

УСТОЙЧИВОСТЬ ГЕОЛОГИЧЕСКОЙ СРЕДЫ ПРИ ДЕЙСТВИИ ИЗГИБАЮЩИХ НАГРУЗОК И СОСРЕДОТОЧЕННЫХ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ ИМПУЛЬСАХ

И.Ю. Колесников¹, В.Н. Татаринов^{1,2}

¹ Геофизический центр РАН, Москва, Россия,

² Институт физики Земли им. О.Ю. Шмидта РАН, Москва Россия, e-mail: victat@wdcb.ru

Аннотация: Изложена методология оценки состояния структурных блоков земной коры, аппроксимируемых в виде пластины с целью выбора наиболее устойчивого участка для захоронения высокоактивных радиоактивных отходов. Под структурным блоком понимается тонкий пластинчатый слой с размерами в плане, превышающими толщину. При этом определяющая роль отводится геодинамическому районированию, основой которого является моделирование напряженно-деформированного состояния верхней части земной коры. Выявление опасных зон в массиве горных пород путем оценки концентрации напряжений в рамках плоской задачи теории упругости дополняется разработкой механико-математических и вычислительных средств моделирования изгиба пластинчатого слоя на основе теорий Кирхгофа и Рейсснера-Миндлина. Полученное аналитическое решение задачи изгиба пластины Кирхгофа от действия точечного (мгновенного) энергетического импульса и робастные конечные элементы пластин Рейсснера-Миндлина расширяют возможности расчета напряженно-деформированного состояния гетерогенной геологической среды и могут составить основу новых вычислительных программных продуктов.

Ключевые слова: устойчивость геологической среды, подземная изоляция радиоактивных отходов, изгиб тонкой пластины Кирхгофа, изгиб пластины средней толщины Рейсснера-Миндлина, точное аналитическое решение, метод конечных элементов, конечные элементы.

Благодарность: Работа выполнена в рамках проекта Российского научного фонда № 18-17-00241 «Исследование устойчивости породных массивов на основе системного анализа геодинамических процессов для геоэкологически безопасной подземной изоляции радиоактивных отходов».

Для цитирования: Колесников И. Ю., Татаринов В. Н. Устойчивость геологической среды при действии изгибающих нагрузок и сосредоточенных энергетических импульсах // Горный информационно-аналитический бюллетень. – 2019. – № 9. – С. 149–159. DOI: 10.25018/0236-1493-2019-09-0-149-159.

Stability of geological medium under bending loads and concentrated energy impulses

I.Yu. Kolesnikov¹, V.N. Tatarinov^{1,2}

¹ Geophysical Center RAS, Moscow,

² Schmidt Institute of Physics of Earth of Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia, e-mail: victat@wdcb.ru

Abstract: The article describes the assessment procedure for earth's crust blocks approximated by plates with a view to selecting the most stable site for hot waste disposal. A structural block is understood as a thin plate layer with areal size larger than its thickness. The governing role is given to geodynamic zoning based on the modeling of the stress state in the top layer of the crust. Hazardous zone in rock mass are revealed by means of stress concentration estimate in the frame of the plane elasticity in concert with development of mechanical–mathematical and computing aids for modeling bending of a plate layer based on the theories of Kirchhoff and Mindlin–Reissner. The obtained analytical solution of the Kirchhoff plate bending under point (instantaneous) energy impulse and the robust Mindlin–Reissner plate finite elements expand capabilities of stress state calculation in a heterogeneous geological medium, and be a framework for new computational program products.

Key words: geological medium stability, underground isolation of radioactive waste, Kirchhoff thin plate bending, Mindlin–Reissner medium-thickness plate bending, exact analytical solution, finite element method, finite elements.

Acknowledgements: The study was supported by the Russian Science Foundation, Project No. 18-17-00241: Rock Mass Stability Study Based on the System Analysis of Geodynamics for Geo-Ecologically Safe Underground Isolation of Radioactive Waste.

For citation: Kolesnikov I. Yu., Tatarinov V. N. Stability of geological medium under bending loads and concentrated energy impulses. *MIAB. Mining Inf. Anal. Bull.* 2019;(9):149-159. [In Russ]. DOI: 10.25018/0236-1493-2019-09-0-149-159.

Введение

В настоящее время в Красноярском крае (Нижнеканский массив) начинается строительство подземной исследовательской лаборатории для обоснования геоэкологической безопасности пункта глубинного захоронения радиоактивных отходов (РАО), который конструктивно представляет собой 5 шахтных стволов и два горизонта выработок размером в плане около 1,0×1,5 км, расположенных на глубине 500–600 м (рис. 1). В почве выработок бурятся вертикальные скважины для размещения контейнеров с тепловыделяющими высокоактивными РАО. Главный принцип геоэкологической безопасности подземной изоляции РАО заключается в обеспечении сохранности изоляционных свойств вмещающей геологической среды на весь срок их радиобиологической опасности, превышающий 10 тыс. лет [1, 2]. Изоляционные свойства породного массива зависят от тектонических, гравитационных и техногенных полей напряжений, определяющих развитие процессов деструкции пород в приконтурной зоне сооружения.

