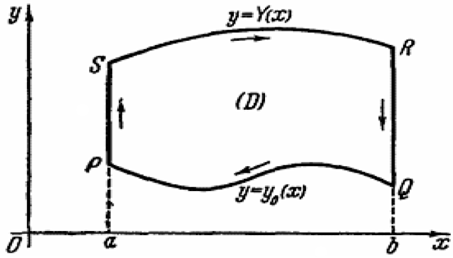

Рис. 1. Область D, ограниченная прямыми, параллельными оси y

В результате преобразований имеет место запись выражения вида:

$$\iint\limits_{(P)} \frac{\partial P}{\partial y} dxdy = \int\limits_a^b P\left(x, Y\left(x\right)\right) dx - \int\limits_a^b P\left(x, y_0\left(x\right)\right) dx.$$

Каждый из этих двух интегралов может быть заменен криволинейным интегралом:

$$\int\limits_a^b P\left(x, Y\left(x\right)\right) dx = \int\limits_{(SR)} P\left(x, y\right) dx,$$

$$\int\limits_a^b P(x, y_0\left(x\right)\big) dx = \int\limits_{(PQ)} P\left(x, y\right) dx,$$

Исходя из этого:

$$\iint\limits_{(D)} \frac{\partial P}{\partial y} dxdy = \int\limits_{(SR)} P\left(x, y\right) dx - \int\limits_{(PQ)} P\left(x, y\right) dx =$$

$$= \int\limits_{(SR)} P\left(x, y\right) dx + \int\limits_{(QP)} P\left(x, y\right) dx.$$

При рассмотрении интеграла по всему контуру (L) области (D), прибавив к правой части полученного равенства еще интегралы

$$\int\limits_{(PS)} P\left(x, y\right) dx, \int\limits_{(RQ)} P\left(x, y\right) dx \,,$$

очевидно, равные нулю, ибо отрезки (PS) и (DQ) перпендикулярны к оси x, можно получить:

$$\iint\limits_{(D)} \frac{\partial P}{\partial y} dxdy = \int\limits_{(PS)} Pdx + \int\limits_{(SR)} Pdx + \int\limits_{(RQ)} Pdx + \int\limits_{(QR)} Pdx$$

Правая часть этого равенства представляет собой интеграл, взятый по всему замкнутому контуру (L), ограничивающему область (D), но в отрицательном направлении. В соответствии с соглашением, установленным насчет обозначения криволинейных интегралов по замкнутому контуру, можно окончательно переписать полученную формулу в виде:

$$\iint\limits_{(D)} \frac{\partial P}{\partial y} dxdy = -\int\limits_{(L)} P\left(x, y\right) dx. \qquad (1)$$

Хотя формула (1) выведена в предположении правой ориентации осей, но, как легко убедиться, она сохраняется без изме-

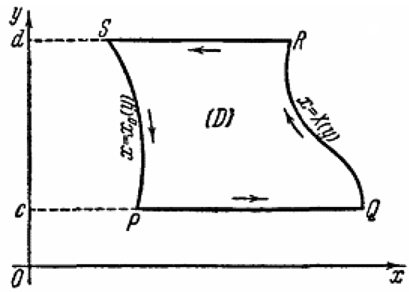

Рис. 2. Область D, ограниченная прямыми, параллельными оси x

нения и при левой ориентации (лишь положительное направление обхода контура станет иным).

Выведенная формула справедлива и для областей более сложного вида, чем рассмотренная: достаточно предположить, что область (D) разделяется прямыми, параллельными оси y, на конечное число криволинейных трапеций указанного вида.

Аналогично записывается и формула

$$\iint\limits_{(D)} \frac{\partial Q}{\partial x} dxdy = \int\limits_{(L)} Q(x,y)\,dy. \qquad (2)$$

в предположении, что функция Q непрерывна в области (D) вместе со своей частной производной $\partial Q/\partial x$. При этом сначала за область (D) принимается криволинейная трапеция вида, изображенная на рис. 2. Она ограничена кривыми

$$(PS){:}x = x0(y)\ (c \le y \le d)$$

$$(QR){:}x = \mathrm{X}(y)\ (c \le y \le d),$$

а также двумя отрезками (PQ) и (RS), параллельными оси x. Затем формула обобщается, как и выше приведенная, на случай области, разделенной прямыми, параллельными оси x, на конечное число криволинейных трапеций этого вида.

