УДК 664.734

DOI: 10.25018/0236 1493 2021 8 0 114

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ КОЛЕБАТЕЛЬНЫХ ПРОЦЕССОВ В ВИБРОМЕЛЬНИЦЕ НОВОГО ТИПА

В.В. Сергеев¹, И.Д. Музаев², Ю.В. Дмитрак¹, Т.Е. Герасименко¹

¹ Северо-Кавказский горно-металлургический институт (государственный технологический университет), Владикавказ, Россия, e-mail: gerasimenko_74@mail.ru
² Геофизический институт, Владикавказский научный центр РАН, Владикавказ, Россия

Аннотация: Описана вибрационная мельница, обеспечивающая вибрирование помольной камеры с практически любой амплитудой и частотой с плавным изменением их значений, что позволяет загружать материал с крупностью на порядок большей, чем в применяемых промышленностью. Разработана механико-математическая модель колебательных процессов в бункере вибрационной мельницы. При этом принято, что измельчение кускового материала внутри вибрационной мельницы обеспечивается вертикальным гармоническим колебанием бункера. Разработанная модель колебательных процессов основана на составлении и решении краевой задачи для энергетического дифференциального уравнения движения материала, измельчаемого в бункере. Получена совокупность расчетных формул для вычисления высоты, скорости и времени проникновения кускового элемента в слой взвешенного измельчаемого материала. Эта совокупность формул позволила составить трансцендентное алгебраическое уравнение вычисления частоты вертикального колебания бункера для того, чтобы обеспечить синхронизацию колебательных движений измельчаемого куска и помольной камеры. В результате синхронизации происходит прямое встречное столкновение разрушаемого куска и дна помольной камеры. В результате чего дно помольной камеры передает дополнительный импульс (количество движения) разрушаемому куску материала. Это, в свою очередь, увеличивает интенсификацию разрушения и измельчения кускового материала.

Ключевые слова: вибрационная мельница, синхронизация колебательных движений, энергетическое дифференциальное уравнение, частотное уравнение, трансцендентное алгебраическое уравнение, измельчаемый кусковый материал (элемент).

Для цитирования: Сергеев В. В., Музаев И. Д., Дмитрак Ю. В., Герасименко Т. Е. Математическое моделирование колебательных процессов в вибромельнице нового типа // Горный информационно-аналитический бюллетень. – 2021. – № 8. – С. 114–128. DOI: $10.25018/0236_1493_2021_8_0_114$.

Mathematical modeling of oscillations in novel-type vibration mills

V.V. Sergeev¹, I.D. Muzaev², Ju.V. Dmitrak¹, T.E. Gerasimenko¹

North Caucasus Mining-and-Metallurgy Institute (State Technological University),
 Vladikavkaz, Republic of North Ossetia-Alania, Russia, e-mail: gerasimenko_74@mail.ru
 Geophysical Institute, Vladikavkaz Scientific Center of the Russian Academy of Sciences,
 Vladikavkaz, Republic of North Ossetia-Alania, Russia

Abstract: The vibration mill enables vibration of the grinding chamber at any smoothly variable amplitudes and frequencies, which allows the size of the feed an order of magnitude larger than it is common in the industry. The mechanics-based mathematical modeling is built for the oscillatory processes in the vibration mill bin. It is assumed that milling inside the mill is ensured by vertical harmonic oscillations of the bin. The oscillation model is based on the formulation and solution of a boundary problem for the differential equation of the motional energy of the milled material in the bin. A set of the formulas for calculating the height, velocity and time of the coarse material intrusion in the layer of the milled suspension is obtained. Using this set of formulas, the transcendental algebraic equation is constructed to calculate the vertical oscillation frequency of the bin with a view to synchronizing vibrations of particles and grinding chamber. The synchronization enables straight-line collision of the particle and grinding chamber bottom. As a result, the grinding chamber bottom gives extra impulse (momentum) to the particle. This intensifies destruction and milling.

Key words: vibration mill, vibration synchronization, differential energy equation, frequency equation, transcendental algebraic equation, milling coarse particle (component).

For citation: Sergeev V. V., Muzaev I. D., Dmitrak Ju. V., Gerasimenko T. E. Mathematical modeling of oscillations in novel-type vibration mills. *MIAB. Mining Inf. Anal. Bull.* 2021;(8):114-128. [In Russ]. DOI: 10.25018/0236 1493 2021 8 0 114.

