

Ю.В. Посыльный, А.В. Вяльцев, В.В. Попов, Ф.И. Ягодкин

# ПРИМЕНЕНИЕ ФУНКЦИИ ГАУССА ПРИ АППРОКСИМАЦИИ КРИВЫХ ОСЕДАНИЙ ЗЕМНОЙ ПОВЕРХНОСТИ

Приведены результаты аппроксимации кривых оседаний земной поверхности посредством функции Гаусса. Установлено, что для приближения расчетной кривой к фактической можно использовать среднее значение коэффициента «а» этой функции исключив из ряда те коэффициенты, которые значительно больше среднего значения «а».

Ключевые слова: оседания земной поверхности, распределение оседаний, мульда движения, функция Гаусса и ее коэффициент.

DOI: 10.25018/0236-1493-2017-8-0-187-194

## Введение

При разработке угольных месторождений подземным способом происходит сдвигание горных пород и земной поверхности. Поверхностные объекты испытывают вредное воздействие горных выработок и в зависимости от горно-геологических и горнотехнических факторов могут получить небольшие повреждения или полностью разрушиться. Для определения степени воздействия горных выработок на земную поверхность необходимо знать параметры процесса сдвигания. С этой целью закладываются наблюдательные станции, состоящие из профильных линий реперов. На станциях измеряются расстояния между реперами и вычисляются высоты реперов.

На основании полученных данных рассчитываются оседания, наклоны, кривизна, горизонтальные сдвигания и относительные горизонтальные деформации, которые используются при назначении мер охраны подрабатываемых объектов и для получения типовых параметров сдвигания в том или ином угольном районе. Научный и практический интерес

представляют оседания земной поверхности над горными выработками. Оседания приводятся к единичному виду, т.е. полумульда, в пределах от точки максимального оседания и до граничной точки, принимается за единицу, делится на равные части (10 или 20) и в точках деления вычисляются относительные оседания путем отношения оседания в точке деления к максимальному оседанию. Здесь происходит трансформирование измеренной кривой в единичную кривую. Единичные кривые группируются по определенному признаку, и вычисляется средняя единичная кривая, которая является типовой кривой оседаний.

## Теория вопроса

Предмет исследований — распределения оседаний земной поверхности над горными выработками угольных шахт. Кривая оседаний земной поверхности является основой, которая используется для расчета кривых наклонов, кривизны, горизонтальных сдвижений и относительных горизонтальных деформаций.

Расчету оседаний уделялось и уделяется большое внимание российскими и зарубежными учеными [1–17]. Разработанные ими методы применяются при расчете деформаций подрабатываемых объектов. В работе Г. Кратча [8] рассматриваются эмпирические методы, методы, основанные на функциях распределения и на теоретических моделях.

Важным моментом при анализе кривых оседаний земной поверхности над горными выработками является установление аналитических выражений этих кривых. Применяемым в настоящее время методом типовых кривых предусматривается расчет оседаний выполнять по следующей формуле:

$$\eta = \eta_m \cdot S(z),$$

где  $\eta_m$  — максимальное оседание;  $S(z)$  — функция типового распределения оседаний или ординаты типовой кривой оседаний.

Для условий Донбасса предложены две формулы для задания типовых кривых оседаний земной поверхности:

а) тригонометрическая формула ВТУ-01-58 [6];

$$S(z) = n^2 \left( 1 - z + \frac{1}{2\pi} \sin 2\pi z \right) + \frac{1 - n^2}{4} (1 + \cos \pi z)^2,$$

где  $n$  — коэффициент подработанности земной поверхности;  $z$  — точка деления полумульды сдвижения.

б) формула функции Гаусса [16]

$$S(z) = \frac{1}{2\Phi(t_0)} [\Phi(t) + \Phi(u)],$$

где  $\Phi(t_0)$ ,  $\Phi(t)$ ,  $\Phi(u)$  — интегралы Гаусса;

$$t_0 = \frac{D - 2d}{2cH}, \quad t = \frac{1}{c} \left( \frac{D}{2H} - \frac{d}{H} + \frac{x}{H} \right),$$

$$u = \frac{1}{c} \left( \frac{D}{2H} - \frac{d}{H} - \frac{x}{H} \right);$$

где  $D$  — длина горной выработки;  $d$  — расстояние на плане от границы выработки до точки перегиба кривой оседания при полной подработке;  $c$  — коэффициент, определяемый по данным наблюдений, (в условиях Донбасса 0,2);  $H$  — глубина горных работ;  $x$  — абсцисса точки с началом координат в точке максимального оседания.

