

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ РАЗРУШЕНИЯ ГОРНЫХ ПОРОД УДАРНЫМ ИНСТРУМЕНТОМ

А.Б. Жабин¹, И.М. Лавит¹, А.В. Поляков¹, З.Э. Керимов¹

¹ Тульский государственный университет, Тула, Россия, e-mail: zhabin.tula@mail.ru

Аннотация: Рассматриваемая математическая модель разрушения горных пород ударным инструментом представляется как совокупность двух моделей. Первая — это модель взаимодействия бойка и инструмента. Она позволяет найти усилие (как функцию времени), с которым инструмент действует на массив. Вторая модель описывает напряженное состояние массива в зависимости от времени и дает оценку его прочности. Объединение упомянутых моделей устанавливает влияние параметров инструмента и механических характеристик массива на объем разрушения. Действие инструмента на массив сводится к сосредоточенной нагрузке по оси инструмента. Зависимость ее модуля от времени получается в результате расчетов по первой математической модели. В качестве геометрических исходных данных задаются толщина скальвируемого слоя, угол наклона нагрузки и шаг ее приложения. Напряженное состояние массива определяется в результате решения начально-краевой задачи динамической теории упругости численным методом, представляющим собой объединение метода прямых (используется схема Кранка-Николсон) и метода конечных элементов. Для оценки прочности породы используются критерии Кулона-Мора и Морозова-Петрова, позволяющие найти объем разрушенной породы. Приведен пример расчета для гидравлической машины ударного действия G100 фирмы «Rammer» (Финляндия).

Ключевые слова: горный массив, ударный инструмент, математическая модель, метод прямых, метод конечных элементов, критерий Кулона-Мора, критерий Морозова-Петрова.

Благодарность: Результаты исследования опубликованы при финансовой поддержке ТулГУ в рамках научного проекта № НИР 2019-18.

Для цитирования: Жабин А.Б., Лавит И.М., Поляков А.В., Керимов З.Э. Математическая модель разрушения горных пород ударным инструментом // Горный информационно-аналитический бюллетень. – 2020. – № 11. – С. 140–150. DOI: 10.25018/0236-1493-2020-11-0-140-150.

Mathematical model of piston/bit interaction in percussive destruction of rocks

A.B. Zhabin¹, I.M. Lavit¹, A.V. Polyakov¹, Z.E. Kerimov¹

¹ Tula State University, Tula, Russia, e-mail: zhabin.tula@mail.ru

Abstract: The mathematical model of percussive destruction of rocks is represented by a set of two sub-models. The first sub-model simulates piston/bit interaction and allows finding the bit force on rocks as a function of time. The second sub-model describes the temporal variation of stress state and estimates strength of rock mass. Integration of the sub-models enables determining the influence exerted by the rock-breaking tool parameters and by mechanical characteristics of rock mass on the volume of destruction. The tool affects rock mass by concentrated

load along the tool axis. The time variation of the loading modulus is obtained from the first sub-model. The input dimension data are set as the depth of shear cut, torque angle and loading step. The stress state of rocks mass is determined from the numerical solution of an initial-boundary value dynamic problem of elasticity by integration of the method of lines (Crank-Nicolson approach) and the method of finite elements. The strength assessment of rocks uses the criteria of Mohr-Coulomb and Morozov-Petrov, which make it possible to find volume of rock destruction. The calculation is exemplified by a case-study of Rammer G100 hydraulic hammer, Finland.

Key words: rock mass, percussive tool, mathematical model, method of lines, finite element method, Mohr-Coulomb criterion, Morozov-Petrov criterion.

Acknowledgements: The study was supported by the Tula State University, R&D Project No. 2019-18.

For citation: Zhabin A. B., Lavit I. M., Polyakov A. V., Kerimov Z. E. Mathematical model of piston/bit interaction in percussive destruction of rocks. *MIAB. Mining Inf. Anal. Bull.* 2020;(11):140-150. [In Russ]. DOI: 10.25018/0236-1493-2020-11-0-140-150.

Введение

В работах [1 – 12] отмечались перспективность и эффективность ударного способа разрушения горных пород. Его математическое моделирование представляет собой, фактически, совокупность двух независимых математических моделей [9].

Первая модель — это модель взаимодействия бойка и инструмента при условии, что рабочий конец инструмента, контактирующий с массивом, неподвижен. Эта модель позволяет найти усилие (как функцию времени), с которым инструмент действует на массив.

Вторая математическая модель описывает напряженное состояние массива в зависимости от времени. При включении в нее критерия прочности она позволяет найти объем разрушаемого материала.

Объединение упомянутых моделей дает возможность установить влияние различных конструктивных и режимных параметров инструмента, а также прочности горного массива на объем разрушенного материала.

Первая модель рассмотрена в статье [9]. В данной статье рассматривается

вторая математическая модель, а также их объединение.

Общее представление о механических процессах, протекающих при ударном разрушении горных пород, дано в работе [8].

По бойку и далее по инструменту, как по волноводу, подводится импульс напряжений, амплитуда которого превышает прочность породы. Под действием этого импульса вблизи лезвия инструмента формируется зона разрушения. Напряженное состояние массива достаточно точно определяется в предположении плоской деформации [8], что существенно упрощает расчет.

