

# НЕЛИНЕЙНЫЕ ОСОБЕННОСТИ УПРУГОГО ГИСТЕРЕЗИСА ОБРАЗЦОВ ГОРНЫХ ПОРОД ПРИ ЦИКЛИЧЕСКОМ ОДНООСНОМ НАГРУЖЕНИИ

Н. Г. Высотин

Национальный исследовательский технологический университет «МИСиС»,  
Москва, Россия

**Аннотация:** Исследование посвящено определению параметров упругого гистерезиса образцов горных пород. Параметры упругого гистерезиса определяются в интересующем диапазоне упруго-пластических допредельных деформаций и определенных условиях. В работе кратко обоснован выбор горной породы и изготовление образцов, а также приведена методика механических статических испытаний, формирующая поведение образцов в заданных напряжениях и реакцию упругих свойств на нагрузку и разгрузку. Рассмотрены экспериментальные результаты деформирования образцов горных пород в условиях упругого гистерезиса и обоснованы возникающие нелинейные эффекты на принципах микромеханической модели. Рассмотрена микромеханическая модель и другие подходы, обосновывающие нелинейный характер деформирования образцов. Обсуждены подходы и результаты исследований, позволяющие объяснить остаточные деформации на начальном этапе циклических нагрузок и стабилизацию структуры геоматериала на последующих этапах, оценить его нелинейные упругие свойства. На основе полученных результатов предложены модели для различных пород, позволяющие определить нелинейные параметры упругого гистерезиса: статические модули упругости и гистерезисный параметр. В рамках микромеханической модели определен такой параметр образцов горных пород, как обобщенная плотность трещин, которая позволяет оценить степень нелинейности упруго-пластического деформирования.

**Ключевые слова:** напряженно-деформированное состояние; одноосное сжатие; микро-трещины; гистерезис; горные породы; нелинейность; обобщенная плотность трещин.

**Для цитирования:** Высотин Н. Г. Нелинейные особенности упругого гистерезиса образцов горных пород при циклическом одноосном нагружении // Горный информационно-аналитический бюллетень. – 2021. – № 4-1. – С. 148–157. DOI: 10.25018/0236\_1493\_2021\_41\_0\_148.

## The specific non-linear elastic hysteresis of rocks under cyclic uniaxial tension

N. G. Vyotin

<sup>1</sup> National University of Science and Technology "MISIS", 119049, Moscow, Russia

**Abstract:** The paper discusses the estimation of the parameters of elastic hysteresis of rock samples. The parameters of elastic hysteresis are determined in a certain range of elastoplastic

sublimit deformations and for certain conditions. The paper substantiates the choice of rock and sample preparation, describing a static mechanical testing technique that governs the behavior of rock samples under given stresses and the response of the elastic properties to loading/unloading. The paper analyzes the experimental results of deformation of rock samples under conditions of elastic hysteresis and explains the arising nonlinear effects using the principles of a micromechanical model. The micromechanical model and other approaches substantiating the nonlinear nature of rock sample deformation are considered. The paper discusses the approaches and results that explain residual deformations at the initial stage of cyclic loading and stabilization of the structure of geomaterial at subsequent stages, assessing its nonlinear elastic properties. Based on the results, models for various rocks are proposed to determine the nonlinear parameters of elastic hysteresis: static elastic moduli and hysteresis parameter. Based on the micromechanical model, the generalized density of cracks in rock samples is determined, thereby making it possible to estimate the degree of nonlinearity of elastoplastic deformation.

**Key words:** stress-strain relations; uniaxial tension; microcracks; elastic hysteresis; rocks; nonlinearity; generalized crack density.

**For citation:** Vysotin N. G. The specific non-linear elastic hysteresis of rocks under cyclic uniaxial tension. *MIAB. Mining Inf. Anal. Bull.* 2021;(4-1):148–157. [In Russ]. DOI: 10.25018/0236\_1493\_2021\_41\_0\_148.

---

## Введение

В последние годы уделяется особое внимание исследованию упругих свойств геоматериалов, в том числе нелинейных, под воздействием нагрузок, вызывающих деформации [1–5].