А.Н. Медянцевым в работе [10] для аппроксимации типовой кривой оседаний предложена такая формула:

$$S(z) = e^{-6,2z^{2,5}\sqrt{z}}.$$

Наши исследования заключаются в анализе функции Гаусса

$$S(z) = e^{-az^2} \quad (1)$$

с целью применения ее для аппроксимации единичных и типовых кривых оседаний земной поверхности.

### Методы анализа

Выполним обработку данных инструментальных измерений оседаний на станции № 1 шахты «Южная» (лавы № 1522, 1524, падение, 1987 г.) [17]. Результаты измерений приведем в табл. 1. Граничный участок мульды представлен реперами 19–22, которые характеризуются как поднятием земной поверхности, так и опусканием. Здесь возникает необходимость в сглаживании оседаний для определения тенденции изменения оседаний в граничной зоне сдвижения. Выполним сглаживание фактической кривой оседаний путем применения полинома четвертой степени. Выделим на сглаженной кривой точки с оседанием 0 и 15 мм, тогда длины полумульды составят 380 и 345 м соответственно (рис. 1).

Прологарифмируем выражение (1) и выразим коэффициент  $a$  [15]:

$$a = -\frac{\ln S_z}{z^2}.$$

Вычислим для каждого репера коэффициент  $a$ . Результаты сведем в табл. 2. Из табл. 2 следует, что в точке  $z = 0,05$

Таблица 1

**Данные инструментальных измерений оседаний**

№ репера	Расстояние между реперами $l$ , м	Абсцисса репера $u_r$ , м	Оседание $\eta$ , мм	№ репера	Расстояние между реперами $l$ , м	Абсцисса репера $u_r$ , м	Оседание $\eta$ , мм
1	18,5	0	628	12	18,6	198	185
2	17	18,5	543	13	19,7	216,6	104
3	18,1	35,5	590	14	20,1	236,3	80
4	20	53,6	556	15	20,4	256,4	59
5	16	73,6	530	16	20	276,8	61
6	16	89,6	490	17	20,3	296,8	59
7	19,9	105,6	447	18	15	317,1	65
8	17,2	125,5	388	19	18,6	332,1	-8
9	17	142,7	342	20	19,3	350,7	24
10	19,3	159,7	298	21	22,1	370	9
11	19	179	234	22		392,1	-18

Таблица 2

**Расчет единичных кривых оседаний**

Граница 0 мм					Граница 15 мм				
$z$	$S_z$	$a$	$S(z)_1$	$S(z)_2$	$z$	$S_z$	$a$	$S(z)_3$	$S(z)_4$
0	1		1,00	1,00	0	1		1,00	1,00
0,05	0,86	61,36	0,98	0,99	0,05	0,86	50,58	0,98	0,99
0,09	0,94	7,15	0,94	0,96	0,10	0,94	5,90	0,93	0,96
0,14	0,89	6,12	0,86	0,91	0,16	0,89	5,04	0,86	0,91
0,19	0,84	4,52	0,75	0,84	0,21	0,84	3,73	0,75	0,84
0,24	0,78	4,46	0,66	0,77	0,26	0,78	3,68	0,65	0,77
0,28	0,71	4,40	0,56	0,70	0,31	0,71	3,63	0,55	0,69
0,33	0,62	4,41	0,44	0,60	0,36	0,62	3,64	0,43	0,60
0,38	0,54	4,31	0,35	0,52	0,41	0,54	3,55	0,34	0,51
0,42	0,47	4,22	0,26	0,44	0,46	0,47	3,48	0,26	0,43
0,47	0,37	4,45	0,19	0,35	0,52	0,37	3,67	0,18	0,35
0,52	0,29	4,50	0,13	0,28	0,57	0,29	3,71	0,12	0,28
0,57	0,17	5,53	0,09	0,22	0,63	0,17	4,56	0,08	0,21
0,62	0,13	5,33	0,05	0,16	0,68	0,13	4,39	0,05	0,16
0,67	0,09	5,19	0,03	0,12	0,74	0,09	4,28	0,03	0,12
0,73	0,10	4,39	0,02	0,08	0,80	0,10	3,62	0,02	0,08
0,78	0,09	3,88	0,01	0,06	0,86	0,09	3,20	0,01	0,06
0,83	0,10	3,26	0,01	0,04	0,92	0,10	2,68	0,00	0,04
0,87	0,03	4,51	0,00	0,03	0,96	0,03	3,72	0,00	0,03
0,91	0,02	4,53	0,00	0,02	1	0,02	3,73	0,00	0,02
0,92	0,04	3,93	0,00	0,02			$a_3=6,358$		
1	0		0,00	0,01			$a_4=3,901$		
		$a_1=7,524$							
		$a_2=4,691$							