Для характеристики взаимодействия геологической среды и инженерных объектов широко используется термин «устойчивость геологической среды». В приложении к практической проблеме — подземной изоляции высокоактивных РАО — нами используется термин «устойчивость структурно-тектонического блока» [3–6], который отражает локальную оценку изоляционных свойств пород в пределах структурного тектонического блока (СТБ).

Следует подчеркнуть, что здесь понятие «устойчивости» используется для отражения функциональной способности среды (или структурного блока) в условиях природных и техногенных воздействий сохранять (в случае устойчивости) исходные свойства в таком диапазоне, который не приводит к потере изоляционных свойств пород и выходу радионуклидов за установленные пределы в течение периода радиобиологической опасности РАО.

При оценке состояния СТБ определяющая роль отводится геодинамическому районированию, основой которого явля-

ются механико-математическое моделирование напряженно-деформированного состояния (НДС). Метод геодинамического районирования был разработан в конце 70-х годов XX в. во ВНИМИ (И.М. Петухов, И.М. Батугина и др.) для оценки удароопасности на подземных рудниках [7]. Позднее положения метода стали применяться в более «расширенном» виде — для оценки опасности потери устойчивости породных массивов при проектировании и строительстве газо- и нефтепроводов, гидростанций, объектов ядерного топливного цикла и др.

В нашем случае верхнюю часть СТБ, в котором планируется разместить РАО, можно представить в первом приближении в виде тонкой пластины (с отношением ее толщины к характерному размеру длины меньше $1/20$) с помощью классической модели Кирхгофа или уточненной модели Рейсснера-Миндлина для пластин с относительно большей толщиной. Кроме того, вводится анализ деформирования поверхностного верхнего слоя, идеализированного с помощью уточненной (позволяющей учесть

влияние малого параметра относительной толщины и деформации поперечного сдвига) изгибной моделью для очень тонких пластинчатых слоев с отношением среднего размера к толщине порядка 10^4 . Это приводит при конечно-элементном моделировании к жестким вычислительным схемам, требующим принятия соответствующих мер для получения достоверного решения.

В связи с этим выявление опасных зон в массиве горных пород за счет концентрации напряжений, обусловленной характером изменения НДС, дополняется разработкой механико-математических и вычислительных алгоритмов и средств моделирования на основе теорий Кирхгофа и Рейсснера-Миндлина. При этом задание кинематики движений земной поверхности может быть основано на данных геодезических наблюдений с использованием глобальных навигационных спутниковых систем GPS/ГЛОНАСС и метода высокоточного повторного нивелирования 1-го класса.

Безусловно, реальный массив всегда в той или иной степени неоднороден

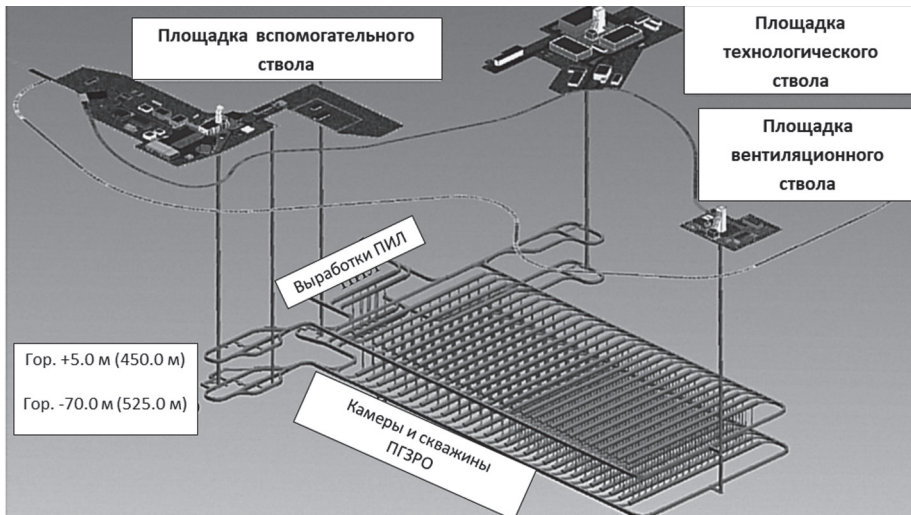


Рис. 1. Принципиальная схема пункта глубинного захоронения высокоактивных радиоактивных отходов в пределах Нижнеканского массива (Красноярский край)

Fig. 1. Schematic diagram of the deep disposal site of high-level radioactive waste in Nizhnekansky massif (Krasnoyarsk region)