Наконец, если область (D) одновременно удовлетворяет условиям обоих случаев, то есть разделяется как на конечное число трапеций первого типа, так и (независимо от этого) на конечное число трапеций второго типа, то для нее справедливы обе формулы (1) и (2). Безусловно, в предположении непрерывности функций P, Q и их производных dP/dy, dQ/dx. Вычитая формулу (1) из (2), можно получить формулу Грина:

$$\int\limits_{(L)} Pdx + Qdy = \iint\limits_{(D)} \left(\frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y}\right) dxdy.$$

Исходя из сравнительных испытаний различных методов аппроксимации, наиболее целесообразным для восстановления функции изменчивости природных характеристик угольных месторождений можно назвать метод сплайн-функций Грина, основанный на формуле Грина, представленной выше [1].

В общем виде функция Грина для двухмерной поверхности будет выглядеть следующим образом:

$$G_{M,2} = \left(\sum_{i=1}^{2} t_i^{\,2}\right)^{M-1} \ln\left(\sum_{i=1}^{2} t_i^{\,2}\right),$$

где $G_{\text{М},2}$ – функция Грина для двухмерной поверхности.

Так как современные программные продукты позволяют моделировать месторождение в 3-D пространстве, для практического применения сплайн-функции Грина, которая работает в двухмерном пространстве, стратиграфическую толщу горного массива необходимо представить в виде совокупности угольных пластов $S_{\text{у}}$ и толщ междупластья $S_{\text{М}}$. При этом стоит учитывать, что угольные пласты $S_{\text{у}}$ включают в себя совокупность угольных пачек $S_{\text{ур}}$, породных прослоев S_{pp}, вмещающих пород почвы S_{vp}, «ложной» кровли S_{lk}, непосредственной кровли S_{nk} и основной кровли S_{ok}.

Каждый слой $S_k, k = \overline{1,a}$ толщи слагается из суммы j-го числа литотипов $L, S_k \in L_j, j = \overline{1,b}$, которые также имеют i-ое число природных факторов, свойств (P). Вследствие того, что в условиях реального месторождения могут встречаться явные изменения гипсометрии и конфигураций слоев толщи

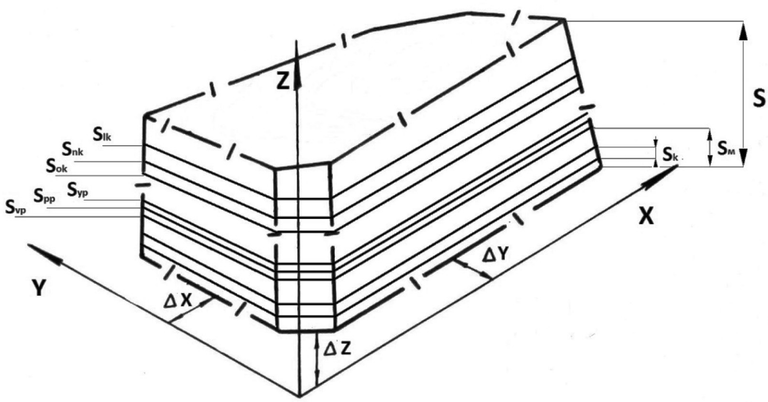

Рис. 3.Модельно-структурированное представление углевмещающей толщи

S_k, представленные различными геологическими нарушениями, не представляется возможным описать природные свойства того или иного пласта функцией одного вида. Поэтому слой S_k будет включать в себя множество регионов R, то есть $S_k \in R_v, v = \overline{1, d}$, и приближающие функции каждого k-го природного свойства восстанавливаются по региону R.

