

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ ЧАСТИЦ В РАБОЧЕЙ ЗОНЕ КРУТОНАКЛОННОГО КОНЦЕНТРАТОРА

И.А. Матвеев¹, Б.В. Яковлев², Н.Г. Еремеева¹

¹ Институт горного дела Севера им. Н.В. Черского СО РАН, Якутск,
Республика Саха (Якутия), Россия, e-mail: danng1@mail.ru

² Северо-Восточный федеральный университет им. М.К. Аммосова,
Физико-технический институт, Якутск, Республика Саха (Якутия), Россия

Аннотация: Рассмотрено моделирование процессов гравитационного обогащения полезных ископаемых, в частности крутонаклонного концентратора, созданного в ИГДС СО РАН. Представлены результаты исследования движения частиц по наклонной плоскости под действием потока воды. Целью настоящей работы является разработка математических моделей, позволяющих определить вероятное местонахождение частиц полезной фракции в зависимости от определенных параметров устройства. При определении вероятности положения частицы используется метод ансамблей Гиббса. При стационарных процессах концентрация точек этого множества, согласно методу Гиббса, представляет собой распределение вероятности местонахождения частицы в рассматриваемом пространстве. Для подтверждения математической модели была разработана установка, в экспериментах применялись маркеры, их количество в ячейках позволяет оценить распределение частиц в зависимости от скорости потока воды и угла наклона рабочей поверхности. На основе разработанной математической модели рассчитано вероятное распределение частиц вдоль нижней грани рабочей поверхности устройства. Сравнение и анализ полученных теоретических и экспериментальных результатов показали хорошую корреляцию полученных данных. При оптимизации параметров концентратора будут применены результаты моделирования движения частиц.

Ключевые слова: обогащение, крутонаклонный концентратор, математическая модель, ансамбль Гиббса, поток, частица, маркеры.

Благодарность: Работа выполнена в рамках государственного задания Министерства науки и высшего образования РФ ЕГИСУ НИОКТР № АААА-А21-121012090008-4.

Для цитирования: Матвеев И. А., Яковлев Б. В., Еремеева Н. Г. Моделирование движения частиц в рабочей зоне крутонаклонного концентратора // Горный информационно-аналитический бюллетень. – 2021. – №7. – С.146–153. DOI:10.25018/0236_1493_2021_7_0_146.

Modeling particle flow in active zone of large-angle concentrator

I.A. Matveev¹, B.V. Yakovlev², N.G. Ereemeeva¹

¹ Chersky Mining Institute of the North, Siberian Branch, Russian Academy of Sciences,
Yakutsk, Republic of Sakha (Yakutia), Russia, e-mail: danng1@mail.ru

² Physical and Technical Institute, M.K. Ammosov North-Eastern Federal University,
Yakutsk, Republic of Sakha (Yakutia) Russia

Abstract: The study focuses on modeling mineral gravity separation processes, in particular, on a large-angle concentrator designed at the Institute of Mining of the North, Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences. The test data on particle motion on an inclined plane under the action of water flow are presented. The aim of this study is mathematical modeling to find probable position of useful fractions as function of certain parameters of the facility. Determination of probable position of a particle uses the Gibbs ensemble method. In steady-flow processes, the concentration of points of the ensemble is a probability distribution of particle location in the test space. The mathematical model was proved on a dedicated pilot installation using markers. The number of the markers in cells makes it possible to assess distribution of particles against water flow velocity and work face angle of slope. Using the mathematical model, the probable distribution of particles along the lower edge of the work face is calculated. The comparison and analysis show good correlation between the theoretical and experimental results. The further optimization of the concentrator design will use the particle motion modeling data.

Key words: mineral processing, large angle concentrator, mathematical model, Gibbs ensemble, flow, particle, marker.

Acknowledgements: The study was carried out under state contact with the Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation, Registration No. AAAA-A21-121012090008-4.

For citation: Matveev I. A., Yakovlev B. V., Eremeeva N. G. Modeling particle flow in active zone of large-angle concentrator. *MIAB. Mining Inf. Anal. Bull.* 2021;(7):146-153. [In Russ]. DOI: 10.25018/0236_1493_2021_7_0_146.