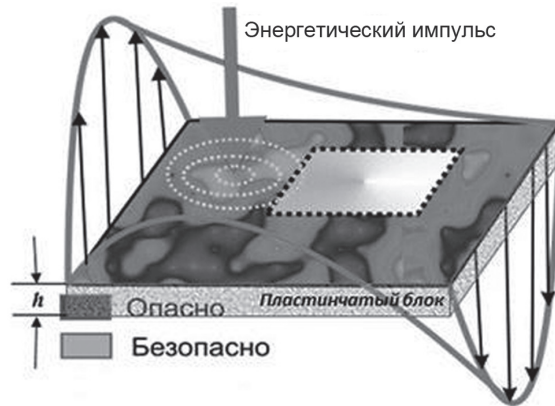


Рис. 2. Постановка задачи для пластинчатого блока. По краям блока задаются вертикальные движения на основе геодезических наблюдений [8]

Fig. 2. Statement of the problem for the plate block. Along the edges of the block, vertical movements are set based on geodesic observations [8]

и анизотропен, поэтому в дальнейшем предполагается учет этого в моделях.

Методы решения

Под пластинчатым СТБ понимается слой с размерами в плане a , превышающими толщину h более чем в 10 раз. В основу расчета положен разработанный ранее конечно-элементный программный комплекс вместе с комплектом программ моделирования НДС гетерогенной среды, дополненные методологией энергетического анализа концентрации напряжений для задач геодинамического районирования для модели плоской задачи теории упругости (обобщенного плоского напряженного состояния).

В данном случае задача решается для тонкого пластинчатого слоя и слоя пластины средней толщины, что является переходным вариантом для дальнейшего приближения к 3D постановке решения задачи прогноза устойчивости СТБ. Анализ ранее выполненных нами расчетов уровней опасности по четырем критериям для плоской задачи показал, что определяющими факторами здесь являются не сами значения напряжений (которые для упругой модели в вершинах трещин и разломов могут принимать

какие угодно большие значения), а интегральные характеристики концентрации напряжений. Схема решения указанных задач отражена в [4].

Рассматривается (рис. 2) пластинчатый структурный блок ($h/a < 0,1$) верхней части земной коры при задании внешнего энергетического импульса (обозначен стрелкой).

Требуется найти компоненты тензоров напряжений / деформаций в слое и выбрать соответствующий характеру деформирования пластины критерий прочности.

Результат — в рамках точности привлекаемого механико-математического моделирования формируются рекомендации об устойчивости и сохранности изоляционных свойств среды в пределах исследуемого СТБ.

Моделирование действия энергетического импульса

Случай воздействия мгновенного точечного энергетического импульса показан на рис. 1. Принцип суперпозиции дает возможность рассматривать решение задачи изгиба пластины от действия точечного энергетического импульса при однородных условиях шарнирного за-

крепления. Для моделирования (в рамках постановки краевой задачи) действия мгновенного энергетического импульса на пластину воспользуемся энергетически-силовой аналогией, обусловленной законом сохранения энергии. Для этого предварительно решим следующую задачу изгиба пластины от действия единичной сосредоточенной силы $1(\xi, \eta)$, приложенной в точке (ξ, η) .

Краевая задача изгиба свободно опертой пластины Кирхгофа от действия единичной сосредоточенной силы при однородных граничных условиях запишется в следующем виде [8]:

$$\nabla^2 \nabla^2 \omega = 1(\xi, \eta)/D, \quad (1)$$

$$\omega(\Gamma) = \nabla^2 \omega(\Gamma) = 0. \quad (2)$$

Точное решение краевой задачи (1)–(2) получается методом Навье в явном аналитическом виде в форме двойного тригонометрического ряда Фурье:

$$\omega(x, y) = \frac{4}{\pi^4 1(\xi, \eta) a^2} / Dk \sum_{i=0}^n \sum_{i=0}^n \sin m\pi\xi \sin n\pi\eta \times \frac{1}{(m^2 + k^2 n^2)} \sin m\pi x \sin n\pi y \quad (3)$$

Производные любого порядка от функции прогибов (3) находятся по формуле:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^{i+j} \omega_p}{\partial x^i \partial y^j} &= \frac{4 / \pi^4}{\left(\frac{1a^2}{D}\right)k} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \sin m\pi\xi \sin n\pi\eta \times \\ &\times \frac{1}{(m^2 + k^2 n^2)^2} \left\{ \begin{aligned} &\pi m [-(\pi m)^2]^{(i-1)/2} \cos m\pi x, i = 1, 3, \dots \\ &[-(\pi m)^2]^{i/2} \sin m\pi x, i = 0, 2, 4, \dots \end{aligned} \right\} \times \\ &\times \left\{ \begin{aligned} &\pi n [-(\pi n)^2]^{(j-1)/2} \cos n\pi y, j = 1, 3, \dots \\ &[-(\pi n)^2]^{j/2} \sin n\pi y, j = 0, 2, 4, \dots \end{aligned} \right\} \end{aligned} \quad (4)$$

Используя полученные выражения (4), по известным формулам находятся значения функций изгибающих моментов в любой точке пластины. В результате действия сосредоточенной единичной силы внутренние усилия в пластине произведут работу, равную работе приложенной внешней силы на вызванном ею перемещении:

$$A_1 = 1/2 \times 1 \times \omega(\xi, \eta). \quad (5)$$

Эта работа согласно закону сохранения энергии перейдет в потенциальную энергию деформации пластины

$$U_1 = A_1. \quad (6)$$

Пусть в некоторой точке пластины (ξ, η) действует энергетический импульс с амплитудой $J(\xi, \eta)$.

