УДК 550.830,
539.3

О.А. Хачай, О.Ю. Хачай, А.Ю. Хачай

КОМПЛЕКСИРОВАНИЕ АКУСТИЧЕСКИХ, ГРАВИТАЦИОННЫХ И ГЕОМЕХАНИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ В ИЕРАРХИЧЕСКИХ СРЕДАХ*

Построены итерационные алгоритмы 2-D моделирования для дифракции звука и линейно поляризованной поперечной упругой волны на включении с иерархической упругой структурой, расположенной в J-ом слое N-слойной упругой среды. Рассмотрен случай, когда плотность включения каждого ранга отличается от плотности вмещающей среды, а упругие параметры совпадают с упругими параметрами вмещающего слоя, а также, когда плотность включения каждого ранга совпадает с плотностью вмещающей среды, а упругие параметры включения каждого ранга отличаются от упругих параметров вмещающего слоя. Использован метод интегральных и интегро-дифференциальных уравнений для пространственно-частотного представления распределения волновых полей. Из построенной теории следует, что при комплексировании акустических, геомеханических и гравитационных полей необходимо использовать такие данные, которые получены в рамках систем наблюдения, настроенных на исследование иерархической структуры среды.

Ключевые слова: иерархическая среда, гравитационное поле, акустическое поле, геомеханическое поле, итерационный алгоритм 2D моделирования.

Введение

Последние десятилетия характеризуются активным развитием наук о Земле. Мы воспользуемся материалами, изложенными в [1], написанными академиком А.Н. Дмитриевским. «Геофизика XX века – это понимание того, что:

• геофизические поля являются индикаторами процессов, протекающих в литосфере; геофизические параметры, регистрируемые дистанционно, могут иметь функциональную или тесно-корреляционную связь с вещественно-структурными характеристиками геологической среды (на макро-, мезо- и микро уровнях);

* Работа выполнена при поддержке Программы государственной поддержки ведущих научных школ (НШ-9356.2016.1).

ISSN 0236-1493. Горный информационно-аналитический бюллетень. 2017. № 4. С. 328–336.
© 2017. О.А. Хачай, О.Ю. Хачай, А.Ю. Хачай.

• анализ пространственно-временного и энергетического распределения геофизического поля может дать информацию о пространственно-временном распределении свойств геологической среды;

Практические задачи геофизики XX века явились мощным стимулом развития теоретической и экспериментальной физики тонкослоистых, пористых и трещиноватых сред. В результате этого были получены новые классы математических моделей флюидонасыщенных неоднородных сред, изучены эффекты анизотропии геологической среды, обнаружены различные физические и физико-химические эффекты, возникающие на границах «твердый скелет-жидкость». Геофизика впервые поставила вопрос о возможности построения физико-геологических и математических моделей геологических объектов и процессов. Прикладная геофизика XX века реализовала возможность изучения одних и тех же геологических объектов на микроуровне (ядерная геофизика), мезоуровне (электрические, тепловые, магнитные, гравитационные, акустические поля) и макроуровне (поля упругих волн и низкочастотные электромагнитные поля).

Геофизика позволила ответить на следующие принципиальные для геолога вопросы:

• какова глубина залегания и геометрия (иногда морфология) исследуемого геообъекта;

• каков вещественно-структурный состав геообъекта;

• где и как расположены субвертикальные и субгоризонтальные ноднородности и прежде всего зоны макротрещиноватости;

• каковы условия фильтрации для флюидов-порозаполнителей;

• каковы термодинамические условия залегания искомого объекта.