Введение

На сегодняшний день в отработку вовлечены россыпные месторождения с преобладанием мелкого и тонкого золота, представленного, в основном, в трудноизвлекаемой форме.

В связи с этим, основной задачей при обогащении золотосодержащих россыпей, содержащих мелкое золото, становится модернизация существующих технологий переработки и обогащения, в том числе создание новых рациональных геотехнологий, отвечающих современным требованиям эффективности производства [1 – 6].

Для решения этой задачи сотрудниками лаборатории ОПИ исследовались особенности поведения разных минеральных частиц с различной плотностью и формой, увлекаемых восходящим потоком воды по наклонной поверхности. Был разработан и создан крутона-

клонный концентратор принципиально новой конструкции [7].

Постановка задачи

В ходе реализации идеи создания крутонаклонного концентратора были разработаны и испытаны несколько лабораторных вариантов. Наиболее важными факторами, влияющими на эффективность разделения минералов по плотности в данном концентраторе, являются: скорость подачи воды и исходной пробы, поперечный угол наклона рабочей поверхности и угол наклона хвостовой части [8].

Для определения рациональных конструктивных и режимных параметров процессов гравитационного разделения минеральных частиц в крутонаклонном концентраторе как многофакторного процесса необходима разработка математической модели [9, 10].

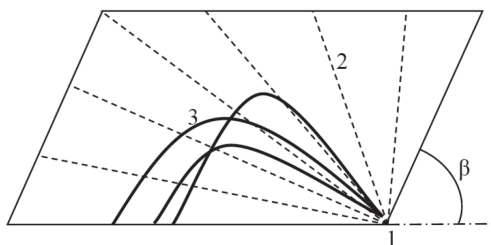


Рис. 1. Схема движения частиц в модели
 Fig. 1. Pattern of particle motion in model

В работе [11] рассматривается разработка математической модели движения частицы на наклонной поверхности под действием потока воздуха. В работе [12] представлены результаты экспериментальных исследований движения частицы в водной среде.

В работе [13] рассматриваются процессы в мельнице с воздушным потоком с применением компьютерного моделирования. Для разработки модели коллективного движения частиц прежде всего необходимо определение вероятности положения частицы на рабочей поверхности устройства. В работах [11, 14] определены вероятности положений частицы на рабочей поверхности винтового пневмосепаратора [15]. Для описания движения частицы используется идея метода Гиббса [16], при котором вместо последовательных (по времени) состояний системы вводится ансамбль, представляющий собой совокупность состояний многих систем с определенными начальными условиями.

На рис. 1 представлена схема движения частиц в лабораторной модели крутонаклонного концентратора. Из угла 1 выходит поток воды (пунктирная линия 2). Недалеко от точки 1 в поток попадает исследуемая частица и движется под действием силы потока воды, силы реакции наклонной плоскости (угол наклона β), силы трения и силы тяжести по некоторой траектории (сплошная кривая 3) в зависимости от начальной скорости. При этом начальная скорость

частицы имеет произвольное направление от 0° до 90° (угол отсчитывается от нижнего горизонтального ребра).

Задачей работы является определения возможных траекторий частицы (или траекторий «возможных» частиц) в зависимости от угла наклона рабочей поверхности и от массы частицы. Затем вдоль траекторий определяются положения частицы за одинаковый промежуток времени. Полученное множество возможных положений частицы рассматривается как некоторое пространство состояний и согласно методу ансамблей Гиббса [14, 16] при стационарных процессах концентрация частиц в этом пространстве определяет распределение вероятностей местонахождения частицы. Задача определения вероятности положения одной частицы в устройстве появляется при разработке математических моделей коллективного движения частиц. Траектории частицы на рабочей поверхности устройства определяются законом движения, который получается интегрированием уравнения движения. Поэтому прежде всего требуется составить уравнение движения частицы в устройстве.