Отметим, что в этой работе предпринята попытка получить аналитическое решение задачи, но, в силу ее сложности, пришлось вводить дополнительные гипотезы. Примеры расчета в работе [8] отсутствуют, и поэтому нельзя сделать вывод об эффективности метода.

Настоящее исследование развивает представления, введенные и обоснованные в работе [8]. Решение начально-краевой задачи теории упругости, позволяющее определить объем разрушенного материала, находится численным

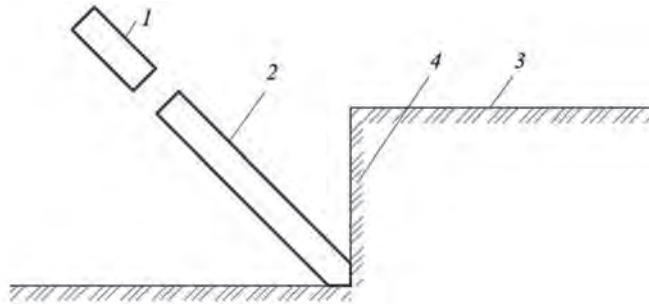


Рис. 1. Схема взаимодействия породоразрушающего инструмента с массивом: 1 – боек; 2 – ударный инструмент; 3 – горный массив; 4 – скалываемый уступ

Fig. 1. Scheme of interaction of rock-cutting tool with the rock mass: 1 – striker; 2 – impact tool; 3 – rock mass; 4 – chipped ledge

методом, представляющим собой объединение метода прямых и метода конечных элементов.

Математическая модель разрушения горного массива

Как показано в работе [8], угол заострения инструмента практически не влияет на разрушение массива. Это обусловлено тем, что характерный размер разрушенного материала намного превосходит размер области, в пределах которой существенно влияние угла за-

острения инструмента. Вследствие этого можно свести действие инструмента на массив к сосредоточенной нагрузке, направленной вдоль оси инструмента. Зависимость ее модуля от времени $R(t)$ считается известной; метод определения этой зависимости изложен в статье [9]. Время отсчитывается от начала удара: $t \in [0, T]$, где T – момент окончания удара. При $t > T$ нагрузка на массив равна нулю. Однако вследствие динамичности задачи напряжения в некоторых областях массива могут продолжать ра-

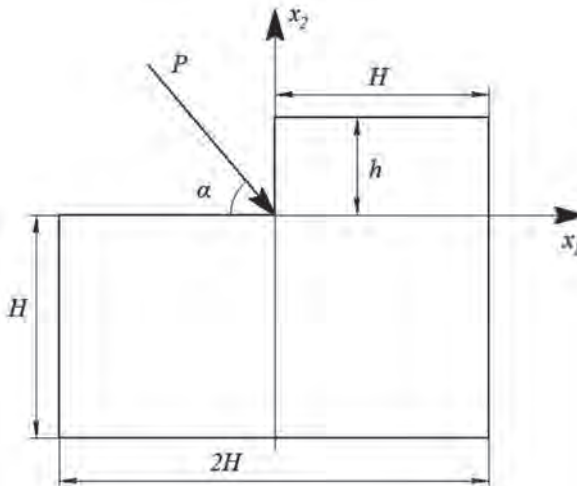


Рис. 2. Расчетная схема: h – толщина скалываемого слоя; α – угол наклона инструмента (нагрузки); H – размер расчетной области

Fig. 2. The design scheme: h is the thickness of the chipped layer; α is the angle of inclination of the tool (load); H – size of the computational domain

сти, поэтому продолжительность расчетного интервала времени t_{\max} следует выбирать больше величины T .

Расчетная схема задачи представлена на рис. 2.

Массив рассматривается как упругая среда, характеризуемая материальными константами E , ν , ρ , где E — модуль Юнга; ν — коэффициент Пуассона; ρ — плотность. В качестве геометрических исходных данных задаются толщина скальваемого слоя h и угол наклона нагрузки α . Нагрузка P определяется как $P = R/a$, где a — характерный размер массива в направлении, перпендикулярном плоскости рис. 2. В качестве этой величины предлагается выбирать шаг приложения ударной нагрузки.

Величина H задается таким образом, чтобы за время удара отраженная волна не успела дойти до области разрушения, размеры которой соизмеримы с размером скальваемого слоя h . При этом должно выполняться условие $H/h \ll 1$.

Пусть c_d — скорость волн расширения, определяемая формулой [13]

$$c_d = \sqrt{\frac{(1-\nu)E}{(1+\nu)(1-2\nu)\rho}}. \quad (1)$$

Сформулированному условию можно удовлетворить, полагая $H > c_d t_{\max} / 2$. При этом граничные условия на участках граничного контура $x = \pm H$ и $y = -H$ не влияют на процесс разрушения. Поэтому можно без потери общности задать на этих границах естественные для них условия свободного края. Но в какой-то одной точке следует положить перемещения и скорости равными нулю, в какой-то другой точке — то же самое, но только вдоль одной из осей. Это главные граничные условия, необходимые для исключения перемещения рассматриваемой области как абсолютного твердого тела.