В процессе деформирования для горных пород свойственно проявление нелинейных особенностей, связанных с их неоднородной структурой (таких как упругий гистерезис). С учетом нелинейных параметров упругого гистерезиса возможна корректная оценка эффективности механического нагружения на горные породы или правильный расчет параметров геомеханических и термодинамических процессов.

В работах [1, 2, 6, 7] дан детальный обзор исследований упругих свойств большинства микронеоднородных материалов, в частности, горных пород. Нелинейность упругих свойств горных пород обусловлена микронеоднородной структурой (микротрещины, поры, дислокации и т. д.), что показывают результаты статических испытаний — диаграммы деформирования.

Наблюдается нелинейная зависимость напряжения от деформации в области упруго-пластических деформаций диаграммы. Достаточно представительно нелинейность упругих свойств материалов определяется с применением акустических методов исследования. Известно, что основная часть горных пород — это твердая неповрежденная минеральная фаза, присутствие же небольшой части «мягких» компонентов и микротрещин приводит к изменению амплитудно-частотных характеристик, уменьшению динамических модулей, преобладанию нечетных гармоник в отклике на моночастотное возбуждение и другим динамическим эффектам.

В работах [8–10] были предложены и количественно смоделированы на микроуровне механизмы, объясняющие нелинейность кривых деформирования горных пород при нагрузках, в том числе циклических. Ключевые идеи заключаются в том, что нелинейность упругих свойств связана с распространением трещин между зернами (вдоль слабых поверхностей), и их

гистерезис обусловлен шероховатостью трещин, которая препятствует обратному смещению трещины при разгрузке образца горных пород. В принципе, для образцов горной породы характерно развитие трещин благодаря устойчивому росту микротрещин, ориентированных наиболее перспективно: перпендикулярно направлению нагрузки. Также было показано, что нелинейность диаграммы увеличивается с нагрузкой.

Представленный в [11, 12] анализ нелинейных особенностей процессов деформирования образцов горных пород обращает внимание на эффекты, связанные с раскрытием и закрытием трещин, которые уже присутствуют в породе или формируются в процессе нагружения.

Данное исследование посвящено изучению явления упругого гистерезиса при испытании образцов горных пород с применением микромеханического подхода.

Параметры упругого гистерезиса определяются в интересующем диапазоне упруго-пластических допредельных деформаций и при определенных условиях. Основой построения моделей и аналитических исследований являются экспериментальные данные по деформированию образцов. Таким образом, следует провести исследование с применением экспериментальных статических методов определения деформационных характеристик образцов горных пород.

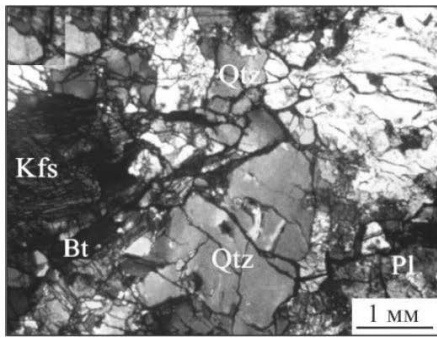
### **Материалы, методы и установки**

Рассмотрим деформационные процессы образцов горных пород, — мрамора, габбро и гранита, — имеющих определенное количество уже существующего межзеренного пространства и микротрещин, формирование которых также происходит при одноосном

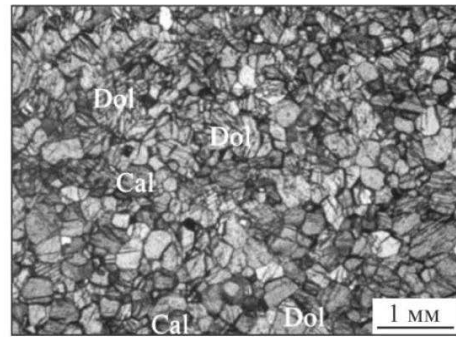
сжатии, нагрузке и разгрузке. Зачастую существующие микротрещины возникают в результате генезиса горных пород. На рис. 1 показаны типичные геометрии микротрещин в горных породах, из которого видно, что микротрещины имеют сложные формы (зависящие от кристаллографии зерен или доменов). Также для микротрещины характерна определенная «шероховатость», которая определяется ориентацией зерен и наличием других фаз по траектории распространения трещины. При сжимающей нагрузке устойчивый рост микротрещин, как уже было отмечено, начинается на достаточно больших и наиболее благоприятно ориентированных микротрещинах (перпендикулярно направлению нагрузки). Схема на рис. 2 показывает влияние шероховатости на процесс распространения трещин. При прямом нагружении профили шероховатости поверхностей трещин не совпадают, когда начинается нелинейность из-за распространения трещины (точка *b*); при разгрузке (точка *d*), берега трещин «застывают» (блокируется их смещение на пределе нагрузки *c*). Это приводит к нелинейности кривой «напряжение — деформация».