Математическая модель движения частицы в устройстве

Для решения задачи необходимо создать математические модели устройства, потока жидкости и движения частицы по рабочей поверхности устройства. Математическая модель устройства представляет собой четырехугольную призму небольшой толщины, внутри которой происходит ламинарное течение воды, рассматриваемой как идеальная и несжимаемая жидкость. Жидкость исходит из нижнего угла призмы и стекает через отверстие на верхнем противоположном углу. Уравнение непрерывности для несжимаемой жидкости имеет вид

$$\operatorname{div} u = 0, \quad (1)$$

где u – скорость жидкости. Из (1) следует уравнение баланса потоков

$$S_1 u_1 = S_2 u_2, \quad (2)$$

что приводит к изменению скорости потока воды по закону

$$u = u_0 r_0 \frac{1}{r} e_r. \quad (3)$$

Скорость потока воды уменьшается с расстоянием от точки истока.

Уравнения движения частиц на рабочей поверхности устройства:

$$m \ddot{R}_i = F_i, \quad (4)$$

где R_i – радиус вектор i -й частицы, m – ее масса,

$$F_{vi} = a(u - v_i) - \quad (5)$$

сила, действующая на i -ю частицу; $F_{vi} = a(u - v_i)$ – сила действия потока воды, здесь используется формула Стокса; a – коэффициент сопротивления при движении тела в среде, зависящий от характеристики среды, формы и свойств тела; v_i – скорость движения тела; $g = -ge_{z-g}$ – ускорение свободного падения;

$$N = -mg \sin \beta \cos^2 \beta e_y + mg \cos^2 \beta e_z -$$

сила реакции поверхности; β – угол наклона плоскости. Уравнения (4), (5) решаются численным методом Рунге-Кутты 4 порядка. В результате решения получаются законы движения $R_i(t)$ и законы изменения скоростей частиц $v_i(t)$.

Согласно модели частицы вначале движутся под действием потока воды вверх, затем при ослаблении силы потока под действием силы тяжести – вниз. Концентрации частиц также определяются численным методом, изложенным в работе [13].

С целью проверки этой математической модели в лаборатории обогащения полезных ископаемых ИГДС СО РАН разработана экспериментальная установка, схема которой совпадает со схемой, представленной на рис. 2. В качестве исследуемой частицы были использованы свинцовые, медные и

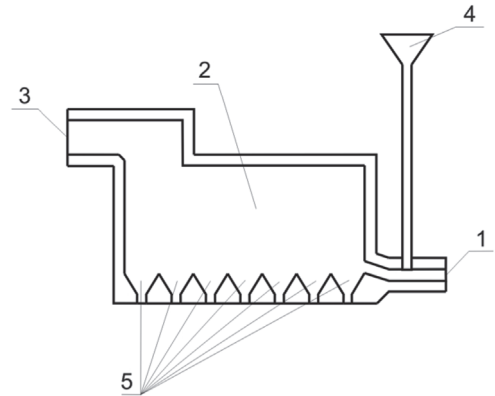


Рис. 2. Схема модели экспериментальной установки
Fig. 2. Layout of pilot installation

алюминиевые маркеры. Установка представляет собой прямоугольный параллелепипед, расположенный под некоторым углом к горизонту, который изменяется в ходе эксперимента (рис. 2). Через патрубок 1, находящийся в нижнем левом углу, поступает стационарный поток воды, который уходит через сливной патрубок 3. Маркеры подаются около точки истока 4 и, двигаясь под действием потока воды и силы тяжести по наклонной плоскости 2, попадают в камеры 5, расположенные в нижней части емкости. Количество маркеров в камерах позволяет оценить распределение частиц в установке.

На рис. 3 представлены графики сравнения теоретических результатов с экспериментальными при скорости 2,58 м/с потока воды при различных углах наклона плоскости устройства.