В дополнение к граничным условиям необходимо задать начальные усло-

вия задачи. В начальный момент массив находится в состоянии покоя: перемещения, скорости, деформации и напряжения равны нулю.

Решение поставленной задачи расчета напряжений в массиве в зависимости от времени получается методом прямых в сочетании с методом конечных элементов. В данном случае решается задача о плоской деформации. Поэтому из компонент тензора напряжений ненулевыми будут σ_{11} , σ_{22} , σ_{33} и σ_{12} , а из компонент тензора деформаций — ε_{11} , ε_{22} и ε_{12} . Из компонент вектора перемещений отличны от нуля u_1 и u_2 ; им соответствуют в общем случае ненулевые скорости v_1 и v_2 .

Исходным является вариационное уравнение принципа возможных перемещений

$$\int_l p_k \delta u_k dl = \int_S (\rho \partial_t v_k \delta u_k + \sigma_{km} \delta \varepsilon_{km}) dS; \quad (2)$$

$$k, m = 1, 2; \quad \partial_t = \partial / \partial t$$

где S — площадь области; l — ограничивающий ее контур; p_k — внешняя нагрузка; u_k — векторное поле перемещений; δ — символ вариации.

Для решения уравнения (2) применяется метод прямых [14]. Суть его состоит в том, что оператор дифференцирования по времени заменяется конечно-разностным оператором. Задача сводится к последовательно решаемым краевым задачам с переменной правой частью. Используемая в данной работе конечно-разностная схема — это апробированная неявная схема Кранка-Николсон [15, 16].

Разобьем интервал интегрирования по времени на шаги величиной Δt . Пусть n — номер шага интегрирования по времени. Конечно-разностное представление производной по времени от некоторой функции $y(t, x_m)$ на n -ом шаге имеет вид

$$\partial_t y = \frac{y^n - y^{n-1}}{\Delta t}, \quad (3)$$

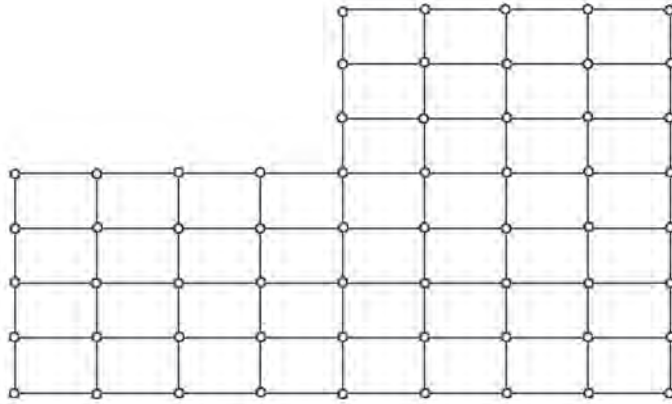


Рис. 3. Сетка конечных элементов (не в масштабе)
Fig. 3. The finite element mesh (not to scale)

где y^{n-1} и y^n — значения y на границах временного интервала. Величины, не содержащие производных по времени, представляются на n -ом шаге интегрирования по времени в виде

$$y = \frac{1}{2}(y^n + y^{n-1}), \quad (4)$$

то есть как среднее арифметическое граничных значений.

С использованием формул (3) и (4) конечно-разностное представление уравнения (2) записывается в виде

$$v_k^n = \frac{2}{\Delta t}(u_k^n - u_k^{n-1}) - v_k^{n-1}; \quad (5)$$

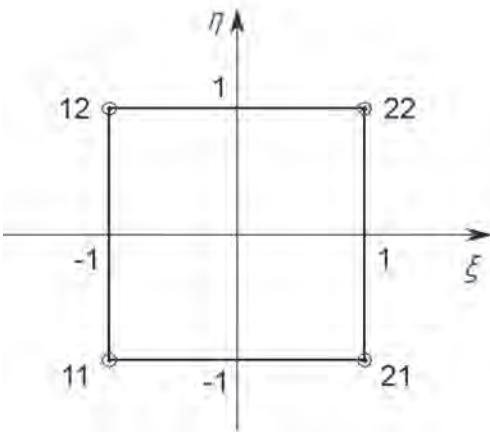


Рис. 4. Конечный элемент в локальных координатах

Fig. 4. Finite element in local coordinates

$$\int_S \left[\frac{4\rho}{(\Delta t)^2} u_k^n \delta u_k + \sigma_{km}^n \delta \varepsilon_{km} \right] dS =$$

$$= \int_l (p_k^n + p_k^{n-1}) \delta u_k dl +$$

$$+ \int_S \left[\frac{4\rho}{\Delta t} \left(\frac{1}{\Delta t} u_k^{n-1} + v_k^{n-1} \right) \delta u_k - \sigma_{km}^{n-1} \delta \varepsilon_{km} \right] dS \quad (6)$$

Величины с индексами $n-1$ известны из решения для предыдущего шага. Из системы (5), (6) определяются величины с индексом n , причем вначале из уравнения (6) определяются перемещения u_k^n , а затем из уравнения (5) — скорости v_k^n .