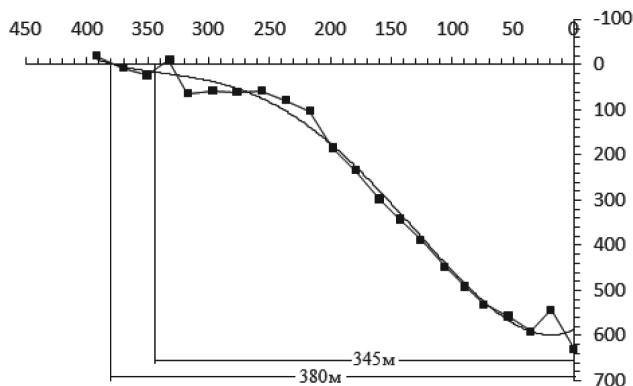


Рис. 1. Измеренная и smoothed кривые оседаний земной поверхности

коэффициент  $a$  составляет 61,36 и он значительно отличается от остальных коэффициентов. Среднее значение из всех коэффициентов составляет  $a_1 = 7,524$ , тогда выражение единичной кривой примет такой вид:

$$S(z)_1 = e^{-7,524z^2}.$$

Эта кривая представлена на рис. 2, на котором видно, что кривая  $S(z)_1$  не отражает основную тенденцию изменения оседаний от точки максимального оседания к границе мульды. Вычислим среднее значение коэффициента  $a$  исключив  $a = 61,36$ . В результате получим  $a_2 = 4,691$ .

Выражение единичной кривой примет следующий вид:

$$S(z)_2 = e^{-4,691z^2}.$$

На рис. 2 видно, что эта кривая практически вписывается в кривую фактических оседаний, на что указывают площади отклонений между фактической и аналитической кривыми.

Выполняя аналогичные действия, построим единичные кривые оседаний  $S(z)_3$  и  $S(z)_4$  с граничной точкой 15 мм (рис. 3). Среднее из всех коэффициентов  $a$  приводит к выражению единичной кривой  $S(z)_3 = e^{-6,358z^2}$ , которое не отражает фактическое изменение оседаний в полумульде.

На рис. 3 видно, что исключение из ряда коэффициентов значение 50,58 дает возможность практически приблизить аналитическое выражение  $S(z)_4 = e^{-3,901z^2}$  к фактической единичной кривой.