Геофизика XXI века – это понимание того, что Земля представляет собой саморазвивающуся, самоподдерживающуюся геокибернетическую систему, в которой роль движущего механизма выполняют градиенты геофизических полей. Использование в геофизике принципов иерархичности, нелинейных эффектов, эффектов переизлучения геофизических полей позволит создать новую геофизику. В области методологии необходимо широко использовать эффекты взаимодействия и преобразования геофизических полей, широко внедрять комбинированных систем измерений с использованием управляемого воздействия на среду (типа каротаж-воздействие-каротаж), реализовать недавно обнаруженные принципы организации геологического и гео-

физического пространства (квантованность, иерархичность). В области теории, математического моделирования геофизических полей и систем интерпретации результатов наблюдений необходимо получить новые классы уравнений, описывающих распространение упругих и электромагнитных волн в неоднородных средах с учетом многообразных проявлений нелинейности геологической среды и необратимости геофизических процессов».

В работах [2–4] построены алгоритмы моделирования в электромагнитном случае для 3-D неоднородности, в сейсмическом случае для 2-D неоднородности для произвольного типа источника возбуждения *N*-слойной среды с иерархическим проводящим или упругим включением, расположенным в *J*-ом слое. Построен итерационный алгоритм решения обратной задачи для 2-D дифракции линейно поляризованной упругой поперечной волны для *N*-слойной упругой среды с упругим аномально напряженным включением иерархического типа на основе уравнения теоретической обратной задачи [5]. В настоящей работе будет исследован вопрос о комплексировании разных типов геофизических полей, распространяющихся в иерархических структурных средах.

Моделирование дифракции звука на двумерной аномально плотностной неоднородности иерархического типа, расположенной в *N*-слойной упругой среде

В работе [3] описан алгоритм моделирования дифракции звука на двумерном упругом иерархическом включении, расположенном в J-ом слое *N*-слойной среды. $G_{Sp,j}(M, M^0)$ – функция источника сейсмического поля, краевая задача для которой сформулирована в работе [2], $k_{1ji}^2 = \omega^2(\sigma_{ji} / \lambda_{ji})$ – волновое число для продольной волны, в приведенном выражении индекс *ji* обозначает принадлежность свойств среды внутри неоднородности, *ja* – вне неоднородности, λ – постоянная Ламэ, σ – плотность среды, ω – круговая частота, $\vec{u} = grad\varphi$ – вектор смещений, φ^0 – потенциал нормального сейсмического поля в слоистой среде в отсутствие неоднородности: $\varphi_{ji}^0 = \varphi_{ja}^0$. Будем считать, что упругие параметры иерархического включения для всех рангов *l* и вмещающего слоя одинаковы, а плотность иерархического включения для всех рангов отличается от плотности вмещающей среды, тогда система уравнений [3] перепишется в виде:

$$\frac{(k_{1ji}^2 - k_{1j}^2)}{2\pi} \iint\limits_{Scl} \varphi_l(M) G_{Sp,j}(M, M^0) d\tau_M + \frac{\sigma_{ja}}{\sigma_{ji}} \varphi_{l-1}^0(M^0) -$$

$$- \frac{(\sigma_{ja} - \sigma_{jil})}{\sigma_{jil} 2\pi} \oint\limits_{Cl} G_{Sp,j} \frac{\partial \varphi_l}{\partial n} dc = \varphi(M^0), M^0 \in S_{Cl}$$

$$\frac{\sigma_{jil}(k_{1jil}^2 - k_{1j}^2)}{\sigma(M^0) 2\pi} \iint\limits_{Scl} \varphi_l(M) G_{Sp,j}(M, M^0) d\tau_M + \varphi_{l-1}^0(M^0) - \quad (1)$$

$$- \frac{(\sigma_{ja} - \sigma_{jil})}{\sigma(M^0) 2\pi} \oint\limits_{Cl} G_{Sp,j} \frac{\partial \varphi_l}{\partial n} dc = \varphi_l(M^0), M^0 \notin S_{Cl}$$

$G_{Sp,j}(M, M^0)$ – функция источника акустического поля, она совпадает с функцией [3], $k_{1jil}^2 = \omega^2(\sigma_{jil} / (\lambda_{jil})$; $\lambda_{jil} = \lambda_{ja}$; – волновое число для продольной волны, в приведенном выражении индекс *ji* обозначает принадлежность свойств среды внутри неоднородности, *ja* – вне неоднородности, $l = 1...L$ – номер иерархического уровня, φ_l^0 – потенциал нормального акустического поля в слоистой среде в отсутствие неоднородности предыдущего ранга, если $l = 2...L$ $\varphi_l^0 = \varphi_{l-1}$, если $l = 1$, $\varphi_l^0 = \varphi^0$, что совпадает с соответствующим выражением [3].