На каждом шаге интегрирования по времени уравнение (6) решается методом конечных элементов. Область, изображенная на рис. 2, разбивается на конечные элементы так, как показано на рис. 3. Каждый элемент имеет 8 степеней свободы. Размеры элементов различны, но в локальных координатах ξ, η все элементы одинаковы. Конечный элемент в локальных координатах — квадрат со стороной, равной двум (рис. 4).

Ниже используются обозначения: $x = x_1$; $y = x_2$; $u = u_1$; $v = u_2$. Точка над индексом обозначает производную по времени. Верхний индекс, указывающий номер шага интегрирования по времени, опускается.

Глобальные координаты узлов X_{ij}, Y_{ij} , где $i, j = 1, 2$, вычисляются при построении конечно-элементной сетки. Здесь ij – номер узла в локальной нумерации (рис. 4). Глобальные координаты внутренних и граничных точек конечного элемента определяются формулами

$$\begin{aligned} x &= [X_2 + X_1 + (X_2 - X_1)\xi]/2; \\ y &= [Y_2 + Y_1 + (Y_2 - Y_1)\eta]/2; \\ X_1 &= X_{11} = X_{12}; \quad X_2 = X_{21} = X_{22}; \\ Y_1 &= Y_{11} = Y_{21}; \quad Y_2 = Y_{12} = Y_{22} \end{aligned} ;$$

Пусть U_{ij} – перемещения ij -го узла в направлении оси абсцисс, а V_{ij} – в направлении оси ординат. Перемещения точек элемента находятся по формулам:

$$u = L_i(\xi)L_j(\eta)U_{ij}; \quad v = L_i(\xi)L_j(\eta)V_{ij}. \quad (7)$$

где $L_1(z) = \frac{1}{2}(1-z)$; $L_2(z) = \frac{1}{2}(1+z)$ – интерполяционные полиномы Лагранжа. Найдем деформации:

$$\varepsilon_{11} = \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial u}{\partial \xi} \frac{\partial \xi}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial \eta} \frac{\partial \eta}{\partial x} = \frac{(-1)^i}{X_2 - X_1} L_j(\eta) U_{ij}$$

$$\varepsilon_{12} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \quad (8)$$

$$= \frac{1}{2} \left[\frac{(-1)^j}{Y_2 - Y_1} L_i(\xi) U_{ij} + \frac{(-1)^i}{X_2 - X_1} L_j(\eta) V_{ij} \right];$$

$$\varepsilon_{22} = \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{(-1)^j}{Y_2 - Y_1} L_i(\xi) V_{ij}$$

Подстановка выражений, связывающих деформации с напряжениями,

$$\sigma_{11} = \left(K + \frac{4}{3}G \right) \varepsilon_{11} + \left(K - \frac{2}{3}G \right) \varepsilon_{22};$$

$$\sigma_{12} = 2G\varepsilon_{12};$$

$$\sigma_{22} = \left(K + \frac{4}{3}G \right) \varepsilon_{22} + \left(K - \frac{2}{3}G \right) \varepsilon_{11};$$

$$\sigma_{33} = \left(K - \frac{2}{3}G \right) (\varepsilon_{11} + \varepsilon_{22});$$

$$K = \frac{E}{3(1-2\nu)}; \quad G = \frac{E}{2(1+\nu)}$$

в вариационное уравнение (6) приводит его левую часть к виду:

$$\begin{aligned} \int_S \left[\frac{4\rho}{(\Delta t)^2} u_k^n \delta u_k + \sigma_{km}^n \delta \varepsilon_{km} \right] dS = \\ = \frac{1}{4} (X_2 - X_1)(Y_2 - Y_1) \cdot \\ \cdot \left\{ \frac{4\rho}{(\Delta t)^2} \alpha_{im} \alpha_{jk} (U_{ij}^n \delta U_{mk} + V_{ij}^n \delta V_{mk}) + \right. \\ + \left[\left(K + \frac{4}{3}G \right) \frac{(-1)^i (-1)^m \alpha_{jk}}{(X_2 - X_1)^2} + \right. \\ + G \frac{(-1)^j (-1)^k \alpha_{im}}{(Y_2 - Y_1)^2} \left. \right] U_{ij}^n \delta U_{mk} + \\ + \left[\left(K - \frac{2}{3}G \right) \frac{(-1)^j (-1)^m}{(X_2 - X_1)(Y_2 - Y_1)} + \right. \\ + G \frac{(-1)^i (-1)^k}{(X_2 - X_1)(Y_2 - Y_1)} \left. \right] V_{ij}^n \delta U_{mk} + \\ + \left[\left(K - \frac{2}{3}G \right) \frac{(-1)^i (-1)^k}{(X_2 - X_1)(Y_2 - Y_1)} + \right. \\ + G \frac{(-1)^j (-1)^m}{(X_2 - X_1)(Y_2 - Y_1)} \left. \right] U_{ij}^n \delta V_{mk} + \\ \left. + \left[\left(K + \frac{4}{3}G \right) \frac{(-1)^j (-1)^k \alpha_{im}}{(Y_2 - Y_1)^2} + \right. \right. \\ \left. \left. + G \frac{(-1)^i (-1)^m \alpha_{jk}}{(X_2 - X_1)^2} \right] V_{ij}^n \delta V_{mk} \right\} \quad (9) \end{aligned}$$

где матрица α имеет вид

$$\alpha = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Аналогично находится интеграл по площади в правой части.