Соответственно, в горных породах накапливаются дефекты структуры, которые значительно влияют на упруго-пластические свойства. Более подробно методика и установки для испытаний образцов горной породы представлены в работе [14], в которой обосновано корректное определение параметров упругих свойств образцов размерами 20×20×40 мм согласно методу DIN EN 14580 — 2005 [15].

Для экспериментов по одноосному сжатию была использована автоматизированная электромеханическая испытательная машина LFM-50kN, оснащенная электронным контролером,



a



b

Рис. 1. Типичная микроструктура горных пород: а – гранит; б – мрамор [13]  
 Fig. 1. The typical microstructure of rocks: a – granite; b – marble [13]

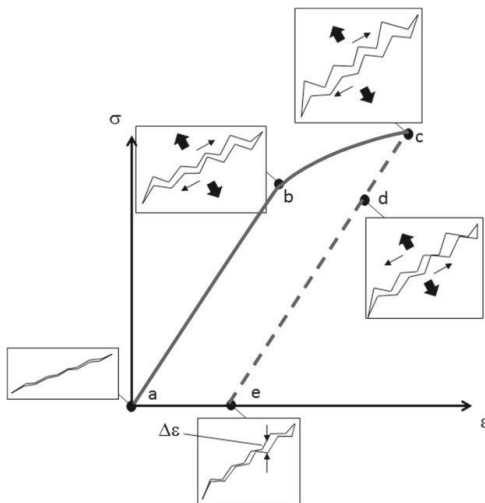


Рис. 2. Схема, показывающая значение шероховатости берегов трещины [9]  
 Fig. 2. The sketch illustrating the role of roughness of crack faces [9]

экстензометром MFA-25 и компьютером. Испытательная машина воспроизводит контролируемые напряжения в образце и измеряет соответствующие продольные и поперечные деформации.

Образец для эксперимента размещался соосно между сжимающими плитами испытательной машины. Нижняя плита неподвижна, верхняя передвигается в вертикальной плоскости с заданной скоростью (нагрузка). Кон-

троллером фиксировалось перемещение верхней плиты в мм, нагрузка – в кН, точность измерения силы  $\pm 0,5\%$  (класс точности 0,5). Максимальная сила, которая могла прилагаться к образцу, 50 кН.

Следующим этапом был ввод параметров испытания. Так как испытания представляли собой циклы нагрузки и разгрузки, во-первых, устанавливали режим преднагрузки – напряжение преднагрузки, скорость достижения преднагрузки и время нахождения образца в преднагруженном состоянии, далее задавались параметры этапов нагрузки и разгрузки – скорость, диапазон напряжения. Под нагрузкой понимается одноосное монотонное сжатие образца горной породы с постоянной скоростью. Под разгрузкой понимается монотонное снятие нагрузки с такой же скоростью, что и при нагрузке.