Так как моделируется пластовое месторождение, то предполагается, что свойства в границах выделенного пласта, пропластка, толщи неизменны по всей его мощности, что позволяет пренебречь координатой Z и перейти в двухмерную систему координат.

Исходя из этого, какой-либо показатель свойств рассматриваемого угольного пласта можно представить как сумму функциональных зависимостей природных свойств P в каждом из регионов a, b, c, d:

$$S = \sum_{k=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{i=1}^{c}\sum_{y=1}^{d} P_{kjiv}$$

Аппроксимация изменчивости природных факторов совершается по данным геологической разведки, полученным в рамках случайной сети скважин, закрепленных в геодезическом пространстве $Д(x, y)$ и показателями их свойств, вследствие чего модель i-го показателя будет являться функциональной зависимостью $P_i = f(x, y)$.

Такое представление геологической информации позволит с помощью компьютерных средств составить множество функциональных зависимостей, которые достаточно полно описывают динамику природных факторов в исследуемой углевмещающей толще [2].

Для того чтобы применить сплайн-функции Грина в автоматизированном режиме, блочная 3-D модель месторождения должна содержать необходимую информацию, а именно: высотную отметку почвы пласта, мощность угольных пачек угольного пласта, прочность угольных пачек на сжатие, мощность породных прослоев, прочность породных прослоев на сжатие, зольность угля, выход летучих веществ, мощность пород «ложной» почвы, прочность пород ложной кровли, мощность j-го литотипа кровли, прочность j-го литотипа кровли, мощность j-го литотипа почвы, прочность j-го литотипа почвы, мощность пород междупластья, прочность пород междупластья, газоносность угольного пласта, газообильность горных выработок.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Фихтенгольц Г. М.* Курс дифференциального и интегрального исчисления. Т. 3. – М.: Физматлит, 2001. – С. 164–168.

2. *Абрамова О. В.* Методы и модели оптимизации технологических схем подготовки и отработки выемочных полей пологих пластов Кузбасса. – М.,1991.

3. *Кузнецов Ю. Н.*, *Стадник Д. А.* Концепция проектирования и управления отработкой запасов выемочных участков на базе информационных технологий // Горный информационно-аналитический бюллетень. – 2009. – № 4. – С. 279–285.

4. *Васильев П. В.* Развитие горно-геологических информационных систем // Информационный бюллетень. ГИС ассоциация. – 1999. – № 2(19). – С. 32–33.

5. *Бурчаков А. С.*, *Малкин А. С.*, *Еремеев В. М. и др.* Проектирование предприятий с подземным способом добычи полезных ископаемых – М.: Недра, 1991.

6. *Капутин Ю. Е.*, *Ежов А. И.*, *Хенли С.* Геостатистика в горно-геологической практике. – Апатиты: КНЦ РАН, 1995. – С. 18–89.

7. *Кузнецов Ю. Н.*, *Стадник Д. А.*, *Стадник Н. М.* Повышение качества 3D моделирования угольных месторождений на основе использования теории сплайнов // Горная промышленность. – 2010. – № 6(94). – С. 60–61. ГИАБ

КОРОТКО ОБ АВТОРАХ

Кузнецов Юрий Николаевич – доктор технических наук, профессор,
Стадник Денис Анатольевич – кандидат технических наук, доцент,
e-mail: denstadnik@rambler.ru,
Стадник Нино Мамукаевна – соискатель, e-mail: kun17@yandex.ru,
Какорина Нана Мамукаевна – студентка,
e-mail: nanylikkakorina@mail.ru,
Волков Сергей Сергеевич – аспирант, e-mail: serg-025@yandex.ru,
НИТУ «МИСиС».