Если при переходе на следующий иерархический уровень ось двухмерности не меняется, а меняются только геометрии сечений вложенных структур, можно описать итерационный процесс моделирования акустического поля (случай формирования только продольной волны). Итерационный процесс относится к моделированию вектора смещений при переходе с предыдущего иерархического уровня на последующий уровень. Внутри каждого иерархического уровня интегро-дифференциальное уравнение и интегро-дифференциальное представление вычисляются с помощью алгоритмов (1). Если на некотором иерархическом уровне структура локальной неоднородности распадается на несколько неоднородностей, то двойной и контурные интегралы в выражениях (1) берутся по всем неоднородностям. В данном алгоритме рассмотрен случай, когда физические свойства неоднородностей одного и того же уровня одинаковы, различаются только границы областей.

Моделирование дифракции упругой поперечной волны на аномально плотностной неоднородности иерархического типа, расположенной в *N*-слойной упругой среде

Аналогично (1) выписывается такой же процесс для моделирования распространения упругой поперечной волны в *N*-слой-

ной среде с двумерной иерархической структурой произвольной морфологии сечения с использованием интегральных соотношений, выписанных в работе [3].

$$\begin{gathered}\frac{(k_{2jil}^2 - k_{2j}^2)}{2\pi} \iint\limits_{SCl_l} u_{xl}(M) G_{Ss,j}(M, M^0) d\tau_M + \\ + u_{x(l-1)}^0(M^0) = u_{xl}(M^0), M^0 \in S_{Cl} \\ \frac{\mu_{jil}(k_{2jil}^2 - k_{2j}^2)}{\mu(M^0)\, 2\pi} \iint\limits_{SCl_l} u_{xl}(M) G_{Ss,j}(M, M^0) d\tau_M + \\ + u_{x(l-1)}^0(M^0) = u_{xl}(M^0), M^0 \notin S_{Cl}\end{gathered} \tag{2}$$

где $G_{Ss,j}(M, M^0)$ – функция источника сейсмического поля рассматриваемой задачи, она совпадает с функцией Грина, выписанной в работе [3] для соответствующей задачи, $k_{2jil}^2 = \omega^2(\sigma_{jil} / \mu_{jil})$ – волновое число для поперечной волны, μ – постоянная Ламэ, u_{xl} – составляющая вектора смещений, $l = 1...L$ – номер иерархического уровня, u_{xl}^0 – составляющая вектора смещений сейсмического поля в слоистой среде в отсутствие неоднородности предыдущего ранга, если $l = 2...L$ $u_{xl}^0 = u_{x(l-1)}$, если $l = 1$, $u_{xl}^0 = u_x^0$, что совпадает с соответствующим выражением для нормального поля в работе [3]. Следует отметить что структура уравнений (1) совпадает с общим случаем, когда иерархическая неоднородность имеет не только плотностные параметры отличные от параметров вмещающей среды, но и упругие параметры на всех рангах отличаются от упругих параметров вмещающего слоя. Отличие этой задачи заключается только в значениях волнового числа. Таким образом, более чувствительным к области плотностных неоднородностей в массиве является отклик среды, связанный с поперечной волной. Это следует учитывать при картировании сложно организованной геологической среды.