Напряжение на всех трех этапах было задано до 33 % от средней прочности при одноосном сжатии серии образцов. Разгрузка образца была произведена, соответственно, до напряжения 2 %, от предела прочности. Скорость нагружения и разгрузки была постоянной – 0,3 МПа/с. Для определения напряжения в прилагаемом к установке программном обеспече-

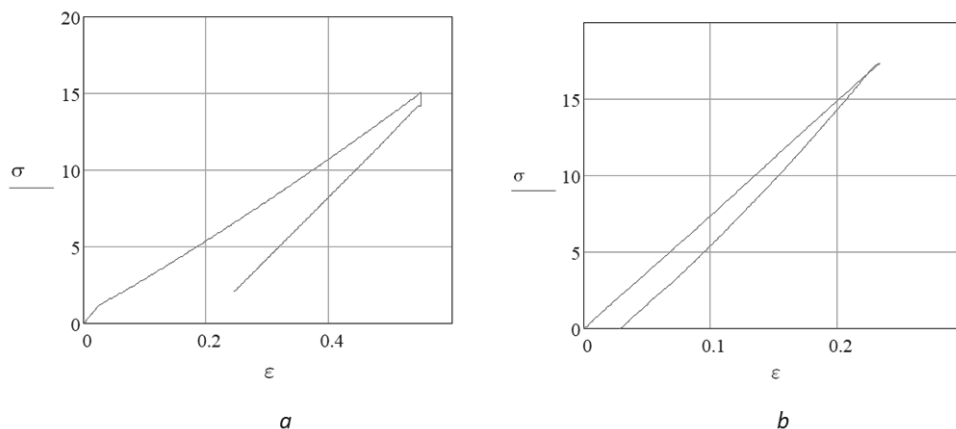


Рис. 3. Зависимости напряжения от деформации для образцов: а – мрамора  $\sigma_{\max} = 15$  МПа; б – образца известняка  $\sigma_{\max} = 17,3$  МПа.

Fig. 3. The characteristic stress-strain curves for samples: а – of marble  $\sigma_{\max} = 15$  МПа; б – of sandstone  $\sigma_{\max} = 17,3$  МПа.

нии DionPro задавались геометрические параметры образца, а контроллер, соответственно, регулировал усилие (нагрузку). Измерение продольной деформации, вызванной одноосным сжатием образца, осуществлялось экстензометром MFA-25.

Автоматический режим проведения эксперимента позволяет одновременно строить диаграммы (рис. 3) деформирования образца, двух циклов нагрузки-разгрузки для уплотнения образца и третьего цикла – петли упругого гистерезиса, в диапазоне упруго-пластических деформаций в осях «напряжение – деформация».

Таким образом, испытательная установка позволяет измерять и задавать напряжения  $\sigma$  и деформации  $\epsilon$ , которые, в свою очередь, позволяют определить статические модули упругости [16].

### Результаты

Ниже представлены некоторые результаты экспериментов по исследованию зависимостей «напряжение – деформация» образцов горных пород, полученные с применением вышеописанного статического метода и экс-

периментальной установки. На рис. 3 показаны типичные кривые зависимости напряжения от деформации образцов известняка и мрамора в результате циклической нагрузки в условиях упругого гистерезиса.

В табл. 1 представлены модули упругости  $E$  и статические нелинейные параметры упругого гистерезиса  $H$ , определенные на основе экспериментальных кривых нагрузки-разгрузки образцов. Коэффициенты упругости в «классической» нелинейной модели гистерезиса определяются зависимостью:

$$\begin{aligned} \sigma(\epsilon) &= E_0 \cdot \epsilon + 0,5 \cdot E_1 \cdot \epsilon^2 = \\ &= E_0 \cdot \epsilon (1 - H \cdot \epsilon), \end{aligned} \quad (1)$$

где упругие модули  $E_0, E_1$  определены как коэффициенты в степенном ряду с применением программы MathCAD.

### Обсуждение результатов

Согласно методу испытаний [16], на диаграммах деформирования (рис. 3) по представленным кривым можно определить, что при повороте на разгрузку упругие деформации относительно пластических образцов

Таблица 1

**Коэффициенты упругости «классической» нелинейной модели упругого гистерезиса образцов горных пород**

**The coefficients of elasticity of the "classical" nonlinear model of elastic hysteresis of rock samples**

№ п.п.	Образец	$\sigma_{\max}$ , МПа	$E_0$ , МПа	$E_1$ , ГПа	H	Коэффициент детерминации, $K_d$
1	№1 Гранит	30	4,49	0,03	-1,56	0,992
2	№2 Гранит	80	12,03	14,21	-0,295	0,992
3	№3 Гранит	70	-161,21	5,04	7,82	0,992
4	№2 Известняк	17,3	35,1	0,19	-1,3	0,98
5	№2 Габбро	70	18,96	0,01	-0,19	0,992
6	№1 Мрамор	10	-4,69	0,02	0,90	0,941
7	№2 Мрамор	30	18,06	0,02	-0,25	0,992
8	№3 Мрамор	15	2,07	0,04	-5,31	0,98