Введем отношение энергетических величин

$$\Lambda = J(\xi, \eta/U_1). \quad (7)$$

Тогда величина импульса выразится через величину потенциальной энергии:

$$J(\xi, \eta/U_1) = \Lambda \times U_1. \quad (7)$$

Если величина сосредоточенной силы в точке (ξ, η) равна Λ , то величина накопленной потенциальной энергии деформации будет U_Λ :

$$U_\Lambda = \Lambda U_1. \quad (8)$$

Из (7), (8) следует, что сосредоточенная сила величины Λ в точке (ξ, η) аккумулирует в пластине энергию, равную энергетическому импульсу, действующему в той же точке.

Таким образом, решение задачи изгиба от действия сосредоточенного энергетического импульса можно представить в следующем виде:

$$\omega(x, y) = \frac{4}{\pi^4} \Lambda(\xi, \eta) a^2 / Dk \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \sin m\pi\xi \sin n\pi\eta \frac{1}{(m^2 + k^2 n^2)^2} \sin m\pi x \sin n\pi y \quad (9)$$

В итоге формула (9) характеризует распределение уровня вертикальных перемещений пластины, причем в точке (ξ, η) величина прогиба в точности совпадает с потенциальной энергией, накопленной в пластине при деформировании.

В итоге находится напряженно-деформированное состояние пластины от действия точечного энергетического (например, сейсмического) импульса. В результате можно реализовать возможности параметрического воспроизведения решения для различных сценариев перераспределения концентрации напряжений в изгибаемой пластине путем задания энергетических импульсов $\{j(\xi_i, \eta_j)\}_{i=1, j=1}^{i=N, j=N}$ на параметрическом множестве точек мгновенного энергетического воздействия (ξ_i, η_j) . Тем самым создаются предпосылки формирования (ξ, η) параметрического семейства поверхностей влияния внешних локальных импульсов на стационарные уровни напряженно-деформированного состояния.

Уточненная теория Рейсснера-Миндлина в вариационной постановке

На рис. 1 представлена исходная силовая схема изгиба пластин средней и малой толщины h при действии поперечных нагрузок и мгновенного энергетического импульса с кинематикой Рейсснера-Миндлина, которой соответствуют возникновение вертикального перемещения ω и двух углов поворота θ_i ($i = 1, 2$) нормали к исходной недеформированной срединной плоскости пластины: $\{\omega, \theta\}$.

В уточненной теории Рейсснера-Миндлина [9, 10] используются три независимые степени свободы: ω — прогиб; θ_x, θ_y — углы поворота. Здесь: $\{\omega, \theta_i (i = 1, 2)\} = \{\omega, \theta_x, \theta_y\}$ — искомые полевые функции.

Потенциальная энергия пластины Рейсснера-Миндлина записывается в следующем виде:

$$U = 1 / 2D \int_0^a \int_0^b [\theta_{xx}^2 + \theta_{yy}^2 + 2\nu\theta_{xx}\theta_{yy} + 2(1 - \nu)\theta_{xy}^2] dx dy + 1 / 2Gh \int_0^a \int_0^b (g_{xz}^2 + g_{yz}^2) dx dy \quad (10)$$

Вариационная постановка задачи состоит в нахождении решения, удовлетворяющего условиям равенства нулю первой вариации от полной потенциальной энергии пластины и строгой положительности второй вариации:

$$\delta\Pi = 0; \delta^2\Pi > 0. \quad (11)$$

Здесь $\Pi = U + A$ — полная потенциальная энергия пластины, U — потенциальная энергия деформации, A — работа внешних сил.

При решении вариационной задачи для пластин Рейсснера-Миндлина будем использовать метод конечных элементов в форме перемещений.

Математическая задача сводится к решению следующей вариационной задачи:

$$\delta\Pi(\omega, \theta_x, \theta_y) = 0; \delta^2\Pi > 0. \quad (12)$$

Соотношение (12) означают, что для решения следует найти $\min \Pi(u)$, то есть минимум полной потенциальной энергии пластины Рейсснера-Миндлина.

Результаты конечно-элементного расчета пластин Рейсснера-Миндлина

Расчет тонких пластин Рейсснера-Миндлина методом конечных элементов вызывает существенные вычислительные трудности, связанные с жесткостью разрешающей системы линейных алгебраических уравнений и приводящие к «запиранию» (locking) искомого решения на уровнях перемещений и потенциальной энергии [11–14], близких к нулевому значению.