Введение

В настоящее время наибольшее распространение получили две конструкции вибромельниц. Одна из них представляет собой круглую открытую поставленную вертикально бочку [1-4]. Внутрь этой емкости засыпается измельчаемый материал и металлические шары, с помощью которых и происходит измельчение в процессе вертикальных гармонических колебаний бочки. Другая конструкция вибромельницы представляет собой горизонтально расположенный цилиндр [5-7], подвешенный на пружинах. В середине образующей с одной или двух сторон диаметра цилиндра размещены вибрирующие элементы. Цилиндр заполняется измельчаемым материалом и металлическими шарами. Измельчение происходит в процессе вертикальных гармонических колебаний цилиндра.

В обеих конструкциях вибрирующие элементы, возбуждающие гармониче-

ские колебания корпусов вибромельниц, представляют собой дисбалансы. Это влечет за собой четыре основных недостатка. Во-первых, ограничивает размеры и массу вибромельниц. Во-вторых, тяжелые условия эксплуатации подшипников дисбалансов приводит к их частой поломке с соответствующими последствиями. В-третьих, амплитуда колебаний, создаваемая дисбалансом, имеет малую величину (1-2 мм). Это требует глубокой предварительной подготовки загружаемого для измельчения в вибромельницу материала. В-четвертых, вектор вибрационного воздействия, как и его частота, неизменен. Это приводит к расслоению измельчаемого материала по крупности, что увеличивает время измельчения.

Все вышеизложенное позволяет сформулировать ряд актуальных задач по совершенствованию конструкции вибромельниц [8 — 10]. Во-первых, необходимо исключить из конструкции под-

шипники. Во-вторых, вибрирующие элементы должны иметь достаточную мощность для воздействия на вибромельницы значительной емкости, переводящей такое оборудование из разряда лабораторных установок в промышленные. В-третьих, у вибрирующих элементов должна быть достаточная амплитуда вибрации, позволяющей перерабатывать материал, подготовленный коническими дробилками мелкого дробления. В-четвертых, вибрирующие элементы должны обеспечивать регулируемую частоту вибрации. В-пятых, корпус вибромельницы должен иметь возможность изменять свое положение относительно оси и плоскости вибрации. Этим требованиям полностью отвечает разработанная нами вибрационная мельница принципиально новой конструкции.

Вибрационная мельница включает цилиндрическую помольную камеру 1с мелющими телами, основание 2, кронштейны 3 и вибрационные мембранные механизмы 4 с трехходовым воздухораспределительным клапаном 5 и механизмом перемещения 6 (рис. 1, 2). Мельница снабжена рамой 7, на горизонтальной оси симметрии которой с обеих ее сторон закреплены кронштейны 3. Внутри рамы установлена помольная камера с возможностью вертикального перемещения, перемещения вокруг своей оси и горизонтальной плоскости вибрации при помощи домкратов 8 и 9, ходовых гаек 10 и 11, направляющего стержня 12 и кронштейна 13. Рама 7 установлена на основании 2 через вибрационные мембранные механизмы 4, штоки которых шарнирами 14 соединены с кронштейнами *3* рамы *7*. Вибрационный мембранный механизм 4 установлен с возможностью изменения направления вибрационного воздействия, например, с помощью полиспаста 15.

В качестве рабочей среды применяют сжатый воздух. При расположении

трехходового воздухораспределительного клапана 5 в «рабочем» положении воздух поступает внутрь вибрационного мембранного механизма 4. который толкает кронштейн 3 рамы 7. При этом помольная камера $\it 1$ отклоняется от своего исходного положения. Затем приводом клапан 5 переводят в «холостое» положение, воздух из вибрационного мембранного механизма 4 выходит наружу, и помольная камера 1 перемещается в противоположном направлении. Итак, вибрационный цикл повторяется. У опоры 2 есть ось вращения, вокруг которой может поворачиваться вся конструкция мельницы, например, с помошью полиспаста 15. Через шарниры 14 проходит ось вибрационного воздействия на содержимое помольной камеры 1 и горизонтальная плоскость вибрации. Поворачивая помольную камеру 1 вдоль и вокруг вертикальной оси с помощью домкратов 8 и 9, ходовых гаек 10 и 11, направляющего стержня 12 и кронштейна 13, обеспечивают вибрационное воздействие не только поперек помольной камеры 1, но и вдоль ее или ее диагоналей, а также вдоль промежуточных положений. Это расширяет спектр вибрационного воздействия на содержимое помольной камеры 1.