Распределенная нагрузка в данной задаче отсутствует, а сосредоточенная прикладывается непосредственно к узлу.

Далее вклады конечных элементов суммируются, и в результате получается система линейных алгебраических уравнений относительно узловых пере-

мещений. К соответствующим элементам матрицы-столбца правых частей добавляется сосредоточенная нагрузка:

$P \cos \alpha$ — для строки, соответствующей перемещению вдоль оси абсцисс, и

$P \sin \alpha$ — для строки, соответствующей перемещению вдоль оси ординат.

Далее учитываются нулевые главные граничные условия, после чего решается система уравнений.

Рассмотрим вопрос об оценке прочности массива и, как следствие, о вычислении объема разрушенной породы. Для оценки прочности предлагается использовать критерий Кулона-Мора. Чтобы его применить, необходимо найти главные напряжения (речь идет о некоторой точке массива).

Для определения главных напряжений вычисляются собственные значения тензора напряжений, матрица которого в данном случае плоской деформации имеет вид

$$\begin{pmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & 0 \\ \sigma_{12} & \sigma_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{33} \end{pmatrix}. \quad (10)$$

Собственные значения λ являются корнями уравнения

$$\begin{vmatrix} \sigma_{11} - \lambda & \sigma_{12} & 0 \\ \sigma_{12} & \sigma_{22} - \lambda & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{33} - \lambda \end{vmatrix} = 0. \quad (11)$$

Получаем:

$$\lambda_1 = \sigma_{33};$$

$$\lambda_{2,3} = \frac{1}{2} \left[\sigma_{11} + \sigma_{22} \pm \sqrt{(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + 4\sigma_{12}^2} \right] \quad (12)$$

Главные напряжения равны собственным значениям $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$. Их номера подбираются так, чтобы выполнялось неравенство

$$\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3. \quad (13)$$

В соответствии с критерием Кулона-Мора рассмотрим безразмерную величину

$$\chi = \begin{cases} \frac{\sigma_1}{\sigma_{B+}} - \frac{\sigma_3}{\sigma_{B-}}, & \text{если } \sigma_3 < 0; \\ \frac{\sigma_1}{\sigma_{B+}}, & \text{если } \sigma_3 > 0, \end{cases} \quad (14)$$

где σ_{E+} и σ_{E-} — экспериментально определяемые материальные константы. Их физический смысл: σ_{E+} — предел прочности при растяжении; σ_{E-} — предел прочности при сжатии. Согласно критерию Кулона-Мора, при выполнении неравенства

$$\chi \geq 1 \quad (15)$$

происходит разрушение.

Критерий в виде (15) применим при квазистатическом нагружении. Разрушение в рассматриваемом случае — динамическое: в течение очень короткого времени действует большая нагрузка. Экспериментально установлено, что для разрушения недостаточно нарушения условия прочности: необходимо, чтобы это нарушение продолжалось в течение времени, определяемого с помощью дополнительной материальной константы материала τ , которая называется инкубационным временем. Неравенство (2.68) преобразуется к форме Морозова-Петрова [17]

$$\frac{1}{\tau} \int_{t_1}^{t_2} \chi(s) ds \geq 1. \quad (16)$$

При вычислениях этот критерий используется следующим образом: неравенство (16) считается выполненным, если находится временной интервал $\tau_* = t_2 - t_1$, на протяжении которого выполняется неравенство (15). При этом, конечно, нужно учитывать возможность многократного приложения нагрузки. Пусть N — число ударов инструмента в одну и ту же точку массива. Тогда критерий (16) можно приближенно записать в виде

$$N\tau_* > \tau.$$

С использованием этого критерия можно найти объем разрушенной поро-

ды. По результатам расчета определяется область, где выполняется критерий разрушения (16). Площадь этой области S_p умножается на характерный размер a . Это и будет объем разрушенной породы

$$V_p = S_p \cdot a. \quad (17)$$

Пример расчета

В работе [9] определена зависимость от времени усилия, действующего на массив со стороны инструмента гидрав-

лической машины ударного действия G100 фирмы «Rammer» (Финляндия) [8]. Продолжительность удара получилась равной $T = 5,89$ мс. Рассмотрим расчет объема разрушенной породы, исходя из предположения, что материал массива — гранит. Его механические характеристики [15]: модуль Юнга $E = 0,657 \cdot 10^{11}$ Н/м²; коэффициент Пуассона $\nu = 0,14$; плотность $\rho = 2570$ кг/м³; предел прочности на сжатие $\sigma_{B-} = 83,8 \cdot 10^6$ Н/м²; предел прочности на растяжение $\sigma_{B+} =$