Можно сделать следующие выводы, что с ростом числа конечных элементов:

- Для пластин средней толщины получаются значения решения, хотя и отличающиеся от искомого прогибов, но не стремящиеся к нулю и частично отражающие изменение точного решения в зависимости от толщины пластины.

- При дальнейшем уменьшении толщины получаются значения решения, быстро стремящиеся к нулю.

Общий вывод здесь состоит в том, что точное интегрирование для билинейных конечных элементов пластин Рейсснера-Миндлина не позволяет получать удовлетворительные значения для искомого решения в случае достаточно тонких пла-

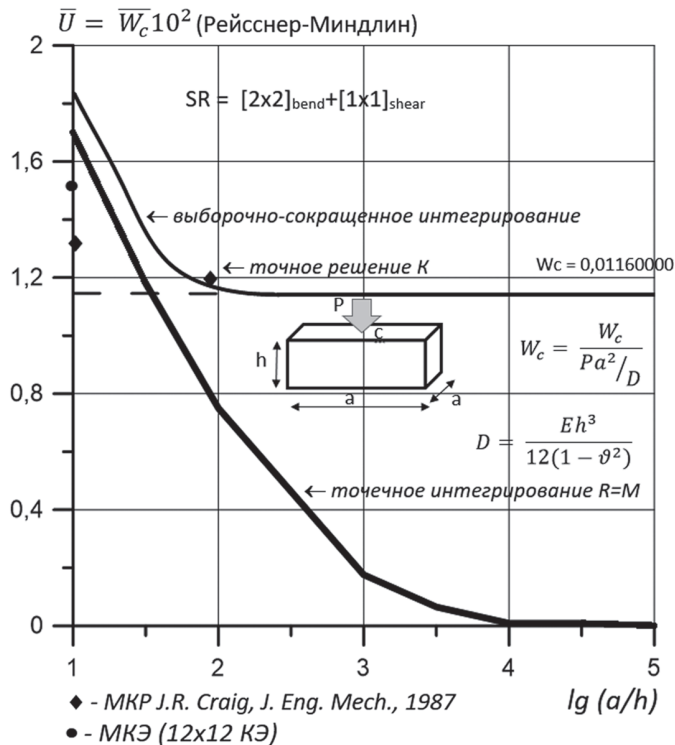


Рис. 3. Зависимость безразмерной потенциальной энергии (прогиба) $\bar{U} = \bar{W}_c \cdot 10^2$ для точного интегрирования и выборочно-сокращенного интегрирования в зависимости от отношения длины к толщине пластины на сетке 100×100 конечных элементов. Здесь ромб соответствует решению (R.J. Craig, 1987) на 6×6 конечно-разностной сетке. Пунктирная линия отражает точное решение согласно модели Кирхгофа

Fig. 3. The dependence of the dimensionless potential energy (deflection) $\bar{U} = \bar{W}_c \cdot 10^2$ for precise integration and selectively reduced integration depending on the ratio of the length to the thickness of the plate on the 100×100 finite elements. Here, the rhombus corresponds to the solution (R.J. Craig, 1987) on a 6×6 finite-difference grid. The dotted line represents the exact solution according to the Kirchhoff model

Таблица 1

(N×N) КЭ	(4×4) КЭ	(16×16) КЭ	(50×50) КЭ	(100×100)КЭ	Кирхгоф
Схема точного интегрирования	0,00000001	0,00000002	0,00000191	0,00000765	0,01160000
Схема выборочно-сокращенного интегрирования	0,01245668	0,01163641	0,01160358	0,01160148	0,01160000

Таблица 2

(N×N) КЭ	(4×4) КЭ	(16×16) КЭ	(50×50) КЭ	(100×100) КЭ	(6×6)
$W_c 100$	0,01464971	0,01547701	0,01649523	0,01712388	0,013660 R.J. Craig, 1987

стин. В целях улучшения качества решения были выполнены конечно-элементные расчеты на тех же самых сетках с использованием сокращенного (неточного) интегрирования по схеме односточной квадратуры Гаусса-Лежандра 'R' = [1×1]. Результаты расчета показывают, что схема сокращенного интегрирования, в отличие от схемы точного интегрирования, дает достаточно хорошие результаты, приближающиеся к точному значению на системе сеток. Существенно, что при этом удастся учесть влияние толщины на параметры деформирования пластины. Однако такая схема не является робастной: для слабо связанных границ она приводит к нулевым энергетическим модам (zero energy modes), для устранения которых были построены стабилизирующие конечные элементы [15–18].

Наконец, для того, чтобы еще больше повысить точность конечно-элементных расчетов, используем схему выборочно-сокращенного интегрирования 'SR' = [2×2]bend + [1×1]shear, где интегрирование изгибной части потенциальной энергии производится по 4-х точечной квадратурной формуле Гаусса-Лежандра (точное интегрирование), а сдвиговой части — по односточной квадратурной формуле (приближенное интегрирование).