реагируют быстрее, что соответствует явлению гистерезиса. Как видно из графиков, петля гистерезиса не замыкается, это означает, что циклическая нагрузка-разгрузка создает некоторые остаточные деформации в образце горной породы. Также стоит отметить, что последующие петли тесно расположены в одном месте, они становятся почти линейными, что обозначает устойчивое напряженно-деформированное состояние образца. В данном состоянии корректно определять параметры упругих свойств образца горной породы, а также проводить аналитическое исследование на основе экспериментальных данных.

В соответствии с микромеханическим подходом [9], в условиях упругого гистерезиса часть энергии, накопленной во время деформирования, распространяется в геоматериале. Существует предположение, что эта энергия расходуется для создания новой площади поверхности трещины, что приводит к изменению плотности трещин.

Из рис. 3 видно, что нелинейность наблюдается на начальных участках деформирования, здесь кривые сформированы более пологими, чем в остальных

частях диаграммы. Этот участок на типичных диаграммах деформирования называется областью закрытия структурных дефектов [12, 17]. Как было отмечено в [11, 12], на нелинейность этого участка влияют следующие факторы: метод и установка для испытаний; подготовка образцов; особенности микроструктуры образца горной породы. Таким образом, нарушения микроструктуры в виде микротрещин смыкаются, и далее образец деформируется как сплошное тело, начинается квазилинейный участок.

При сжатии жесткость геоматериала непрерывно увеличивается во время нагрузки и постепенно уменьшается во время разгрузки. Изменение степени нелинейности кривых диаграммы между нагрузкой и разгрузкой может быть связано с ростом трещин при нагрузке, и их закрытием (схлопыванием) при разгрузке. Кроме того, этому изменению могут способствовать несовпадающие грани трещин. Как продемонстрировано в [9], такое несоответствие связано с шероховатостью поверхностей трещины, которое предотвращает полное обратное скольжение по трещине. Следует

также отметить, что даже при одноосном сжатии есть вероятность скольжения, поскольку трещины имеют сложную неплоскую геометрию, а некоторые ветви зигзагообразных трещин могут испытывать локальные условия сдвига. Поэтому скольжение берегов трещины способствует этому изменению.

Используя исходные экспериментальные данные и подход моделирования кривой НДС с помощью параметра  $R$  (обобщенной плотности трещин в материале) нужно решить задачу, которая сводится к определению зависимости  $\Delta R = \Delta R(\varepsilon)$  согласно [9], где « $\Delta$ » относится к приращению плотности микротрещины (по сравнению с ранее существовавшим уровнем).

Представленная экспоненциальная зависимость (рис. 5) была выбрана для соответствия экспериментальной кривой. Степенной параметр экспоненциальной функции, зависящий от размеров зерен, был подобран специально с учетом наилучшего соответствия. Экспоненциальный характер функции отражает характерное поведение образца горной породы в области упруго-пластических деформации:

$$\Delta R = e^{a\varepsilon^2} - 1, \quad (2)$$

где  $a = 0,05$  наилучшим образом соответствует экспериментальной кривой для образца гранита и зависит от размера зерна. Зависимость данного степенного параметра от структуры материала заслуживает отдельного исследования.

Микромеханическая модель обобщенной плотности трещин применима к циклическому нагружению образца горной породы в условиях упругого гистерезиса, поскольку предполагается увеличение плотности трещин при нагрузке и квазилинейная упруго-пластическая разгрузка.

### Заключение

Таким образом, для исследований упругого гистерезиса образцов горных пород применим микромеханический подход на основе параметра обобщенной плотности микротрещин, объясняющий нелинейное поведение геоматериала в процессе сжатия.