Моделирование дифракции звука на двумерной аномально напряженной неоднородности иерархического типа, расположенной в *N*-слойной упругой среде

В работе [3] описан алгоритм моделирования дифракции звука на двумерном упругом иерархическом включении, расположенном в *J*-ом слое *N*-слойной среды. $G_{Sp,j}(M, M^0)$ – функция источника сейсмического поля, краевая задача для которой сформулирована в работе [2], $k_{1ji}^2 = \omega^2(\sigma_{ji} / \lambda_{ji})$ – волновое число для продольной волны, в приведенном выраже-

нии индекс ji обозначает принадлежность свойств среды внутри неоднородности, ja – вне неоднородности, λ – постоянная Ламэ, σ – плотность среды, ω – круговая частота, $\vec{u} = grad\varphi$ – вектор смещений, φ^0 – потенциал нормального сейсмического поля в слоистой среде в отсутствие неоднородности: $\varphi^0_{ji} = \varphi^0_{ja}$. Будем считать, что плотность иерархического включения для всех рангов l и вмещающего слоя одинаковы, а упругие параметры иерархического включения для всех рангов отличаются от упругих параметров вмещающей среды, тогда система уравнений [3] перепишется в виде:

$$\begin{gathered}\frac{(k^2_{1jil} - k^2_{1j})}{2\pi}\iint\limits_{Scl}\varphi_l(M)G_{Sp,j}(M,M^0)d\tau_M + \\ +\varphi^0_{l-1}(M^0) = \varphi_l(M^0), M^0 \in S_{Cl} \\ \frac{\sigma_{jil}(k^2_{1jil} - k^2_{1j})}{\sigma(M^0)2\pi}\iint\limits_{Scl}\varphi_l(M)G_{Sp,j}(M,M^0)d\tau_M + \\ +\varphi^0_{l-1}(M^0) = \varphi_l(M^0), M^0 \notin S_{Cl}\end{gathered} \tag{3}$$

Обозначения те же, что и для системы уравнений (1).

Моделирование дифракции упругой поперечной волны на аномально напряженной неоднородности иерархического типа, расположенной в *N*-слойной упругой среде

Аналогично (3) выписывается такой же процесс для моделирования распространения упругой поперечной волны в N-слойной среде с двумерной иерархической структурой произвольной морфологии сечения с использованием интегральных соотношений, выписанных в работе [3].

$$\begin{gathered}\frac{(k^2_{2jil} - k^2_{2j})}{2\pi}\iint\limits_{SCl_l} u_{xl}(M)G_{Ss,j}(M,M^0)d\tau_M + \frac{\mu_{ja}}{\mu_{jil}}u^0_{x(l-1)}(M^0) + \\ +\frac{(\mu_{ja} - \mu_{jil})}{\mu_{jil}2\pi}\oint\limits_{Cl} u_{xl}(M)\frac{\partial G_{Ss,j}}{\partial n}dc = u_{xl}(M^0), M^0 \in S_{Cl} \\ \frac{\mu_{jil}(k^2_{2jil} - k^2_{2j})}{\mu(M^0)2\pi}\iint\limits_{SCl_l} u_{xl}(M)G_{Ss,j}(M,M^0)d\tau_M + u^0_{x(l-1)}(M^0) + \\ +\frac{(\mu_{ja} - \mu_{jil})}{\mu(M^0)2\pi}\oint\limits_{Cl} u_{xl}(M)\frac{\partial G_{Ss,j}}{\partial n}dc = u_{xl}(M^0), M^0 \in S_{Cl}\end{gathered} \tag{4}$$