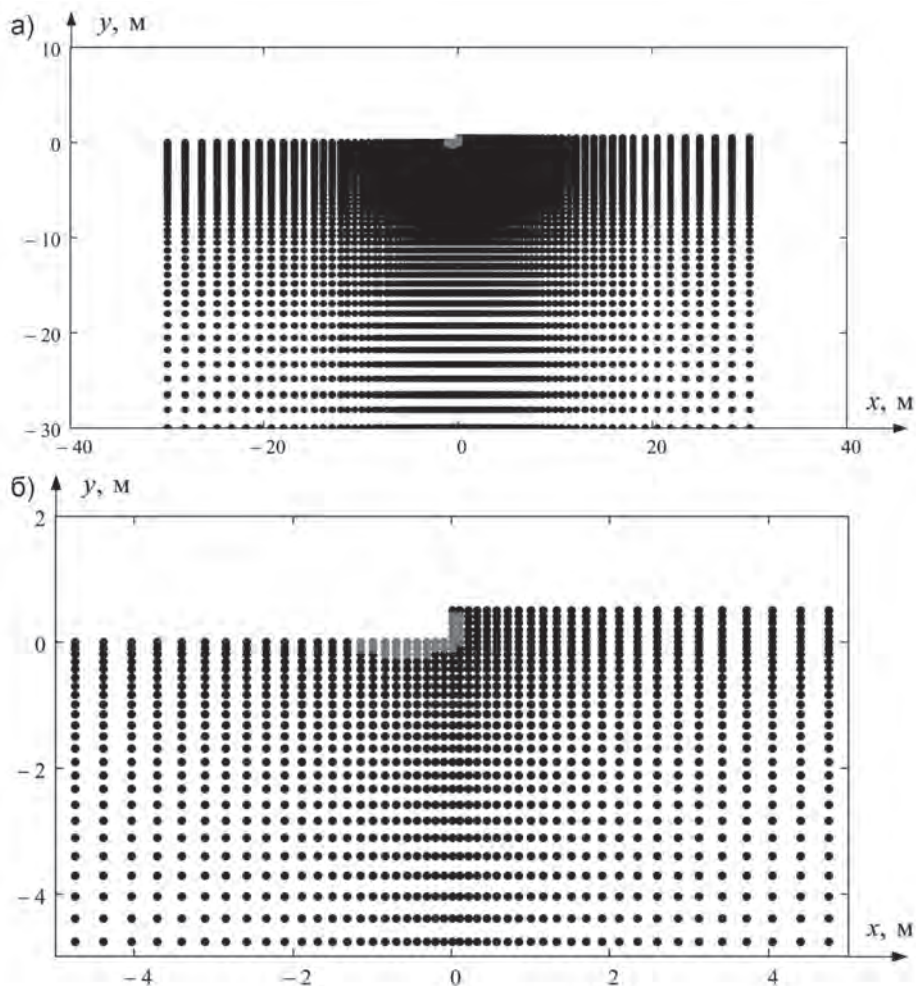


Рис. 5. Расчетная область (а) и ее фрагмент (б). Серым цветом выделены узлы, где материал разрушен
Fig. 5. The calculated area (a) and its fragment (b). The nodes where the material is destroyed are highlighted in gray

= $9,18 \cdot 10^6$ Н/м². Инкубационное время принималось равным $\tau = 1$ мс; толщина скальываемого слоя $h = 0,5$ м; угол наклона нагрузки $\alpha = 45^\circ$; шаг приложения ударной нагрузки $a = 0,5$ м; число ударов инструмента в одну и ту же точку массива $N = 10$. Продолжительность расчетного временного интервала задавалась как $t_{\max} = 7$ мс; шаг интегрирования по времени $\Delta t = 1$ мкс; размер расчетной области $H = 30$ м; число горизонтальных рядов конечных элементов в скальываемом слое $n_1 = 5$; число вертикальных рядов конечных элементов $n_2 = 100$. При этом порядок разрешающей системы линейных уравнений, решаемой на каждом шаге интегрирования по времени, равен 10 812. Отметим, что величины t_{\max} , Δt , H , n_1 , n_2 выбраны в результате сравнительных расчетов таким образом, чтобы относительная погрешность результата расчета не превышала 1%.

На рис. 5 представлена расчетная область (а) и ее фрагмент (б). Кружками выделены узлы конечно-элементной сет-

ки. Узлы, в которых материал разрушен [выполнен критерий (16)], выделены серым цветом. Площадь разрушенной части области легко считается. В данном случае это $S_* = 0,211$ м². При этом объем разрушенной породы оказывается равным $V_p = 0,105$ м³.