На рис. 3 изображены результаты расчета квадратной пластины в зависимости от относительной толщины пласти-

ны (в логарифмическом масштабе) для случая точного интегрирования матрицы жесткости конечного элемента и неточного — выборочно-сокращенного интегрирования. Первый случай приводит к сдвиговому запиранию в окрестности нулевого значения, а второй — к результатам, почти совпадающим с точным решением.

В табл. 1 показана сходимость потенциальной энергии деформации изотропной пластины (безразмерного центрального прогиба $W_c 100$) в зависимости от числа конечных элементов и схемы интегрирования в матрице жесткости конечных элементов (КЭ) для модели Рейсснера-Миндлина при относительной толщине $h = 0,0001$ по сравнению с классическим решением Кирхгофа.

В табл. 2 проводится сходимость потенциальной энергии деформации изотропной пластины в зависимости от числа конечных элементов для модели Рейсснера-Миндлина при относительной толщине $h = 0,1$ по сравнению с решением системы дифференциальных уравнений методом конечных разностей (R.J. Craig, 1987) для пластины средней толщины.

Заключение

В результате исследований:

- получено аналитическое решение задачи изгиба пластины Кирхгофа от

действия точечного (мгновенного) энергетического импульса;

- реализованы эффективные уточненные конечные элементы пластин Рейсснера-Миндлина при действии мгновенного энергетического импульса, которые расширяют возможности созданного ранее программного обеспечения для расчета напряженно-деформированного со-

стояния гетерогенной геологической среды и могут составить основу новых пакетов программ;

- сформирован вычислительный конечно-элементный инструментарий для расчета очень тонких пластин и нанопленок (отношение длины стороны пластины к ее толщине порядка десяти тысяч, ста тысяч и одного миллиона) при изгибе.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Андерсон Е. Б., Белов С. В., Камнев Е. Н. и др. Подземная изоляция радиоактивных отходов. — М.: Изд-во «Горная книга», 2011. — 592 с.

2. Требования к разведке места для захоронения ВАО в скальной горной породе (АСТЕР). — М.: ДБЕ Технолоджи ГмбХ, ВНИПИ ПТ, 2005. — 473 с.

3. Гвишиани А. Д., Агаян С. М., Богоутдинов Ш. Р., Злотники Ж., Боннин Ж. Математические методы геоинформатики. III. Нечеткие сравнения и распознавание аномалий на временных рядах // Кибернетика и системный анализ. — 2008. — Т. 44. — № 3. — С. 3–18.

4. Татаринов В. Н., Морозов В. В., Колесников И. Ю., Каган А. И., Татаринова Т. А. Устойчивость геологической среды как основа безопасной подземной изоляции радиоактивных отходов и отработавшего ядерного топлива // Надежность и безопасность энергетики. — 2014. — № 1(24). — С. 25–29.

5. Kamnev E. N., Morozov V. N., Tatarinov V. N., Kaftan V. I. Geodynamics aspects of investigations in underground research laboratory (Niznekansk massif) // Eurasian mining. 2018. No 2. pp. 11–14. 2018. DOI: 10.17580/em.2018.02.03.

6. Kolikov K. S., Manevich A. I., Mazina E. I., Stress-strain analysis in coal massif under traditional mining with full caving and in technology with backfilling // Eurasian mining. 2018. No 2. pp. 15–17. DOI: 10.17580/em.2018.02.04.

7. Батугина И. М., Петухов И. М. Геодинамическое районирование месторождений при проектировании и эксплуатации рудников. — М.: Недра, 1988. — 166 с.

8. Колесников И. Ю. Формирование пластинчатых блоков с учетом углов / Труды 16-й Международной конференции по теории оболочек и пластин. Т. 3. — Н. Новгород: Изд-во Нижегородского университета, 1994. — С. 114–117.

9. Васильев В. В. Кручение квадратной изотропной пластины угловыми силами и распределенными моментами // Известия РАН. Механика твердого тела. — 2017. — № 2. — С. 20–31.

10. Колесников И. Ю. Кирхгофовское согласование полевых функций в конечных элементах пластин Рейсснера-Миндлина путем управления спектральными функциями формы / Материалы XXI Всероссийской конференции «Теоретические основы конструирования численных алгоритмов и решение задач математической физики», посвященной памяти К.И. Бабенко. — М.: Институт прикладной математики РАН им. М.В. Келдыша, 2016. — С. 43–44.

11. Broomand B., Zienkiewicz O. C. Recovery by equilibrium in patches (REP) // Int J Numer Methods Eng. 1997, No 40(1): pp. 137–164.

12. Maunder E. A. W., Moitinho de Almeida J. P. Recovery of equilibrium on star patches from conforming finite elements with a linear basis // Int J Numer Methods Eng. 2012. No 89(12). pp. 1497–1526.