Опуская или поднимая помольную камеру 1 с помощью домкрата 8, ходовой гайки 10 и направляющего стержня 12, смещают центр тяжести помольной камеры 1 относительно горизонтальной плоскости вибрации, расширяют тем самым спектр вибрационного воздействия на содержимое помольной камеры 1. Механизм перемещения 6, например, винтовая пара, позволяет регулировать амплитуду вибрации за счет перемещения мембранного механизма и, следовательно, изменения расстояния между кронштейном 3 и основанием 2. Чем дальше от кронштейна 3 установлен вибрационный мембранный механизм 4,

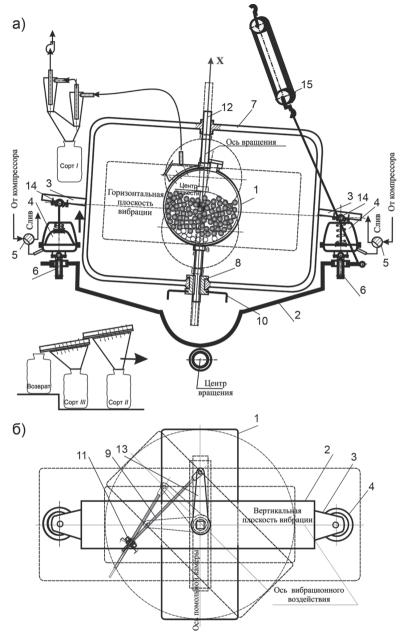


Рис. 1. Вибрационная мельница: фронтальный вид (а); б) вид сверху (б). 1 — помольная камера (штрих пунктиром показана камера, повернутая на 90°); 2 — основание; 3 — кронштейны; 4 — вибрационные мембранные механизмы; 5 — трехходовой воздухораспределительный клапан; 6 — механизм перемещения; 7 — рама; 8, 9 — домкраты; 10, 11 — ходовые гайки; 12 — направляющий стержень; 13 — кронштейн; 14 — шарниры; 15 — полиспаст

Fig. 1. Vibration mill: front view (a); side view (b); 1—grinding chamber (dashes delineate the chamber rotated by 90 deg); 2—basement; 3—support arms; 4—vibratory membrane mechanisms; 5—three-way air valve; 6—travelling mechanism; 7—frame; 8 and 9—jacks; 11 and 12—slide nuts; 12—guiding bar; 13—support arm; 14—pivots; 15—polyspast

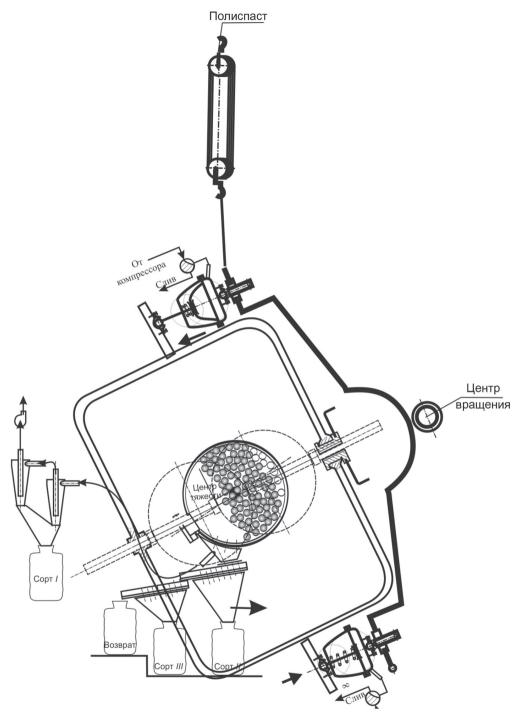


Рис. 2. Вибрационная мельница в положении, обеспечивающем горизонтальное вибрационное воздействие на помольную камеру

Fig. 2. Position of vibration mill to ensure horizontal vibration of grinding chamber

тем меньше амплитуда вибрации. Регулирование интенсивности вибрации осуществляется за счет изменения частоты срабатывания трехходового воздухораспределительного клапана 5. Изменение амплитуды, направления и интенсивности вибрации позволяет в широких пределах регулировать не только амплитудно-частотную характеристику движения мелющих тел, но и характер процесса измельчения в зависимости от прочности и размера частиц исходного материала. Частицы материала, перемещаясь в зазорах между мелющими телами, измельчаются за счет ударных, истирающих и раздавливающих нагрузок.