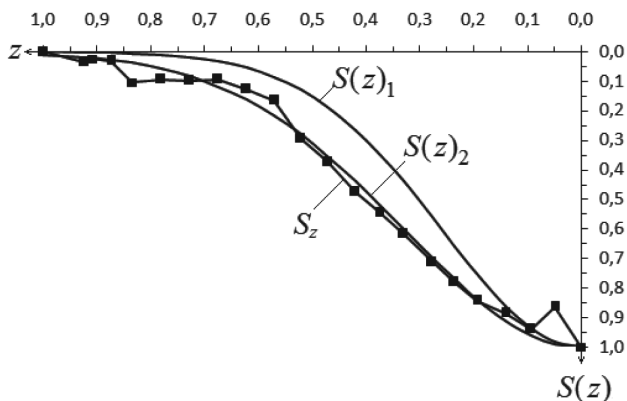


Рис. 2. Единичные кривые оседаний с граничной точкой 0 мм

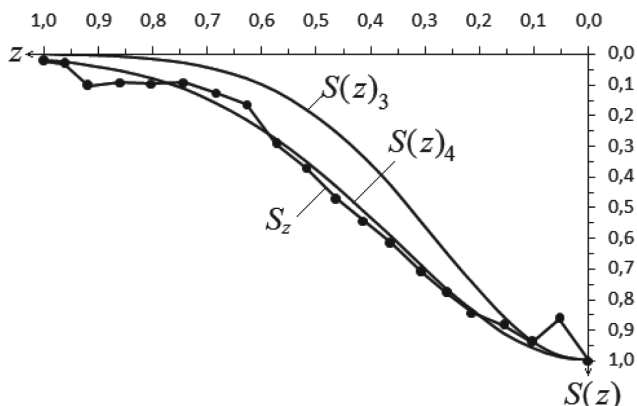


Рис. 3. Единичные кривые оседаний с граничной точкой 15 мм

Выполним проверку степени близости между фактической (граница 15 мм) и расчетной кривыми по сумме квадратов отклонений между этими кривыми на реперах наблюдательной станции. Зададимся рядом коэффициентов  $a$ : 6,358; 5; 4,5; 4,0; 3,901; 3,7; 3,5. Вычислим суммы квадратов  $[\Delta S(z)]^2 = [S_z - S(z)]^2$  при заданных выше коэффициентах.

В результате получим 0,300; 0,113; 0,063; 0,034; 0,031; 0,030; 0,036 соответственно. Построим график зависимости суммы квадратов от величины коэффициента  $a$  (рис. 4). На рис. 4 видно, что при коэффициенте  $a = 3,7$  наблюдается минимальная сумма квадратов  $[\Delta S(z)]^2 = 0,030$ . Следовательно, окончательное выражение единичной кривой с граничным оседанием 15 мм будет иметь такой вид:  $S(z)_4 = e^{-3,7z^2}$ .

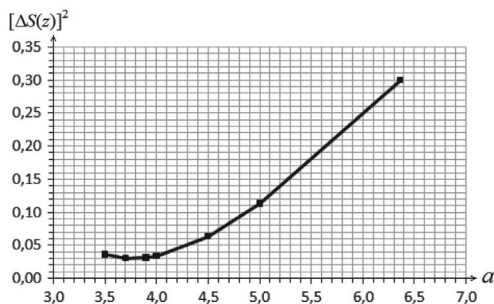


Рис. 4. Зависимость суммы квадратов от коэффициента  $a$  в полумульде с граничной точкой 15 мм

Выполнив изложенные выше действия с расчетными единичными кривыми с граничной точкой 0 мм, получим график зависимости  $[\Delta S(z)]^2$  от коэффициента  $a$ . График представлен на рис. 5.

Расчеты показывают, что минимальная сумма квадратов составляет 0,0147 и соответствует коэффициенту  $a = 4,6$ . Следовательно, выражение единичной кривой оседаний с граничной точкой 0 мм будет иметь такой вид:  $S(z)_4 = e^{-4,6z^2}$ .

### Обсуждение результатов

Предлагается в качестве аналитического выражения единичной кривой оседаний использовать функцию Гаусса со средним значением коэффициента  $a$  рассматриваемой функции. При этом из ряда коэффициентов отбираются только характерные коэффициенты. В случае,

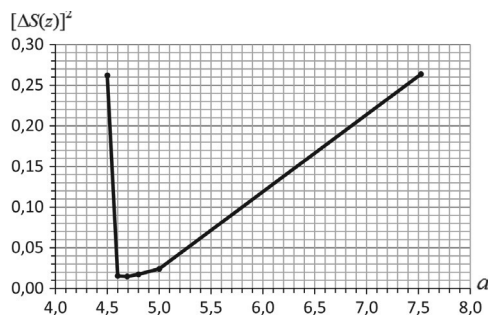


Рис. 5. Зависимость суммы квадратов от коэффициента  $a$  в полумульде с граничной точкой 0 мм

когда совместно используются как характерные, так и не характерные коэффициенты точность аппроксимации снижается.