Адекватность разработанной модели следует из того, что при больших углах наклона уменьшается наиболее вероятное расстояние падения маркера на нижнюю часть устройства. С увеличением угла наклона увеличивается значение силы, направленной параллельно рабочей плоскости (тангенциальная), обусловленной силой тяжести. Поэтому частица, движущаяся под действием потока воды, быстрее падает вниз при

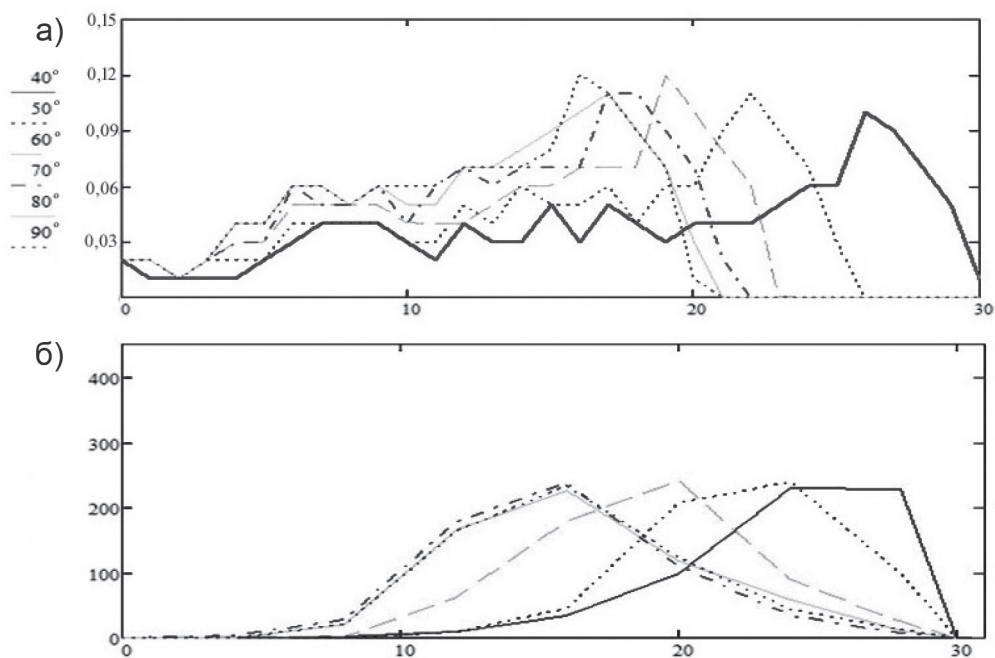


Рис. 3. Графики сравнения теоретических результатов с экспериментальными в зависимости от угла наклона рабочей поверхности модели (от 40° до 90°): теоретические распределения вероятности местонахождения маркеров в нижней части устройства, по горизонтальной оси расстояния от источника воды в см (а); экспериментальная зависимость количества маркеров от расстояния источника в см (б)
 Fig. 3. Comparison of theoretical and experimental results against work face angle of slope (40°–90°). Theoretical probability distribution of positions of markers at the bottom of the facility. Horizontal axis shows distance from water source in centimeters (a). Experimental curve of number of markers and distance to water source (cm) (b)

больших углах наклона. Как видно из рис. 3, при углах наклона 70°, 80°, 90° и близких к 90° наиболее вероятное расстояние падения маркеров стремится к некоторой постоянной величине, т.е. не изменяется. Это связано с тем, что при таких углах наклона сила реакции поверхности фактически не действует на маркер, и движение происходит практически под действием силы потока воды и силы тяжести.

На рис. 4 представлены графики сравнения теоретических результатов с экспериментальными при исследовании движения маркеров с различной массой (свинцовый Pb, медный Cu, алюминиевый Al) при скорости 2,58 м/с потока воды, угле наклона плоскости 60°. Из рис. 4 видно, что при одинаковых ус-

ловиях на наиболее вероятное расстояние падения маркера на нижнюю часть устройства влияет масса маркера. Чем массивнее маркер, тем слабее переносится потоком воды (является более инертным) и быстрее оказывается на дне устройства под действием силы тяжести. Поэтому более легкие маркеры уходят дальше под действием потока воды. Теоретические и экспериментальные зависимости, представленные на рис. 4, хорошо подтверждают этот факт.