где $G_{Ss,j}(M, M^0)$ – функция источника сейсмического поля рассматриваемой задачи, она совпадает с функцией Грина, выписанной в работе [3] для соответствующей задачи, $k^2_{2jil} = \omega^2(\sigma_{jil} / \mu_{jil})$ $\mu_{jil} \neq \mu_{ja}$ – волновое число для поперечной волны, $\sigma_{jil} = \sigma_{ja}$, μ – постоянная Ламэ, u_{xl} – составляющая вектора смещений, $l = 1...L$ – номер иерархического уровня, u^0_{xl} – составляющая вектора смещений сейсмического поля в слоистой среде в отсутствие неоднородности предыдущего ранга, если $l = 2...L$ $u^0_{xl} = u_{x(l-1)}$, если $l = 1$, $u^0_{xl} = u^0_x$, что совпадает с соответствующим выражением для нормального поля в работе [3]. Следует отметить, что структура уравнений (4) совпадает с общим случаем, когда иерархическая неоднородность имеет не только упругие параметры отличные от параметров вмещающей среды, но и плотностные параметры на всех рангах отличаются от плотностных параметров вмещающего слоя. Отличие этой задачи заключается только в значениях волнового числа. Таким образом, более чувствительным к области упругих неоднородностей в массиве является отклик среды, связанный с продольной волной. Это следует учитывать при картировании сложно организованной геологической среды.

Заключение

Сопоставляя выражения (1) и (2), (3) и (4) мы можем сделать следующие выводы. При построении комплексной сейсмо-гравитационной модели без учета аномального влияния напряженно-деформированного состояния внутри включения анализ аномального акустического эффекта с использованием данных о распространении продольной волны, показывает, что он является более чувствительным еще и к форме включения, по сравнению с акустическим эффектом о распространении поперечной волны. Однако из этих выражений следует, что влиянием во вмещающей среде упругих параметров в сейсмической модели пренебрегать нельзя, и они влияют при интерпретации на значения искомых аномальных плотностей. Если эти значения использовать при построении плотностной гравитационной модели, то эти значения плотности не будут отражать вещественный состав анализируемой среды. При построении аномально напряженной геомеханической модели без учета аномального влияния плотностных неоднородностей внутри включения анализ аномального акустического эффекта с использованием данных о распространении поперечной волны, показывает, что он является более чувствительным еще и к форме включения, по срав-

нению с акустическим эффектом о распространении продольной волны. Однако из этих выражений следует, что влиянием во вмещающей среде плотностных параметров в сейсмической модели пренебрегать нельзя, и они влияют при интерпретации на значения искомых аномальных упругих параметров, вызывающих аномальное напряженное состояние. Если эти значения использовать при построении геомеханической модели, то эти значения упругих параметров не будут отражать напряженное состояние анализируемой среды.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Дмитриевский А. Н.* Избранные труды. Т. 2. – М.: Наука, 2009. – 435 с.

2. *Хачай О. А.*, *Хачай А. Ю.* О комплексировании сейсмических и электромагнитных активных методов для картирования и мониторинга состояния двумерных неоднородностей в *N*-слойной среде // Вестник ЮУРГУ. Серия «Компьютерные технологии, управление, радиоэлектроника». – 2011. – № 2(219). – С. 49–56.

3. *Хачай О. А.*, *Хачай А. Ю.* Моделирование электромагнитного и сейсмического поля в иерархически неоднородных средах // Вестник ЮУРГУ. Серия «Вычислительная математика и информатика». – 2013. – Т. 2. – № 2. – С. 49–56.

4. *Хачай О. А.*, *Хачай О. Ю.*, *Хачай А. Ю.* Новые методы геоинформатики мониторинга волновых полей в иерархических средах // Геоинформатика. – 2015. – № 3. – С. 45–51.

5. *Хачай О. А.*, *Хачай О. Ю.*, *Хачай А. Ю.* Определение поверхности аномально напряженного включения в иерархической слоисто-блоковой среде по данным акустического мониторинга // Горный информационно-аналитический бюллетень. – 2016. – № 4. – С. 354–366. ГИАБ

КОРОТКО ОБ АВТОРАХ

Хачай Ольга Александровна – доктор физико-математических наук, ведущий научный сотрудник, старший научный сотрудник, Институт геофизики им. Ю.П. Булашевича Уральского отделения РАН, e-mail: olgakhachay@yandex.ru,
Хачай Олег Юрьевич[1] – кандидат физико-математических наук, доцент,
Хачай Андрей Юрьевич[1] – кандидат физико-математических наук, доцент,
[1] Уральский федеральный университет им. первого Президента России Б.Н. Ельцина.