Для установления оптимального коэффициента необходимо составить ряд коэффициентов и получить при каждом значении коэффициента сумму квадратов отклонений между фактическими и расчетными значениями ординат единичных кривых, построить зависимость суммы квадратов отклонений от коэффициента  $a$  и по минимальной сумме определить коэффициент  $a$  функции Гаусса.

### Заключение

При аппроксимации фактической единичной кривой оседаний при помощи функции Гаусса возникает проблема при

определении среднего значения коэффициента  $a$  этой функции. От величины коэффициента  $a$  зависит степень приближения аналитической кривой к измеренной.

При определении среднего значения коэффициента  $a$  функции Гаусса следует исключать из ряда коэффициентов те коэффициенты, которые значительно больше среднего значения из всего количества коэффициентов и не являются представительными.

Для установления оптимального значения коэффициента  $a$  строится зависимость суммы квадратов отклонений между фактическими и расчетными ординатами единичных кривых и по минимальной сумме квадратов отклонений устанавливается коэффициент  $a$ .

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Авершин С. Г. Сдвигение горных пород при подземных разработках. — М.: Углетехиздат, 1947. — 245 с.
2. Акимов А. Г., Земисев В. Н., Кацнельсон Н. Н., Коротков М. В., Костенич В. С., Медянцева А. Н., Мурашев А. Н., Петухов И. А. Сдвигение горных пород при подземной разработке угольных и сланцевых месторождений. — М.: Недра, 1970. — 224 с.
3. Акимов А. Г., Коротков М. В. Современные методы расчета сдвижений и деформаций земной поверхности и способы охраны зданий и сооружений, сб. № 76. — Л.: ВНИМИ, 1970. — С. 296—307.
4. Борщ-Компонице В. И., Батугина И. М., Варлашкин В. М., Капралов В. К., Лисица И. Г., Медянцева А. Н., Медянцева С. А., Орлов Г. В., Петрук Е. Г., Посыльный Ю. В., Романов Н. И., Сашурин А. Д., Шадрин А. Г. Сдвигение горных пород и земной поверхности при подземных разработках / Под общ. ред. В. А. Букринского, Г. В. Орлова. — М.: Недра, 1984. — 247 с.
5. Будрик В., Литвинишин Е., Кнотте С., Салустович А. Вопросы расчета сдвижений поверхности под влиянием подземных разработок. Перевод с польского. — М.: Углетехиздат, 1956. — 64 с.
6. Временные технические условия проектирования и строительства зданий и сооружений на угленосных площадях Донецкого угольного бассейна. ВТУ-01-58. — Киев, 1958. — 121 с.
7. Гавриленко Ю. Н. Математическое описание динамики процесса сдвижения на угольных шахтах Донбасса / International Society for Mine Surveying. XIII International Congress. Budapest, Hungary, 24—28 September.
8. Кратч Г. Сдвигение горных пород и защита подрабатываемых сооружений; Пер. с нем. / Под ред. Р. А. Муллера, И. А. Петухова. — М.: Недра, 1978. — 494 с.
9. Кулибаба Я. И. О возможном способе описания сдвижения горных пород при подземной разработке // Проблемы гірського тиску. — 2009. — № 17.
10. Медянцева А. Н. Исследование сдвижения земной поверхности над горными выработками при разработке свит в Донбассе: Дисс. раб. на соис. уч. степ. докт. техн. наук: 05.15.01. — Защищена 26.12.72; Утв. 28.09. 1979. — Новочеркасск, 1972. — 310 с.
11. Муллер Р. А. Параметры теоретического метода расчета деформаций земной поверхности / Сборник статей по вопросам исследования горного давления и сдвижения горных пород. Сб. 52. — Л.: ВНИМИ, 1964. — С. 24—40.

12. Назаренко В. А., Йощенко Н. В. Закономерности развития максимальных оседаний и наклонов поверхности в мульде сдвижения. — Д.: Національний гірничий університет, 2011. — 91 с.

13. Орлов Г. В., Пашкевич В. В. О теоретических предпосылках методов расчета сдвижений земной поверхности при подземных разработках / Геометрия и квалиметрия недр. — 2000. — Режим доступа: CyberLeninka.ru

14. Орлов Г. В. Сдвижение горных пород и земной поверхности под влиянием подземной разработки, 2-е изд. — 2016. — 198 с.