Заключение

Теория, изложенная в работе [8], основана на верных предпосылках, но, в силу невозможности аналитически решить задачу динамической теории упругости для определения поля напряжений, не может считаться завершенной. Настоящая работа развивает эту теорию: находится численное решение начально-краевой задачи и, как следствие, определяется объем разрушенного материала. Отмечается важная особенность рассматриваемой задачи: ее многофакторность. Результат существенно зависит как от параметров бояка и инструмента (см. работу [9]), так и от приведенных выше характеристик материала и геометрии скальываемого слоя.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кравченко В. А. Обоснование гидравлических устройств ударного действия с пониженной удельной металлоемкостью для разрушения горных пород. Автореф. дис. канд. техн. наук. — Орел, 2004. — 23 с.
2. Доброборский Б. С., Овчаров А. А. Исследования машины ударного действия с подвижным ударным механизмом // Современные проблемы науки и образования. — 2014. — № 5. <https://science-education.ru/pdf/2014/5/468.pdf> (дата обращения: 24.09.2014).
3. Абраменков Д. Э., Абраменков Э. А., Дедов А. С., Крутиков Е. И. Пневматический ударный механизм с комбинированным воздухораспределением // Известия высших учебных заведений. Строительство. — 2014. — № 4. — С. 114–118.
4. Gorodilov L. V. Analysis of the dynamics of two-way hydropercussion systems. Part II: Influence of design factors and their interaction with rocks // Journal of Mining Science. 2013. Vol. 49. No 3. Pp. 465–474. DOI: 10.1134/S1062739149030143.
5. Oparin V. N., Timonin V. V., Karpov V. N., Smolyanitsky B. N. Energy-based volumetric rock destruction criterion in the rotary-percussion drilling technology improvement // Journal of Mining Science. 2017. Vol. 53. No 6. Pp. 1043–1064. DOI: 10.1134/S1062739117063114.
6. Redelin R. A., Kravchenko V. A., Kamanin Y. N., Panichkin A. V., Bozhanov A. A. Study of effect of in-line hydropneumatic accumulators on output characteristics of hydraulic hammer // IOP Conference Series Earth and Environmental Science. 2017. Vol. 87. No 2. Article 022016. DOI: 10.1088/1755-1315/87/2/022016.
7. Tian Jialin, Yang Zhi, Li You, Yang Lin, Wu Chunming, Liu Gang, Yuan Changfu Vibration analysis of new drill string system with hydro-oscillator in horizontal well // Journal

of Mechanical Science and Technology. 2016. Vol. 30. No 6. Pp. 2443–2451. DOI 10.1007/s12206-016-0504-z.

8. Ушаков Л. С., Котылев Ю. Е., Кравченко В. А. Гидравлические машины ударного действия. — М.: Машиностроение, 2000. — 416 с.

9. Жабин А. Б., Лавит И. М., Поляков А. В., Керимов З. Э. Математическая модель взаимодействия бойка и инструмента при ударном разрушении горных пород // Горный информационно-аналитический бюллетень. — 2020. — № 7. — С. 94–103. DOI: 10.25018/0236-1493-2020-7-0-94-103.

10. Ушаков Л. С., Климов В. Е. Современные тенденции развития проходческой техники для крепких горных массивов // Инновации на транспорте и в машиностроении: сборник трудов IV международной научно-практической конференции. Т. II. — СПб.: НМСУ «Горный», 2016. — С. 63–68.

11. Каманин Ю. Н., Ушаков Л. С. Разработка новых технологий проходки туннелей в твердых породах // Транспортные системы и технологии. — 2016. — № 4(6). — С. 77–86.

12. Li X., Wang S., Ge S., Malekian R., Li Z. A theoretical model for estimating the peak cutting force of conical picks // Experimental Mechanics. 2018. Vol. 58. Pp. 709–720. DOI: 10.1007/S11340-017-0372-1.

13. Тимошенко С. П., Гудьер Дж. Теория упругости. — М.: Наука, 1979. — 560 с.

14. Ладыженская О. А. Краевые задачи математической физики. — М.: Наука, 1973. — 408 с.

15. Стрэнч Г., Фикс Дж. Теория метода конечных элементов. — М.: Мир, 1977. — 349 с.

16. Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике. — М.: Мир, 1975. — 541 с.

17. Морозов Н. Ф., Петров Ю. В. Проблемы динамики разрушения твердых тел. — СПб.: СПбГУ, 1997. — 132 с.

18. Барон Л. И., Хмельковский И. Е. Разрушаемость горных пород свободным ударом. — М.: Наука, 1971. — 203 с. **ИДБ**

REFERENCES

1. Kravchenko V.A. *Obosnovanie gidravlicheskiykh ustroystv udarnogo deystviya s ponizhennoy udel'noy metalloemkost'yu dlya razrusheniya gornyykh porod* [Justification of hydraulic impact devices with reduced specific metal content for rock destruction], Candidate's thesis, Orel, 2004, 23 p.

2. Dobroborskiy B.S., Ovcharov A.A. Research impact machine with movable hammer mechanism. *Modern problems of science and education*. 2014, no 5, available at: <https://science-education.ru/pdf/2014/5/468.pdf> (accessed: 24.09.2014). [In Russ].

3. Abramenzov D.E., Abramenzov E.A., Dedov A.S., Krutikov E.I. Pneumatic hammer mechanism with a combination of the air. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Stroitel'stvo*. 2014, no 4, pp. 114–118. [In Russ].

4. Gorodilov L.V. Analysis of the dynamics of two-way hydropercussion systems. Part II: Influence of design factors and their interaction with rocks. *Journal of Mining Science*. 2013. Vol. 49. No 3. Pp. 465–474. DOI: 10.1134/S1062739149030143.