Заключение

Из результатов натурального эксперимента следует, что при скорости и переменном угле наклона рабочей поверхности расстояние, на которое падает частица, монотонно увеличивается. Это

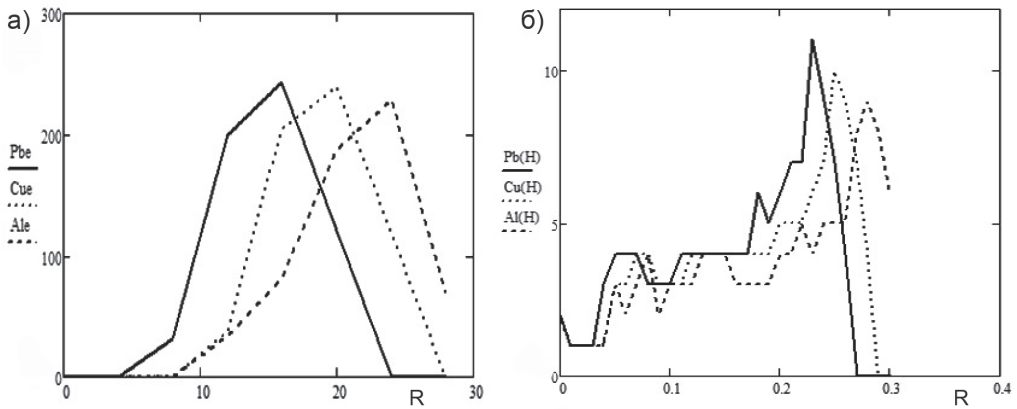


Рис. 4. Графики сравнения теоретических результатов с экспериментальными при исследовании движения маркеров с различной массой: экспериментальная зависимость количества маркеров от расстояния источника (в см) для свинцового, медного и алюминиевого маркеров (а); теоретические распределения вероятности местонахождения маркеров (свинцовый Pb, медный Cu, алюминиевый Al) в нижней части устройства, по горизонтальной оси расстояния от источника воды в м (б)

Fig. 4. Comparison of theoretical and experimental results on motion of markers of different weight. Experimental curve of markers versus distance to water source (in cm) for lead, copper and aluminum markers (a). Theoretical probability distribution of positions of markers (lead Pb, copper Cu, aluminum Al) at the bottom of the facility. Horizontal axis shows distance from water source in meters (b)

связано с природой действующих на частицу сил, что хорошо описывается разработанной математической моделью.

Исследования с маркерами различной массы (свинцовый Pb, медный Cu, алюминиевый Al) показали, что с изменением массы маркера характер изменения значения вероятности также совпадает с теоретическим предсказанием. Таким образом, разработанная

математическая модель и предложенный метод определения вероятности достаточно хорошо описывают экспериментальные данные. Использование результатов моделирования позволит управлять разделительными процессами частиц в рабочей зоне крутонаклонного концентратора (разработка ИГДС СО РАН), оптимизировать его параметры и совершенствовать конструкцию.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Серый Р. С., Таганов В. В., Гевало К. В. Снижение потерь драгоценных металлов на промывочных приборах за счет оптимизации работы шлюзов мелкого накопления // Горный журнал. — 2018. — № 10. — С. 49–52. DOI 10.17580/gzh.2018.10.09.
2. Усов Г. А., Фролов С. Г., Тарасов Б. Н. Разработка технологии извлечения россыпного микронного золота с использованием диспергирования глинистой составляющей вмещающих пород // Известия вузов. Горный журнал. — 2019. — № 5. — С. 75–82. DOI: 10.21440/0536-1028-2019-5-75-82.
3. Очосов О. Ю., Матвеев А. И. Повышение эффективности разделения минеральных частиц под действием центробежных сил за счет использования направленных вибрационных колебаний // Горный информационно-аналитический бюллетень. — 2016. — № 10. — С. 259–265.
4. Oparin V. N., Smolyanitsky B. N., Sekisov A. G., Trubachev A. I., Salikhov V. S., Zykov N. V. Promising mining technologies for gold placers in Transbaikalia // Journal of Mining Science. 2017, vol. 53, no. 3, pp. 489–496.

5. Kökkılıç O., Langlois R., Kristian E. A design of experiments investigation into dry separation using a Knelson Concentrator // *Minerals Engineering*. 2015, vol. 72. pp. 73–86.