15. Посыльный Ю. В. Геометрия мульды сдвижения земной поверхности над горными выработками угольных шахт. — Новочеркасск: ЮРГТУ (НПИ), 2012. — 216 с.

16. Правила охраны сооружений и природных объектов от вредного влияния подземных горных разработок на угольных месторождениях. — СПб., 1998. — 291 с.

17. Тетерин А. В. Обоснование параметров сдвижения земной поверхности при ее многократной подработке в условиях подземной разработки угольных пластов: дис. канд. техн. наук: 25.00.16. — Новочеркасск., 2004. — 171 с. **УДБ**

### **КОРОТКО ОБ АВТОРАХ**

*Посыльный Юрий Васильевич*<sup>1</sup> — доктор технических наук, профессор,  
e-mail: posylniijuw@mail.ru,

*Вяльцев Александр Владимирович*<sup>1</sup> — кандидат технических наук, доцент,

*Попов Виктор Владимирович*<sup>1</sup> — доктор технических наук, профессор,

*Ягодкин Феликс Игнатьевич*<sup>1</sup> — доктор технических наук, профессор,

<sup>1</sup> Южно-Российский государственный политехнический университет (НПИ) имени М.И. Платова.

---

ISSN 0236-1493. Gornyy informatsionno-analiticheskiy byulleten'. 2017. No. 8, pp. 187–194.

UDC 622.834

**Yu.V. Posyl'nyy, A.V. Vyal'tsev, V.V. Popov, F.I. Yagodkin**

### **APPLICATION OF THE GAUSSIAN FUNCTION TO APPROXIMATION OF THE EARTH'S SURFACE SUBSIDENCE CURVES**

The results of approximation curve of subsidence of the earth's surface by means of the Gauss function. It was found that for the approximation of the calculated curve to the actual, you can use the average value of the coefficient «а» of this function, excluding from the number of those ratios that are significantly greater than the average value «а».

Key words: subsidence of the earth's surface, the distribution of subsidence, subsidence trough, the Gaussian function and its coefficient.

---

DOI: 10.25018/0236-1493-2017-8-0-187-194

### **AUTHORS**

*Posyl'nyy Yu.V.*<sup>1</sup>, Doctor of Technical Sciences, Professor,  
e-mail: posylniijuw@mail.ru,

*Vyal'tsev A.V.*<sup>1</sup>, Candidate of Technical Sciences,  
Assistant Professor,

*Popov V.V.*<sup>1</sup>, Doctor of Technical Sciences, Professor,

*Yagodkin F.I.*<sup>1</sup>, Doctor of Technical Sciences, Professor,

<sup>1</sup> M.I. Platov South-Russian State Polytechnic University (NPI),  
346428, Novochoerkassk, Russia.