13. Moitinho de Almeida J. P., Maunder E. A. W. Equilibrium Finite Element Formulations. Hoboken, NJ: John Wiley & Sons. 2017. 296 p.

14. Moitinho de Almeida J. P., Maunder E. A. W. Recovery of equilibrium on star patches using a partition of unity technique // Int J Numer Methods Eng. 2017. No 79, pp. 1493–1516.

15. Broomand B., Ghaffarian M. On application of two superconvergent recovery procedures to plate problems // Int J Numer Methods. 2018. No 61(10), pp. 1644–1673.

16. Diez P., Rodenas J. J., Equilibrated patch recovery error estimates: simple and accurate upper bounds of the error // Int J Numer Methods Eng. 2017. No 69(10), pp. 2075–2098.

17. Ubertini F. Patch recovery based on complementary energy // *Int J Numer Methods Eng.* 2017. No 59(11), pp. 1501–1538.
18. Kvamsdal T., Okstad K.M. Error estimation based on superconvergent patch recovery using statically admissible stress fields // *Int J NumerMethods Eng.* 2018. No 42(3), pp. 443–472. **IMAB**

REFERENCES

1. Anderson E. B., Belov S. V., Kamnev E. N. *Podzemnaya izolyatsiya radioaktivnykh otkhodov* [Underground isolation of radioactive waste], Moscow, Izd-vo «Gornaya kniga», 2011, 592 p.
2. *Trebovaniya k razvedke mesta dlya zakhoroneniya VAO v skal'noy gornoy porode (ASTER)* [Requirements for exploration of the place for burial of VAO in the rock (ASTER)], Moscow, DBE Tekhnologzhi GmbKH, VNIPI PT, 2005, 473 p. [In Russ].
3. Gvishiani A. D., Agayan S. M., Bogoutdinov Sh. R., Zlotniki Zh., Bonnin Zh. Mathematical methods of geo-information science. Part III: Fuzzy comparisons and identification anomalies in temporal series. *Kibernetika i sistemnyy analiz.* 2008. Vol. 44, no 3, pp. 3–18. [In Russ].
4. Tatarinov V. N., Morozov V. V., Kolesnikov I. Yu., Kagan A. I., Tatarinova T. A. Stability of geological environment as the basis of safe underground insulation of radioactive waste and spent fuel. *Nadezhnost' i bezopasnost' energetiki.* 2014, no 1(24), pp. 25–29. [In Russ].
5. Kamnev E. N., Morozov V. N., Tatarinov V. N., Kaftan V. I. Geodynamics aspects of investigations in underground research laboratory (Niznekansk massif). *Eurasian mining.* 2018. No 2. pp. 11–14. 2018. DOI: 10.17580/em.2018.02.03.
6. Koliakov K. S., Manevich A. I., Mazina E. I., Stress-strain analysis in coal massif under traditional mining with full caving and in technology with backfilling. *Eurasian mining.* 2018. No 2. pp. 15–17. DOI: 10.17580/em.2018.02.04.
7. Batugina I. M., Petukhov I. M. *Geodinamicheskoe rayonirovanie mestorozhdeniy pri proektirovani i ekspluatatsii rudnikov* [Geodynamic zoning of deposits in the design and operation of mines], Moscow, Nedra, 1988, 166 p.
8. Kolesnikov I. Yu. Formation of plate-like blocks with regard to angles. *Trudy 16-y Mezhdunarodnoy konferentsii po teorii obolochek i plastin.* Vol. 3. N. Novgorod, Izd-vo Nizhegorodskogo universiteta, 1994, pp. 114–117. [In Russ].
9. Vasil'ev V. V. Torsion of a square isotropic plate under angular forces and distributed moments. *Izvestiya RAN. Mekhanika tverdogo tela.* 2017, no 2, pp. 20–31. [In Russ].
10. Kolesnikov I. Yu. The Kirchhoff law of correlation of field functions in finite elements of the Mindlin–Reissner plates through shape function control. *Materialy XXI Vserossiyskoy konferentsii «Teoreticheskie osnovy konstruirovaniya chislennykh algoritmov i reshenie zadach matematicheskoy fiziki», posvyashchennoy pamyati K.I. Babenko*], Moscow, Institut prikladnoy matematiki RAN im. M.V. Keldysha, 2016, pp. 43–44. [In Russ].
11. Boroomand B., Zienkiewicz O. C. Recovery by equilibrium in patches (REP). *Int J Numer Methods Eng.* 1997, No 40(1): pp. 137–164.
12. Maunder E. A. W., Moitinho de Almeida J. P. Recovery of equilibrium on star patches from conforming finite elements with a linear basis. *Int J Numer Methods Eng.* 2012. No 89(12). pp. 1497–1526.
13. Moitinho de Almeida J. P., Maunder E. A. W. *Equilibrium Finite Element Formulations.* Hoboken, NJ: John Wiley & Sons. 2017. 296 p.
14. Moitinho de Almeida J. P., Maunder E. A. W. Recovery of equilibrium on star patches using a partition of unity technique. *Int J NumerMethods Eng.* 2017. No 79, pp. 1493–1516.
15. Boroomand B., Ghaffarian M. On application of two superconvergent recovery procedures to plate problems. *Int J Numer Methods.* 2018. No 61(10), pp. 1644–1673.
16. Diez P., Rodenas J. J., Equilibrated patch recovery error estimates: simple and accurate upper bounds of the error. *Int J Numer Methods Eng.* 2017. No 69(10), pp. 2075–2098.
17. Ubertini F. Patch recovery based on complementary energy. *Int J Numer Methods Eng.* 2017. No 59(11), pp. 1501–1538.
18. Kvamsdal T., Okstad K.M. Error estimation based on superconvergent patch recovery using statically admissible stress fields. *Int J NumerMethods Eng.* 2018. No 42(3), pp. 443–472.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