Gornyy informatsionno-analiticheskiy byulleten'. 2017. No. 4, pp. 328–336.

UDC 550.830, 539.3

O.A. Khachay, O.Yu. Khachay, A.Yu. Khachay

COMPLEXING ACOUSTIC, GRAVITATIONAL AND GEOMECHANICAL FIELDS IN HIERARCHICAL MEDIA

A very significant result of previous century is a conclusion of fundamental significance of the role of block hierarchic structure of rocks and massive for explaining the existence of

a wide set of nonlinear geomechanical effects and occurring complicated self organizing geo systems by analyze of forming large and super large deposits. The hierarchic structure is characteristic of many systems. Especially for the Earth's lithosphere, for which more than 30 hierarchic levels had been divided using geophysical information. Thus it is needed to take that into account by constructing new complex systems for geophysical investigation of the Earth's lithosphere. There are constructed iteration algorithms for 2-D modeling of sound wave diffraction and linear polarized transversal elastic wave on an inclusion with hierarchic elastic, located in the J-th layer of the N-layered elastic medium. It is considered a case, when the density of the inclusion of each rank differs from the density of the surrounded layer, and the elastic parameters are equal to the elastic parameters of the surrounded layer. Also we considered the case when the density parameters of the hierarchic inclusions are equal to the density of the layer, where they are located and their elastic parameters differ from the parameters of the layer. We used the method of integral and integral-differential equations for space frequency representation of the wave field distribution. From the constructed theory it is evident that by integrating seismic and gravitation fields it is needed to use such data, which are obtained by the systems of observation, that are set to observe the medium hierarchical structure. The use the values of density, derived from the correlation dependence between the velocity values of the longitudinal wave, derived from the kinematic interpretation of seismic data, and density, for constructing the density model using gravitational data can lead to the discrepancy of the obtained model and matter content of the investigated geological medium. These results are the base of constructing new mapping systems of geological systems. Especially it is significant for mapping oil and gas deposits and for forecasting of their effectively outworking.

Key words: hierarchical medium, gravitational field, acoustic field, geomechanical field, 2D iteration modeling algorithm.

AUTHORS

Khachay O.A., Doctor of Physical and Mathematical Sciences,
Leading Researcher, Senior Researcher, e-mail: olgakhachay@yandex.ru,
Institute of Geophysics of Ural Branch of Russian Academy of Sciences,
620016, Ekaterinburg, Russia,
Khachay O.Yu.[1], Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Assistant Professor,
Khachay A.Yu.[1], Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Assistant Professor,
[1] Ural Federal University, 620002, Ekaterinburg, Russia.

ACKNOWLEDGEMENTS

This study has been supported by the Program of Governmental Support for Leading Schools, Project No. NSh-9356.2016.1.

REFERENCES

1. Dmitrievskiy A. N. *Izbrannye trudy*. T. 2 (Selected works, vol. 2), Moscow, Nauka, 2009, 435 p.

2. Khachay O. A., Khachay A. Yu. *Vestnik YuURGU. Seriya «Komp'yuternye tekhnologii, upravlenie, radioelektronika»*. 2011, no 2(219), pp. 49–56.

3. Khachay O. A., Khachay A. Yu. *Vestnik YuURGU. Ceriya «Vychislitel'naya matematika i informatika»*. 2013, vol. 2, no 2, pp. 49–56.

4. Khachay O. A., Khachay O. Yu., Khachay A. Yu. *Geoinformatika*. 2015, no 3, pp. 45–51.

5. Khachay O. A., Khachay O. Yu., Khachay A. Yu. *Gornyy informatsionno-analiticheskiy byulleten'*. 2016, no 4, pp. 354–366.