Количественные характеристики микромеханического подхода воспроизводят модель поведения образца горной породы в условиях упругого гистерезиса. Впоследствии можно будет более точно оценивать модель с экс-

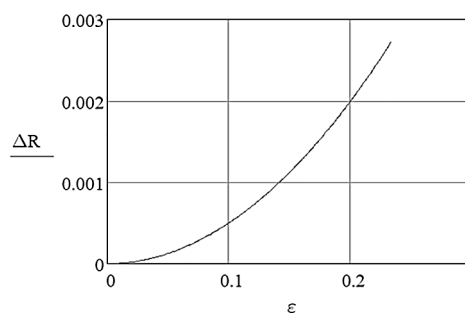
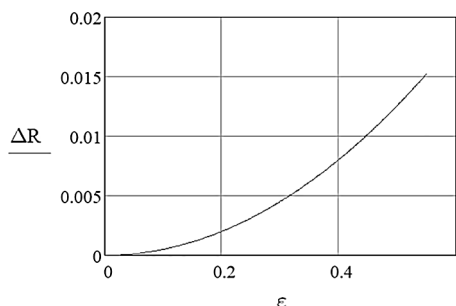


Рис. 4. Изменение относительной плотности трещин  $\Delta R$ : а — образца мрамора; б — образца известняка.

Fig. 4. Changes in generalized crack density during loadings  $\Delta R$ : а — marble sample; б — sandstone sample.

периментальными кривыми и соответствующую степень нелинейности геоматериала.

На основе результатов исследования диаграмм и статических параметров упругого гистерезиса также стоит отметить, что степень нелинейности упругих свойств образцов горных пород прямо зависит от приложенной нагрузки.

Отмечена специфическая деталь кривой НДС для образца гранита № 2 (рис. 3, а): образец испытывает особенно малые деформации, и кривая разгрузки находится на достаточном удалении от изначальной кривой нагрузки, что свидетельствует о больших остаточных деформациях в стабилизирующем первом цикле нагрузка-разгрузка. Микромеханический подход позволяет объяснить, что при пиковых значениях напряжений в области упруго-пластических деформаций, смещение трещин

достаточно велико в первых стабилизирующих циклах, и рост трещин не останавливается трением шероховатых поверхностей. Далее развитие трещин блокируется их неровностями, что свидетельствует об установившейся микроструктуре геоматериала в выбранных условиях упругого гистерезиса.

Таким образом, можно сделать вывод о том, что чем больше растут деформации, тем заметнее увеличивается обобщенная плотность трещин, что видно по соответствующим графикам, а параметры упругого гистерезиса больше стремятся к значениям, характеризующим нелинейное поведение горных пород под действием нагрузки.

Данное исследование показало, что можно на основе количественной характеристики — обобщенной плотности трещин — определять нелинейные параметры упругого гистерезиса образцов горных пород.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Ostrovsky L. A., Johnson P. A.* Dynamic nonlinear elasticity in geomaterials. *La Rivista del Nuovo Cimento della Societa Italiana di Fisica*, 2001, Vol. 24. No. 7, pp. 1–46
2. *Nazarov V. E., Radostin A. V., Ostrovsky L. A., Soustova I. A.* Wave processes in media with hysteretic nonlinearity. *Part I. Acoustical Physics*, 2003, No. 49 (4), pp. 344–353. DOI: 10.1134/1.1591300
3. *Шейнин В. И., Блохин Д. И., Максимович И. Б., Сарана Е. П.* Экспериментальное исследование проявлений термомеханических эффектов на линейной и нелинейной стадиях деформирования образцов каменной соли в режиме циклического нагружения // *Физико-технические проблемы разработки полезных ископаемых*. — 2016. — № 6. — С. 15–22. <https://doi.org/10.1134/S1062739116061575>
4. *Song H., Zhang H., Fu D., Zhang Q.* Experimental analysis and characterization of damage evolution in rock under cyclic loading. *International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences*, 2016, No. 88, pp. 157–164. DOI:10.1016/j.ijrmms.2016.07.015
5. *Винников В. А., Захаров В. Н., Малинникова О. Н., Черепецкая Е. Б.* Исследование структуры и упругих свойств геоматериалов с помощью контактной широкополосной ультразвуковой структуроскопии // *Горный журнал*. — 2017. — №4. — С. 29–33. DOI: 10.17580/gzh.2017.04.05
6. *Wang Y., Zhao L., Han D.-h., Qin X., Ren J., Wei Q.* Micro-mechanical analysis of the effects of stress cycles on the dynamic and static mechanical properties of sandstone. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 2020, No. 134, pp. 104431. DOI: 10.1016/j.ijrmms.2020.104431
7. *Мартынюк А. Р.* Моделирование нелинейности в горных породах // *Горный информационно-аналитический бюллетень (научно-технический журнал)*. — 2012. — № 6. — С. 384–388