*Колесников Илья Юрьевич*¹ — д-р физ.-мат. наук, ведущий научный сотрудник, e-mail: kol@wdcb.ru,

*Татаринов Виктор Николаевич*¹ — д-р техн. наук, зав. лабораторией, e-mail: victat@wdcb.ru, Институт физики Земли им. О.Ю. Шмидта РАН,

¹ Геофизический центр РАН.

Для контактов: Татаринов В.Н., e-mail: victat@wdcb.ru.

INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

*I.Yu. Kolesnikov*¹, Dr. Sci. (Phys. Mathem.), Leading Researcher, e-mail: kol@wdcb.ru,

*V.N. Tatarinov*¹, Dr. Sci. (Eng.), Head of Laboratory, Schmidt Institute of Physics of Earth of Russian Academy of Sciences, 123242, Moscow, Russia, e-mail: victat@wdcb.ru,

¹ Geophysical Center, Russian Academy of Sciences, 119296, Moscow, Russia.

Corresponding author: V.N. Tatarinov, e-mail: victat@wdcb.ru.



ОТДЕЛЬНЫЕ СТАТЬИ ГОРНОГО ИНФОРМАЦИОННО-АНАЛИТИЧЕСКОГО БЮЛЛЕТЕНЯ (СПЕЦИАЛЬНЫЙ ВЫПУСК)

НАУЧНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ФОРМИРОВАНИЯ ПРОЕКТНЫХ, ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ И ОРГАНИЗАЦИОННЫХ МЕХАНИЗМОВ ЭФФЕКТИВНОГО ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ УГОЛЬНЫХ ШАХТ (2019, СВ 3, 20 с.)

*Варыгин Сергей Олегович*¹ — студент, e-mail: msmu-prpm@yandex.ru,

*Агафонов Валерий Владимирович*¹ — д-р техн. наук, профессор,

¹ МГИ НИТУ «МИСиС».

Представлены результаты аналитических исследований в области развития научно-методической базы обоснования основных проектных решений технологических систем угольных шахт и направлений их развития с учетом ресурсного потенциала и особенностей функциональных сред. Теоретическую основу методологического и научно-методического обеспечения обоснования проектных решений и синтеза технологических систем угольных шахт в сложившихся экономических условиях составляют байесовский подход и методы теории нечетких множеств, предусматривающие наиболее полный учет характерных особенностей неопределенности и риска, сформировавшихся в угольной отрасли. Общая стратегия решения задачи обоснования проектных решений реализуется на базе интеграции методологических подходов, иерархической структуры декомпозиции технологической системы угольной шахты, принципов совместимости, диапазонов и условий вариабельности ее рациональных вариантов, являющихся топологической основой синтеза ее рациональных вариантов.

SCIENTIFIC AND METHODOLOGICAL SUPPORT FOR THE FORMATION OF DESIGN, TECHNOLOGICAL AND ORGANIZATIONAL MECHANISMS FOR THE EFFECTIVE FUNCTIONING OF COAL MINES

*S.O. Varigin*¹, Student, e-mail: msmu-prpm@yandex.ru, *V.V. Agafonov*¹, Dr. Sci. (Eng.), Professor,

¹ Mining Institute, National University of Science and Technology «MISiS», 119049, Moscow, Russia.

The results of analytical researches in the field of development of scientific and methodical base of justification of the basic design decisions of technological systems of coal mines and directions of their development taking into account resource potential and features of functional environments are presented. The theoretical basis of methodological and scientific-methodical support of justification of design decisions and synthesis of technological systems of coal mines in the current economic conditions is the Bayesian approach and methods of the theory of fuzzy sets, providing the most complete account of the characteristic features of uncertainty and risk, formed in the coal industry. The General strategy of solving the problem of substantiation of the design solutions being implemented based on the integration of methodological approaches, hierarchical breakdown structure of the technological systems of coal mines, the principles of compatibility, ranges, and terms of variability of its rational variants, which is a topological basis of a synthesis of rational variants.