UDC 621.879.38

**Yu.N. Kuznetsov, D.A. Stadnik, N.M. Stadnik,
N.M. Kakorina, S.S. Volkov**

IMPROVING THE QUALITY OF PREDICTIVE GEOLOGICAL INFORMATION AT THE AUTOMATED DESIGNING MINING OF STRATIFIED DEPOSITS

This article addresses the issue of mathematical modeling of the spatial variability geological conditions in the mining of the reserves of coal deposits. As the most effective method to restore the function of the variability of natural factors of coal deposits of the selected spline method-green's functions, based on Green's formula. The transition from three-dimensional coordinate system in two-dimensional by dividing up the mountain at the totality of the coal seam, thickness of mitoplast and regions whose codes are written in each unit of coal seam's 3-D model.

Key words: mathematical modeling, mining and geological conditions, two-dimensional coordinate system, spline functions, the Green's formula, coal bearing strata.

AUTHORS

Kuznetsov Yu.N.[1], Doctor of Technical Sciences, Professor,
Stadnik D.A.[1], Candidate of Technical Sciences, Assistant Professor,
e-mail: denstadnik@rambler.ru,
Stadnik N.M.[1], Applicant, e-mail: kun17@yandex.ru,
Kakorina N.M.[1], Student, e-mail: nanylikkakorina@mail.ru,
Volkov S.S.[1], Graduate Student, e-mail: serg-025@yandex.ru,
[1] National University of Science and Technology «MISiS»,
119049, Moscow, Russia.

REFERENCES

1. Fikhtengol'ts G. M. *Kurs differentsial'nogo i integral'nogo ischisleniya*. T. 3 (Course on differential and integral calculations, vol. 3), Moscow, Fizmatlit, 2001, pp. 164—168.

2. Abramova O.V. *Metody i modeli optimizatsii tekhnologicheskikh skhem podgotovki i otrabotki vyemochnykh poley pologikh plastov Kuzbassa* (Methods and models to optimize flat seam preparation flowsheets in Kuzbass), Moscow, 1991.

3. Kuznetsov Yu. N., Stadnik D.A. *Gornyy informatsionno-analiticheskiy byulleten'*. 2009, no 4, pp. 279—285.

4. Vasil'ev P.V. *Informatsionnyy byulleten'. GIS assotsiatsiya*. 1999, no 2(19), pp. 32—33.

5. Burchakov A.S., Malkin A.S., Eremeev V.M. *Proektirovanie predpriyatiy s podzemnym sposobom dobychi poleznykh iskopaemykh* (Underground mine planning), Moscow, Nedra, 1991.

6. Kaputin Yu. E., Ezhov A.I., Khenli S. *Geostatistika v gorno-geologicheskoy praktike* (Geostatistics in practical mining and geology), Apatity, KNTs RAN, 1995, pp. 18—89.

7. Kuznetsov Yu. N., Stadnik D.A., Stadnik N.M. *Gornaya promyshlennost'*. 2010, no (94), pp. 60—61.

РУКОПИСИ, ДЕПОНИРОВАННЫЕ В ИЗДАТЕЛЬСТВЕ «ГОРНАЯ КНИГА»

ПЫЛЕОБРАЗОВАНИЕ И РЕШЕНИЯ ПО ПЫЛЕУЛАВЛИВАНИЮ В КАРЬЕРАХ

(№ 1065/3-16 от 13.01.16, 10 с.)

Давыдов Станислав Яковлевич — доктор технических наук,
главный научный сотрудник,
Боярских Геннадий Алексеевич — доктор технических наук, профессор,
зав. кафедрой, e-mail: Igb2000@mail.ru,
Белов Сергей Валерьевич — кандидат технических наук,
начальник учебно-методического управления,
Черемисина Татьяна Николаевна — старший преподаватель,
Уральский государственный горный университет

DUST AND PARTICULATE COLLECTION IN QUARRIES

Davydov S.Y.[1], Doctor of Technical Sciences, Chief Researcher,
Boyarsky G.A.[1], Doctor of Technical Sciences, Professor, Head of Chair,
e-mail: Igb2000@mail.ru,
Belov S.V.[1], Candidate of Technical Sciences,
Cheremisina T.N.[1], Senior Lecturer,
Ural State Mining University, Ekaterinburg, Russia.