6. Луняшин П. Д. Проблемы российских россыпей и пути их решения // *Золото и технологии*. — 2018. — № 2. — С. 60–65.

7. Филиппов В. Е., Еремеева Н. Г., Слепцова Е. С., Саломатова С. И. Патент РФ № 2001101048/03, 10 01.2003 Крутонаклонный концентратор. 2003.

8. Матвеев И. А., Еремеева Н. Г., Матвеев А. И., Монастырев А. М. Концентратор для обогащения мелкого золота // *Горный информационно-аналитический бюллетень*. — 2016. — № 12. — С. 61–68.

9. Das S. K., Godivalla K. M., Panda L., Bhattacharya K. K., Singh R., Mehrotra S. P. Mathematical modeling of separation characteristics of coal-washing spiral // *International Journal of Mineral Processing*. 2007, vol. 84, pp. 118–132.

10. Германюк Г. Ю. Математическое моделирование движения ансамбля частиц с использованием канонического метода интегрирования: Дис. канд. физ.-мат. наук. — Ижевск, ИжГТУ, 2010. — 143 с.


11. Krylatova S. R., Matveev A. I., Lebedev I. F., Yakovlev B. V. Determination of probability of position of particle on working surface of spiral pneumoseparator by methods of mathematical modeling // *AIP Conference Proceedings*. 2017, vol. 1907, article 030032. DOI: 10.1063/1.5012654.

12. Matveev I. A., Eremeeva N. G., Stepanova S. D., Yakovlev B. V. Features of hydraulic size of plane particle // *AIP Conference Proceedings*. 2018, vol. 2041, article 050012. DOI: 10.1063/1.5079381.

13. Францкевич В. С., Дорогокупец А. С. Компьютерное моделирование процессов сепарации измельченных материалов // *Труды БГТУ*. — 2011. — № 3. — С. 145–148.

14. Крылатова С. Р., Матвеев А. И., Лебедев И. Ф., Яковлев Б. В. Моделирование движения частицы в винтовом пневмосепараторе статистическими методами // *Математические заметки СВФУ*. — 2018. — Т. 25. — № 1. — С. 90–97.

15. Матвеев А. И., Филиппов В. Е., Федоров Ф. М., Григорьев А. Н., Яковлев В. Б., Еремеева Н. Г., Слепцова Е. С., Гладышев А. М., Винокуров В. П. Патент РФ № 2167005. 20.05.2001. Пневмосепаратор. 2001. Бюл. № 14. Ч. 2.

16. Гиббс Дж. В. Основные принципы статистической механики. — М.; Л.: Гостехиздат, 1946. — 204 с. 

REFERENCES

1. Seryu R. S., Taganov V. V., Gevalo K. V. Reducing losses of precious metals on flushing devices by optimizing the operation of fine accumulation gateways. *Gornyy Zhurnal*. 2018, no. 10, pp. 49–52. [In Russ]. DOI 10.17580/gzh.2018.10.09.

2. Usov G. A., Frolov S. G., Tarasov B. N. Development of technology for extracting alluvial micron gold using dispersion of the clay component of the host rocks. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Gornyy zhurnal*. 2019, no. 5, pp. 75–82. [In Russ]. DOI: 10.21440/0536-1028-2019-5-75-82.

3. Ochoso O. Yu., Matveev A. I. Increasing the efficiency of separation of mineral particles under the action of centrifugal forces through the use of directed vibration vibrations. *MIAB. Mining Inf. Anal. Bull.* 2016, no. 10, pp. 259–265. [In Russ].

4. Oparin V. N., Smolyanitsky B. N., Sekisov A. G., Trubachev A. I., Salikhov V. S., Zykov N. V. Promising mining technologies for gold placers in Transbaikalia. *Journal of Mining Science*. 2017, vol. 53, no. 3, pp. 489–496.

5. Kökkılıç O., Langlois R., Kristian E. A design of experiments investigation into dry separation using a Knelson Concentrator. *Minerals Engineering*. 2015, vol. 72. pp. 73–86.

6. Lunyashin P. D. Problems of Russian placers and ways to solve them. *Zoloto i tekhnologii*. 2018, no. 2, pp. 60–65. [In Russ].