Изменение угла приложения вибрационного воздействия осуществляются за счет наклона основания 2 с помощью полиспаста 15. Тогда вибрационный мембранный механизм может обеспечить горизонтальное (рис. 1, a), или диагональное, или вертикальное вибрирующее воздействие (рис. 2) на помольную камеру 1. Изменение угла и направления приложения вибрационного воздействия влияет на интенсивность перемешивания мелющих тел и исключает появление застойных зон. По сравнению с прототипом для достижения максимально возможного спектра воздействия на мелющие тела достаточно установить два вибрационных мембранных механизма, что упростит систему управления вибрационными механизмами и конструкцию мельницы. При этом все механизмы вибрационной мельницы являются механическими и не требуют управления с помощью сложных и дорогостояших систем.

Таким образом, реализуем различные способы разрушения материала от дробления (при вертикальном колебании, см. рис. 1) до чистого истирания (при горизонтальном колебании, см. рис. 2).

Поскольку данная конструкция вибромельницы позволяет сгенерировать

виброимпульс практически любой амплитуды, частоты и направления, то необходимо определить оптимальные значения этих величин. Для упрощения процесса примем, что измельчение материала обеспечивается вертикальным гармоническим колебанием помольной камеры вибромельницы и без участия металлических шаров. Кроме того, несмотря на то, что загружаемый в помольную камеру материал неоднородный по крупности, рассматриваться будет максимально большой кусок. Тогда в процессе высокочастотного колебания помольной камеры разрушаемый материал внутри помольной камеры приводится в интенсивное хаотическое движение и одновременно центр масс (тяжести) материала совершает вертикальное колебательное движение, постоянно находясь во взвешенном состоянии. Измельчение кусков материала происходит в результате их столкновения друг с другом и взаимного трения, а также столкновения со стенкой помольной камеры, которая передает им импульсы. Для достижения поставленной цели в данной статье представлена разработанная математическая модель взаимодинамического процесса, происходящего между разрушаемым материалом и колеблющейся стенкой помольной камеры. Эта модель основана на краевой задаче для энергетического дифференциального уравнения движения куска измельчаемого материала.

Постановка и решение краевой задачи для энергетического дифференциального уравнения движения куска разрушаемого материала

Разместим координатную ось 0x по оси помольной камеры (рис. 1, a), направим ее вверх, а начало отсчета расположим на дне помольной камеры при ее равновесном состоянии.

Движение разрушаемого куска материала вдоль оси 0х описывается следующим энергетическим дифференциальным уравнением [10—18]

$$\frac{d}{dx}\left(m\frac{v^2}{2}+gmx\right)=-\lambda\chi\rho_0\frac{v^2}{2},\quad (1)$$

с граничным условием

$$|v(x)|_{x=0} = v_0,$$
 (2)

где m — масса разрушаемого куска; v = =v(x) — скорость вертикального перемещения разрушаемого куска, зависимая от продольной координаты x; g — ускорение свободного падения; λ — коэффициент лобового сопротивления движению куска при его проникновении в слой взвешенного материала; χ — площадь миделевого сечения куска при его проникновении в слой; ρ_0 — плотность материала в помольной камере при его переходе во взвешенное состояние; v_0 — начальная (максимальная) скорость куска при его подбрасывании (вертикально вверх).

Левая часть уравнения (1) в скобках представляет собой сумму кинетической и потенциальной энергии куска при его вертикальном подбрасывании стенкой помольной камеры. Правая часть уравнения (1) представляет собой силу лобового сопротивления, действующего на миделевую поверхность куска.