8. Bruno G., Kachanov M. Porous microcracked ceramics under compression: Micromechanical model of non-linear behavior. *Journal of the European Ceramic Society*, 2013, No. 33, pp. 2073–2085. DOI: 10.1016/j.jeurceramsoc.2013.03.012

9. Bruno G., Kachanov M., Sevostianov I., Shyam A. Micromechanical modeling of non-linear stress-strain behavior of polycrystalline microcracked materials under tension. *Acta Materialia*, 2019, No. 164, pp. 50–59. DOI: 10.1016/j.actamat.2018.10.024

10. Ji P.-Q., Zhang X.-P., Zhang Q. A new method to model the non-linear crack closure behavior of rocks under uniaxial compression. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 2018, No. 112, pp. 171–183. DOI: 10.1016/j.ijrmms.2018.10.015

11. Стефанов Ю. П. Нелинейные эффекты поведения горных пород и интерпретация экспериментальных данных // Четвертая тектонофизическая конференция в ИФЗ РАН. Тектонофизика и актуальные вопросы наук о Земле: сб. науч. ст. — М. 2016. — С. 358–371.

12. Bogusz A., Bukowska M. Strees-strain characteristics as a source of information on the disraction of rocks under influence of load. *Journal of Sustainable Mining*. 2015. No. 14 pp. 46–54. DOI: 10.1016/j.jsm.2015.08.007

13. Liu X. L., Han M. S., Li X. B., Cui J. H., Liu Z. Elastic wave attenuation characteristics and relevance for rock microstructures. *Journal of Mining Sciences* 2020. Vol.56, no. 2, pp. 65–74. DOI: 10.1134/S1062739120026674

14. Винников В. А., Высотин Н. Г. Методика проведения испытаний по определению статического модуля упругости горных пород с использованием результатов лазерно-ультразвуковой спектроскопии // Горный информационно-аналитический бюллетень (научно-технический журнал). — 2018. — № 51. — С. 90–101. DOI: 10.25018/0236–1493–2018–1-1–90–101

15. DIN 14580–2005. Prüfverfahren für Naturstein – Bestimmung des statischen Elastizitätsmoduls. – Berlin: Deutsches Institut für Normung e.V. 2005.

16. Сукнёв С. В., Фёдоров С. П. Методы определения упругих свойств горных пород // Наука и образование. — 2014. — № 1(73). С. 18–24.

17. Гребёнкин С. С., Гавриш Н. Н. Механика горных пород. Том 1. — Донецк : ДонНТУ, 2004. — 169 с. **ИДБ**

## REFERENCES

1. Ostrovsky L. A., Johnson P. A. Dynamic nonlinear elasticity in geomaterials. *La Rivista del Nuovo Cimento della Societa Italiana di Fisica*, 2001, Vol. 24. no. 7, pp. 1–46

2. Nazarov V. E., Radostin A. V., Ostrovsky L. A., Soustova I. A. Wave processes in media with hysteretic nonlinearity. Part I. *Acoustical Physics*, 2003, no. 49 (4), pp. 344–353. DOI: 10.1134/1.1591300.

3. Sheinin V. I., Blokhin D. I., Maksimovich I. B., Sarana E. P. Experimental research into thermomechanical effects at linear and nonlinear deformation stages in rock salt specimens under cyclic loading. *Journal of Mining Science*, 2016, Vol. 52, no. 6, pp. 1039–1046. <https://doi.org/10.1134/S1062739116061575>.