7. Filippov V. E., Ereemeeva N. G., Sleptsova E. S., Salomatova S. I. *Patent RU 2001101048/03*, 10.01.2003. [In Russ].

8. Matveev I. A., Ereemeeva N. G., Matveev A. I., Monastyr'ev A. M. Concentrator for beneficiation of fine gold. *MIAB. Mining Inf. Anal. Bull.* 2016, no. 12, pp. 61–68. [In Russ].

9. Das S. K., Godivalla K. M., Panda L., Bhattacharya K. K., Singh R., Mehrotra S. P. Mathematical modeling of separation characteristics of coal-washing spiral. *International Journal of Mineral Processing*. 2007, vol. 84, pp. 118–132.

10. Germanyuk G. Yu. *Matematicheskoe modelirovanie dvizheniya ansamblya chastits s ispol'zovaniem kanonicheskogo metoda integrirovaniya* [Mathematical modeling of the movement of an ensemble of particles using the canonical integration method], Candidate's thesis, Izhevsk, IzhGTU, 2010, 143 p.

11. Krylatova S. R., Matveev A. I., Lebedev I. F., Yakovlev B. V. Determination of probability of position of particle on working surface of spiral pneumoseparator by methods of mathematical modeling. *AIP Conference Proceedings*. 2017, vol. 1907, article 030032. DOI: 10.1063/1.5012654.

12. Matveev I. A., Ereemeeva N. G., Stepanova S. D., Yakovlev B. V. Features of hydraulic size of plane particle. *AIP Conference Proceedings*. 2018, vol. 2041, article 050012. DOI: 10.1063/1.5079381.

13. Frantskevich V. S., Dorogokupets A. S. Computer simulation of separation processes of crushed materials. *Trudy Belorusskogo tehnologicheskogo universiteta*. 2011, no. 3, pp. 145–148. [In Russ].

14. Krylatova S. R., Matveev A. I., Lebedev I. F., Yakovlev B. V. Modeling of particle motion in a screw pneumatic separator using statistical methods. *Mathematical notes of North-Eastern federal university*. 2018, vol. 25, no. 1, pp. 90–97. [In Russ].

15. Matveev A. I., Filippov V. E., Fedorov F. M., Grigor'ev A. N., Yakovlev V. B., Ereemeeva N. G., Sleptsova E. S., Gladyshev A. M., Vinokurov V. P. *Patent RU 2167005*. 20.05.2001. [In Russ].

16. Gibbs Dzh. V. *Osnovnye printsipy statisticheskoy mekhaniki* [Basic principles of statistical mechanics], Moscow, Leningrad, Gostekhizdat, 1946, 204 p.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

Матвеев Игорь Андреевич¹ – инженер,

Яковлев Борис Васильевич – д-р физ.-мат. наук, профессор,
Северо-Восточный федеральный университет им. М.К. Аммосова,

Физико-технический институт, e-mail: b-yakovlev@mail.ru,

Еремеева Наталья Георгиевна – научный сотрудник, e-mail: dannng1@mail.ru,

¹ Институт горного дела Севера им. Н.В. Черского СО РАН.

Для контактов: Еремеева Н.Г., e-mail: dannng1@mail.ru.

INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

I.A. Matveev¹, Engineer,

B.V. Yakovlev, Dr. Sci. (Phys. Mathem.), Professor, e-mail: b-yakovlev@mail.ru,
Physical and Technical Institute, M.K. Ammosov North-Eastern Federal University,

677000, Yakutsk, Republic of Sakha (Yakutia) Russia,

N.G. Ereemeeva¹, Researcher, e-mail: dannng1@mail.ru,

¹ Chersky Mining Institute of the North, Siberian Branch,

Russian Academy of Sciences, 677980, Yakutsk, Republic of Sakha (Yakutia), Russia.

Corresponding author: N.G. Ereemeeva, e-mail: dannng1@mail.ru.

Получена редакцией 03.03.2021; получена после рецензии 14.04.2021; принята к печати 10.06.2021.

Received by the editors 03.03.2021; received after the review 14.04.2021; accepted for printing 10.06.2021.