Уравнение (1) можно привести к следующим видам

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{v^2}{2}\right) = -\frac{\lambda\chi\rho_0}{m}\left(\frac{v^2}{2} + \frac{gm}{\lambda\chi\rho_0}\right), \quad (3)$$

$$\frac{dz}{dx} = -\frac{g}{\beta}(z+\beta), \qquad (4)$$

где

$$z = \frac{v^2}{2}$$
, $\beta = \frac{gm}{\lambda \chi \rho_0}$. (5)

Дифференциальное уравнение (4) можно решить методом разделения переменных [10]

$$\frac{dz}{z+\beta} = -\frac{g}{\beta}dx, \quad \ln|z+\beta| = -\frac{g}{\beta}x + C,$$

$$z+\beta = Ce^{-\frac{g}{\beta}x}, \quad \frac{v^2}{2} = Ce^{-\frac{g}{\beta}x} - \beta$$
(6)

Постоянный множитель C в выражении (6) вычисляется в процессе удовлетворения граничному условию (2) [11]

$$\frac{v^2}{2} = C - \beta, \quad C = \frac{v^2}{2} + \beta.$$
 (7)

Подставив значение C из (7) в (6), получим

$$\frac{v^2}{2} = \left(\frac{v_0^2}{2} + \beta\right) Ce^{-\frac{g}{\beta}x} - \beta. \tag{8}$$

Дальность проникновения *H* рассматриваемого куска в среде определяется путем постановки и удовлетворения следующего граничного условия:

при
$$x = H$$
, $v(x) = 0$ (9)

$$\left(\frac{v_0^2}{2} + \beta\right) \cdot e^{\frac{-g}{\beta}H} - \beta = 0. \tag{10}$$

Из выражения (10) можно определить дальность (высоту) проникновения куска в среде:

$$e^{-\frac{g}{\beta}H} = \frac{\beta}{\frac{v_0^2}{2} + \beta}; \quad e^{-\frac{g}{\beta}H} = 1 + \frac{v_0^2}{2\beta};$$

$$H = \frac{\beta}{g} \ln \left| 1 + \frac{v_0^2}{2\beta} \right|$$
(11)

Полагая, что бункер мельницы совершает вертикальные гармонические колебания по закону синусоиды, будем иметь

$$x(t) = x_0 \sin 2\pi \tau t \tag{12}$$

где τ — частота колебания бункера, Герц.

$$v(t) = 2\pi x_0 \tau \cos 2\pi \tau t,$$

 $w(t) = -4\pi^2 x_0 \tau^2 \sin 2\pi \tau t,$ (13)

где v(t) — скорость колебания дна бункера; w(t) — ускорение дна бункера; t — время, с.

Максимальная скорость, которую приобретает рассматриваемый кусок, равна

$$v_{\text{max}} = V_0 = 2\pi x_0 \tau$$
. (14)

Подставив значение максимальной скорости V_0 из (14) в (11), получим

$$H = \frac{\beta}{g} \ln \left| 1 + \frac{2\pi^2 x_0^2 \tau^2}{\beta} \right|.$$
 (15)

Наконец, подставив значения β из (5) в (15), выведем следующую формулу для величины H

$$H = \frac{4R\rho}{3\lambda\rho_0} \ln \left| 1 + \pi^2 x_0^2 \tau^2 \frac{3\lambda\rho_0}{2gR\rho} \right|$$
 (16)

Пример 1. Апробируем полученную формулу (16) на следующем тестовом примере: рассматривается кусок шаровой формы с радиусом $R=2\cdot 10^{-2}$ м. Считается, что $\rho\approx\rho_0$. Параметры колебания бункера имеют следующие значения: $x_0=10^{-2}$ м, $\tau=10$ Гц. Коэффициент лобового сопротивления для частицы шаровой формы равен $\lambda=0,5$ [13, 14]. Подставив числовые значения входных параметров колеблющейся системы в формулу (16), получим следующее числовое значение дальности проникновения куска во взвешенной среде

$$H = \frac{4 \cdot 2 \cdot 10^{-2}}{3 \cdot 0.5} \cdot \ln \left| 1 + 3.14^{2} \cdot 10^{-4} \cdot 10^{2} \frac{3 \cdot 0.5}{2 \cdot 9.81 \cdot 2 \cdot 10^{-2}} \right| = 0.017 \text{ M}.$$

Ответ: дальность проникновения куска во взвешенной среде составляет H = 1.7 см.