## REFERENCES

1. Avershin S.G. *Sdvizhenie gornykh porod pri podzemnykh razrabotkakh* (Rock movement during underground development), Moscow, Ugletekhizdat, 1947, 245 p.
2. Akimov A.G., Zemisev V.N., Katsnel'son N.N., Korotkov M.V., Kostenich V. S., Medyantsev A.N., Murashev A.N., Petukhov I.A. *Sdvizhenie gornykh porod pri podzemnoy razrabotke ugol'nykh i slantsevykh mestorozhdeniy* (Rock movement in underground development of coal and shale deposits), Moscow, Nedra, 1970, 224 p.
3. Akimov A.G., Korotkov M.V. *Sovremennyye metody rascheta svvizheniy i deformatsiy zemnoy poverkhnosti i sposoby okhrany zdaniy i sooruzheniy*, sb. № 76 (Modern methods of calculation of displacement and deformation of the earth's surface and ways of protection of buildings and structures, vol. 76), Leningrad, VNIMI, 1970, pp. 296–307.
4. Borshch-Komponiets V.I., Batugina I.M., Varlashkin V.M., Kapralov V.K., Lisitsa I.G., Medyantsev A.N., Medyantsev S.A., Orlov G.V., Petruk E.G., Posyl'nyy Yu.V., Romanov N.I., Sashurin A.D., Shadrin A.G. *Sdvizhenie gornykh porod i zemnoy poverkhnosti pri podzemnykh razrabotkakh*. Pod red. V.A. Bukrinskogo, G.V. Orlova (Displacement of rocks and earth's surface in underground mines, Bukrinskiy V.A., Orlov G.V. (Eds.)), Moscow, Nedra, 1984, 247 p.
5. Budrik V., Litvinishin E., Knotte S., Salustovich A. *Voprosy rascheta svvizheniy poverkhnosti pod vliyaniem podzemnykh razrabotok*. Perevod s pol'skogo (Calculation of displacements of the surface under the influence of underground mining. Polish–Russian translation), Moscow, Ugletekhizdat, 1956, 64 p.
6. *Vremennyye tekhnicheskie usloviya proektirovaniya i stroitel'stva zdaniy i sooruzheniy na ugle-nosnykh ploshchadyakh Donetskogo ugol'nogo basseyna. VTU-01-58* (Temporary technical conditions for the design and construction of buildings and structures on the coal bearing areas of the Donetsk coal basin. VTU-01-58), Kiev, 1958, 121 p.
7. Favrilenko Yu.N. Matematicheskoe opisanie dinamiki protsessa svvizheniya na ugol'nykh shakhtakh Donbassa. *International Society for Mine Surveying. XIII International Congress*. Budapest, Hungary, 24–28 September.
8. Kratch G. *Sdvizhenie gornykh porod i zashchita podrabatyvaemykh sooruzheniy*; Per. s nem. Pod red. R.A. Mullera, I.A. Petukhova (Rock movement and protection of undermined structures. German–Russian translation), Moscow, Nedra, 1978, 494 p.
9. Kulibaba Ya. I. *Problemi girs'kogo tisku*. 2009, no 17.
10. Medyantsev A.N. *Issledovanie svvizheniya zemnoy poverkhnosti nad gornymi vyrabotkami pri razrabotke svit v Donbasse* (The study of displacement of earth's surface over the mine workings in the development of svit in Donbass), Doctor's thesis, Novocherkassk, 1972, 310 p.
11. Muller R.A. *Sbornik statey po voprosam issledovaniya gornogo davleniya i svvizheniya gornykh porod*. Sb. 52 (Collection of articles concerning research of rock pressure and the displacement of rocks, vol. 52), Leningrad, VNIMI, 1964, pp. 24–40.
12. Nazarenko V.A., Yoshchenko N.V. *Zakonomernosti razvitiya maksimal'nykh osedaniy i naklonov poverkhnosti v mul'de svvizheniya* (Laws of development of the maximum subsidence and tilt of the surface in the trough displacement), Dnepropetrovsk, Natsional'niy girnichiy universitet, 2011, 91 p.
13. Orlov G.V., Pashkevich V.V. O teoreticheskikh predposylkakh metodov rascheta svvizheniy zemnoy poverkhnosti pri podzemnykh razrabotkakh. *Geometriya i kvalimetriya nedr*. 2000, available at: CyberLeninka.ru.
14. Orlov G.V. *Sdvizhenie gornykh porod i zemnoy poverkhnosti pod vliyaniem podzemnoy razrabotki*, 2-e izd. (Displacement of rocks and earth's surface under the influence of underground mining, 2nd edition), 2016, 198 p.
15. Posyl'nyy Yu.V. *Geometriya mul'dy svvizheniya zemnoy poverkhnosti nad gornymi vyrabotkami ugol'nykh shakht* (Geometry of the mould displacement of the earth's surface over the mine workings of coal mines), Novocherkassk, YuRGU (NPI), 2012, 216 p.
16. *Pravila okhrany sooruzheniy i prirodnykh ob'ektov ot vrednogo vliyaniya podzemnykh gornykh razrabotok na ugol'nykh mestorozhdeniyakh* (Rules of protection of constructions and natural objects from harmful influence of underground mining on the coal fields), Saint-Petersburg, 1998, 291 p.
17. Teterin A.V. *Obosnovanie parametrov svvizheniya zemnoy poverkhnosti pri ee mnogokratnoy podrabotke v usloviyakh podzemnoy razrabotki ugol'nykh plastov* (Justification of parameters of displacement of the earth's surface when multiple jobs in underground coal seams), Candidate's thesis, Novocherkassk, 2004, 171 p.