4. Song H., Zhang H., Fu D., Zhang Q. Experimental analysis and characterization of damage evolution in rock under cyclic loading. *International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences*, 2016, no. 88, pp. 157–164. DOI:10.1016/j.ijrmms.2016.07.015.

5. Vinnikov V. A., Zakharov V. N., Malinnikova O. N., Cherepetskaya E. B. Analysis of structure and elastic properties of geomaterials using contact broadband ultrasonic structural spectroscopy. *Mining journal*. 2017. no. 4, pp. 29–33. DOI: 10.17580/gzh.2017.04.05 [In Russ].

6. Wang Y., Zhao L., Han D.-h., Qin X., Ren J., Wei Q. Micro-mechanical analisys of the effects of stress cycles on the dynamic and static mechanical properties of sandstone. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 2020, no. 134, pp. 104431. DOI: 10.1016/j.ijrmms.2020.104431.

7. Martynyuk A. R. The modelling of nonlinearity of rocks. *MIAB. Mining Inf. Anal. Bull.* 2012. no. 6, pp. 384–388 [In Russ].
8. Bruno G., Kachanov M. Porous microcracked ceramics under compression: Micromechanical model of non-linear behavior. *Journal of the European Ceramic Society*, 2013, no. 33, pp. 2073–2085. DOI: 10.1016/j.jeurceramsoc.2013.03.012
9. Bruno G., Kachanov M., Sevostianov I., Shyam A. Micromechanical modeling of non-linear stress-strain behavior of polycrystalline microcracked materials under tension. *Acta Materialia*, 2019, no. 164, pp. 50–59. DOI: 10.1016/j.actamat.2018.10.024
10. Ji P. — Q., Zhang X. — P., Zhang Q. A new method to model the non-linear crack closure behavior of rocks under uniaxial compression. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 2018, no. 112, pp. 171–183. DOI: 10.1016/j.ijrmms.2018.10.015 [In Russ].
11. Stefanov Ju. P. no.nlinear effects of rock behavior and interpretation of experimental data. The 4-th tectonophysical conference at IPE RAS. Tectonophysics and topical issues of earth sciences. Collection of Scientific Papers. Moscow, 2016, pp. 358–371 [In Russ].
12. Bogusz A., Bukowska M. Strees-strain characteristics as a source of information on the disraction of rocks under influence of load. *Journal of Sustainable Mining*, 2015, no. 14, pp. 46–54. DOI: 10.1016/j.jsm.2015.08.007.
13. Liu X. L., Han M. S., Li X. B., Cui J. H., Liu Z. Elastic wave attenuation characteristics and relevance for rock microstructures. *Journal of Mining Sciences*, 2020, Vol.56, no. 2, pp. 65–74. DOI: 10.1134/S1062739120026674.
14. Vinnikov V. A., Vysotin N. G. Method of testing on the static module for the elasticity of mineral rocks with using the results of laser-ultrasonic spectroscopy. *MIAB. Mining Inf. Anal. Bull.* 2018. no. S1, pp.90–101. DOI: 10.25018/0236-1493-2018-1-1-90-101 [In Russ].
15. DIN 14580–2005. Prüfverfahren für Naturstein – Bestimmung des statischen Elastizitätsmoduls. Berlin: Deutsches Institut für no.rmung e.V. 2005.
16. Suknjov S. V., Fjodorov S. P. Methods for determining the elastic properties of rocks. *The Science and the Education*. 2014. no. 1(73), pp. 18–24.
17. Grebjonkin S. S., Gavrish N. N. Rock mechanics. Volume 1, Doneck, DonNTU, 2004, 169 p.

## ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРЕ

*Высотин Николай Геннадьевич* — старший преподаватель, kalgani@yandex.ru, Горный институт Национальный исследовательский технологический университет «МИСиС», Москва, Россия.

## INFORMATION ABOUT THE AUTHOR

*Vysotin N. G.*, Senior Lecturer, kalgani@yandex.ru, National Research Technological University «MISIS», Moscow, Russia.

Получена редакцией 01.02.2021; получена после рецензии 25.02.2021; принята к печати 10.03.2021.

Received by the editors 01.02.2021; received after the review 25.02.2021; accepted for printing 10.03.2021.