Для вычисления промежутка времени проникновения куска в среде воспользуемся дифференциальным уравнением движения куска вертикально вверх с учетом лобового сопротивления

$$m\frac{dv}{dt} = -mg - \lambda \chi \rho_0 \frac{v^2}{2}, \qquad (17)$$

с начальным условием

$$|v(t)|_{t=0} = v_0$$
, (18)

где приняты такие же обозначения, как в дифференциальном уравнении (1).

Поставленную задачу Коши (17), (18) можно решить методом разделения переменных:

$$\frac{dv}{v^2+2\beta}=-\frac{g}{2\beta}dt, \qquad (19)$$

$$\frac{1}{\sqrt{2\beta}} \operatorname{arctg} \frac{v}{\sqrt{2\beta}} = -\frac{g}{2\beta} t + C.$$

Постоянная C определяется в процессе удовлетворения начальному условию (18)

$$C = \frac{1}{\sqrt{2\beta}} \arctan \frac{v_0}{\sqrt{2\beta}} . \qquad (20)$$

Подставив значения постоянной C из (20) в (19), получим:

$$\frac{1}{\sqrt{2\beta}} \operatorname{arctg} \frac{v}{\sqrt{2\beta}} = \frac{1}{\sqrt{2\beta}} \operatorname{arctg} \frac{v_0}{\sqrt{2\beta}} - \frac{gt}{2\beta} \tag{21}$$

$$\operatorname{arctg} \frac{v}{\sqrt{2\beta}} = \operatorname{arctg} \frac{v_0}{\sqrt{2\beta}} - \frac{gt}{\sqrt{2\beta}},$$

$$\frac{v}{\sqrt{2\beta}} = tg \left(\operatorname{arctg} \frac{v_0}{\sqrt{2\beta}} - \frac{gt}{\sqrt{2\beta}} \right),$$

$$v(t) = \sqrt{2\beta} \cdot tg \left(\operatorname{arctg} \frac{v_0}{\sqrt{2\beta}} - \frac{gt}{\sqrt{2\beta}} \right),$$

$$\beta = \frac{gm}{\lambda \chi \rho_0}.$$
(22)

Выражение (22) представляет формулу зависимости от времени *t* скорости проникновения рассматриваемого куска во взвешенной измельчаемой среде.

Промежуток времени полного проникновения куска вычисляется из выражения (22) путем выполнения следующего условия

$$v(t)\big|_{t=t_0}=0$$
. (23)

Следовательно,

$$arctg \frac{v_0}{\sqrt{2\beta}} - \frac{gt_0}{\sqrt{2\beta}} = 0 , t_0 = \frac{\sqrt{2\beta}}{g} arctg \frac{v_0}{\sqrt{2\beta}}.$$
 (24)

Пример 2. На примере 1 протестируем полученную формулу (24) для вычисления промежутка времени t_{\circ} полного проникновения куска в среду

$$v_0 = 2\pi E_0 \tau$$
, $\beta = \frac{gm}{\lambda \chi \rho_0} = \frac{4gR}{3\lambda}$, $x_0 = 10^{-2}$ M, $\tau = 10$ Fy. $v_0 = 6,28 \cdot 10^{-2} \cdot 10 = 0,628$ M/c,

$$\beta = \frac{4 \cdot 9,81 \cdot 2 \cdot 10^{-2}}{3 \cdot 0,5} = 0,52 \text{ M}^2/\text{c}^2, \ t_0 = \frac{\sqrt{2 \cdot 0,52}}{9,81} \arctan \frac{0,628}{\sqrt{2 \cdot 0,52}} = 0,102 \cdot 0,55 = 0,06 \text{ c.}$$

Ответ: Промежуток времени полного погружения (проникновения) куска во взвешенной измельчаемой среде составляет t_0 = 0,06 с.

Для интенсификации процесса измельчения кускового материала наиболее важным представляется подбор параметров вертикального колебания помольной камеры с тем расчетом, чтобы фаза и период (либо частота) колебания рассматриваемого куска в помольной камере совпадали с фазой и периодом (либо частотой) колебания самой помольной камеры. Эту задачу здесь будем решать по следующей последовательности: вычисляется период колебания куска в помольной камере

$$T_1 = t_0 + t_1, (25)$$

 $T_1 = t_0 + t_1,$ (25) где t_0 — промежуток времени полного погружения куска во взвешенной измельчаемой среде. Это время вычисляется по полученной формуле (24); t_1 — промежуток времени падения фрикционного куска на дно помольной камеры. Считается, что после его торможения в среде он совершает свободное падение на дно помольной камеры с высоты H, равной высоте (дальности) погружения (проникновения) куска во взвешенной измельчаемой среде. Этот промежуток времени вычисляется по известной формуле теоретической механики [10, 12].