5. Oparin V.N., Timonin V.V., Karpov V.N., Smolyanitsky B.N. Energy-based volumetric rock destruction criterion in the rotary-percussion drilling technology improvement. *Journal of Mining Science*. 2017. Vol. 53. No 6. Pp. 1043–1064. DOI: 10.1134/S1062739117063114.

6. Redelin R.A., Kravchenko V.A., Kamanin Y.N., Panichkin A.V., Bozhanov A.A. Study of effect of in-line hydropneumatic accumulators on output characteristics of hydraulic hammer. *IOP Conference Series Earth and Environmental Science*. 2017. Vol. 87. No 2. Article 022016. DOI: 10.1088/1755-1315/87/2/022016.

7. Tian Jialin, Yang Zhi, Li You, Yang Lin, Wu Chunming, Liu Gang, Yuan Changfu. Vibration analysis of new drill string system with hydro-oscillator in horizontal well. *Journal of Mechanical Science and Technology*. 2016. Vol. 30. No 6. Pp. 2443–2451. DOI 10.1007/s12206-016-0504-z.

8. Ushakov L. S., Kotylev Yu. E., Kravchenko V. A. *Gidravlicheskie mashiny udarnogo deystviya* [Hydraulic percussive machines], Moscow, Mashinostroenie, 2000, 416 p.

9. Zhabin A. B., Lavit I. M., Polyakov A. V., Kerimov Z. E. Mathematical model of piston-tool interaction in rock fracture by impact. *MIAB. Mining Inf. Anal. Bull.* 2020, no 7, pp. 94–103. [In Russ]. DOI: 10.25018/0236-1493-2020-7-0-94-103.

10. Ushakov L. S., Klimov V. E. Modern trends in the development of tunneling equipment for strong mountain ranges. *Innovatsii na transporte i v mashinostroenii: sbornik trudov IV mezh-dunarodnoy nauchno-prakticheskoy konferentsii* [Innovations in transport and engineering: proceedings of the IV international scientific and practical conference], Vol. II. Saint-Petersburg, NMSU «Gornyy», 2016, pp. 63–68. [In Russ].

11. Kamanin Yu. N., Ushakov L. S. Development of new technologies for tunneling in solid rock. *Transportnye sistemy i tekhnologii.* 2016, no 4(6), pp. 77–86. [In Russ].

12. Li X., Wang S., Ge S., Malekian R., Li Z. A theoretical model for estimating the peak cutting force of conical picks. *Experimental Mechanics.* 2018. Vol. 58. Pp. 709–720. DOI: 10.1007/S11340-017-0372-1.

13. Timoshenko S. P., Gudier J. *Teoriya uprugosti* [Elasticity theory], Moscow, Nauka, 1979, 560 p.

14. Ladyzhenskaya O. A. *Kraevye zadachi matematicheskoy fiziki* [Boundary value problems in mathematical physics], Moscow, Nauka, 1973, 408 p.

15. Strange G., Fix J. *Teoriya metoda konechnykh elementov* [An analysis of the finite element method], Moscow, Mir, 1977, 349 s.

16. Zenkevich O. *Metod konechnykh elementov v tekhnike* [The finite element method in engineering science], Moscow, Mir, 1975, 541 p.

17. Morozov N. F., Petrov Yu. V. *Problemy dinamiki razrusheniya tverdykh tel* [Problems of fracture dynamics of solids], Saint-Petersburg, SPbGU, 1997, 132 p.

18. Baron L. I., Khmel'kovskiy I. E. *Razrushaemost' gornykh porod svobodnym udarom* [Destructibility of rocks by free percussive impact], Moscow, Nauka, 1971, 203 p.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

Жабин Александр Борисович¹ — д-р техн. наук,
профессор, e-mail: zhabin.tula@mail.ru,

Лавит Игорь Михайлович¹ — д-р физ.-мат. наук,
профессор, e-mail: igorlavit@yandex.ru,

Поляков Андрей Вячеславович¹ — д-р техн. наук,
профессор, e-mail: Polyakoff-an@mail.ru,

Керимов Захит Эльдарович¹ — аспирант, e-mail: k-zahit94@mail.ru,

¹ Тульский государственный университет.

Для контактов: Жабин А.Б., e-mail: zhabin.tula@mail.ru.

INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

A. B. Zhabin¹, Dr. Sci. (Eng.), Professor, e-mail: zhabin.tula@mail.ru,

I. M. Lavit¹, Dr. Sci. (Phys. Mathem.), Professor,
e-mail: igorlavit@yandex.ru,

A. V. Polyakov¹, Dr. Sci. (Eng.), Professor,
e-mail: Polyakoff-an@mail.ru,

Z. E. Kerimov¹, Graduate Student, e-mail: k-zahit94@mail.ru,

¹ Tula State University, 300012, Tula, Russia.

Corresponding author: A. B. Zhabin, e-mail: zhabin.tula@mail.ru.

Получена редакцией 23.06.2020; получена после рецензии 13.07.2020; принята к печати 10.10.2020.

Received by the editors 23.06.2020; received after the review 13.07.2020; accepted for printing 10.10.2020.