$$t_1 = \sqrt{\frac{2H}{g}} , \qquad (26)$$

где H вычисляется по формуле (16)

$$T_1 = \frac{\sqrt{2\beta}}{g} \operatorname{arctg} \frac{V_0}{\sqrt{2\beta}} + \sqrt{\frac{2H}{g}} . \tag{27}$$

Частота колебания куска равна

$$\tau_1 = \frac{1}{T_1} = \frac{1}{\frac{\sqrt{2\beta}}{g} \operatorname{arctg} \frac{v_0}{\sqrt{2\beta}} + \sqrt{\frac{2H}{g}}}.$$
 (28)

Подставив значения β , $v_{_0}$ и H из (5), (14) и (16) в (28), получим

$$\tau_{1} = \frac{\sqrt{3g\lambda}}{\sqrt{8R} \left[arctg \left(2\pi x_{0} \tau \sqrt{\frac{3\lambda}{8gR}} \right) + \sqrt{\ln\left(1 + \pi^{2} x_{0}^{2} \tau^{2} \frac{3\lambda}{2gR} \right)} \right]},$$
 (29)

где τ_1 — частота колебания разрушаемого куска; τ — частота колебания самой помольной камеры.

В результате приравнивания значений этих величин выводим частотное уравнение колебания помольной камеры

$$\tau \left[arctg \left(2\pi x_0 \tau \sqrt{\frac{3\lambda}{8gR}} \right) + \sqrt{\ln\left(1 + \pi^2 x^2 \tau^2 \frac{3\lambda}{2gR}\right)} \right] = \sqrt{\frac{3\lambda g}{8R}}$$
 (30)

При работе мельницы на частоте τ колебания самой помольной камеры, полученной по формуле (30), обеспечивается прямое встречное столкновение разрушаемого куска со стенкой помольной камеры. В результате чего в момент каждого столкновения от стенки помольной камеры на разрушаемый кусок передается дополнительный импульс (количество движения), и тем самым повышается интенсификация измельчения кускового материала.

Полученная формула (30) представляет трансцендентное алгебраическое уравнение относительно неизвестной величины τ . Кроме величины τ в качестве входных параметров в этом уравнении содержатся следующие величины: x_0 — амплитуда колебания помольной камеры; R — приведенный радиус разрушаемого куска; λ — коэффициент лобового сопротивления; g = 9,81 м/с 2 — ускорение свободного падения.

Перечисленным входным параметрам присваиваются числовые значения.

Действительные корни частотного уравнения (30) определяются графо-аналитическим методом решения трансцендентных уравнений [10, 13]. Левая сторона этого уравнения представляет собой функцию одной переменной τ при присвоении конкретных значений остальным параметрам. Обозначим ее через символ $y = y(\tau)$:

 $y = \tau \left[arctg \left(2\pi x_0 \tau \sqrt{\frac{3\lambda}{8gR}} \right) + \sqrt{\ln \left(1 + \pi^2 x_0^2 \tau^2 \frac{3\lambda}{2gR} \right)} \right].$

В прямоугольной системе координат строится график этой функции. На горизонтальной оси откладываются значения переменной τ , на вертикальной — соответствующие значения $y(\tau)$, в результате чего получится искомый график. При этом величине τ целесообразно присваивать значения $g(\tau)$ промежутке от 1 до 30,

с шагом
$$\Delta \tau$$
 = 0,25 Гц. Затем строим прямую $y = \sqrt{\frac{3 \lambda g}{8 R}}$. При пересечении этих

графиков получим множество точек со значениями $\tau_1, \tau_2, \tau_3, \dots, \tau_n$, из которых выбираются положительные. Из последних выбирается частота, удовлетворяющая остальным техническим возможностям и показателям вибрационной мельницы.

Вычислительные эксперименты проведены на компьютере на базе трансцендентного частотного уравнения (30). Расчеты выполнены для следующих тринадцати значений приведенного радиуса измельчаемого куска, м:

$$R_1=0,001;\ R_2=0,0025;\ R_3=0,005;\ R_4=0,0075;\ R_5=0,01;\ R_6=0,0125;\ R_7=0,015;\ R_8=0,0175;\ R_9=0,02;\ R_{10}=0,0225;\ R_{11}=0,025;\ R_{12}=0,0275;\ R_{13}=0,003.$$
 Остальным входным параметрам присваивались следующие постоянные зна-

Остальным входным параметрам присваивались следующие постоянные значения: $x_0 = 0.01$ м — амплитуда колебаний помольной камеры; λ — коэффициент лобового сопротивления; g = 9.81 м/с² — ускорение свободного падения; $\pi = 3.14$.

Результаты вычислительного эксперимента представлены на рис. 3. Независимая переменная т варьировалась в промежутке от 1 до 30 с шагом 0,01 Гц. На указанных рисунках в зависимости от принятого значения приведенного радиуса R представлены кривые и горизонтальные прямые линии. Кривые линии представляют графики левой части частотного уравнения (30), прямые линии — правой части уравнения (30). Для конкретного значения радиуса R абсцисса т точки пересечения кривой и прямой линий математически представляет корень частотного уравнения (30), механически же эта величина $\tau = 9,25$ Гц представляет частоту колебания помольной камеры, при которой обеспечивается прямое встречное столкновение разрушаемого куска и стенки помольной камеры.

С использованием данных рис. 3 по точкам пересечения кривой и прямой линий был построен график зависимости частоты колебания помольной камеры т от приведенного радиуса *R* разрушаемого куска (рис. 4). В результате вычисления регрессии с использованием программы Mathcad было получено уравнение зависимости частоты колебания помольной камеры от приведенного радиуса разрушаемого куска

$$\tau = 15,106 - 1,527 \cdot 10^{3} R + 1,427 \cdot 10^{5} R^{2} - 5,552 \cdot 10^{6} R^{3} + 7,589 \cdot 10^{7} R^{4}$$
 (31)

Полученные в статье расчетные формулы существенно упрощаются, если

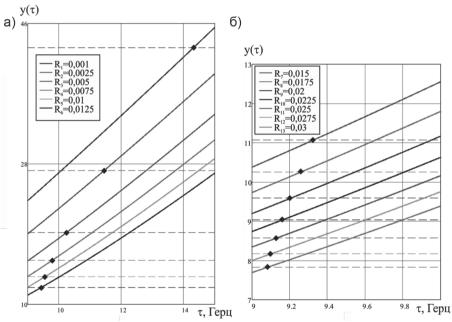


Рис. 3. Графики зависимости функции $y_1(\tau)$ и $y_2(\tau)$ от переменной τ при разных значениях приведенного радиуса R разрушаемого куска: при R в интервале [0,001; 0,0225] (а); при R в интервале [0,025; 0,03] (б). Через $y_1(\tau)$ и $y_2(\tau)$ обозначены соответственно левая и правая части частотного уравнения (30), при этом $y_1(\tau)$ обозначена сплошной линией, а $y_2(\tau)$ — пунктирной линией, ϕ — точка пересечения графиков функций $y_2(\tau)$ и $y_3(\tau)$

Fig. 3. Plotted functions $y_1(\tau)$ and $y_2(\tau)$ at different values of reduced radius of milled particle: at R on the interval [0.001; 0.0225] (a), at R on the interval [0.025; 0.03] (b). The functions $y_1(\tau)$ and $y_2(\tau)$ denote, respectively, the left-hand and right-sides of frequency equation (30); $y_1(\tau)$ is depicted by solid line and $y_2(\tau)$ is depicted by dashed line, Φ intersection of the plotted functions $y_1(\tau)$ and $y_2(\tau)$

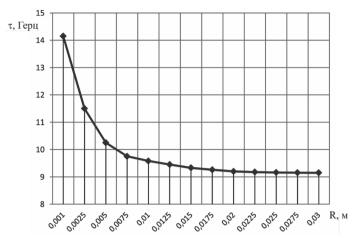


Рис. 4. График зависимости частота колебания помольной камеры τ от приведенного радиуса R разрушаемого куска

Fig. 4. Grinding chamber vibration frequency τ versus reduced radius R of milled particle

в математической модели исключить силу лобового сопротивления. Для этого достаточно в соответствующих формулах переходить к пределам, когда $\lambda \rightarrow 0$, и раскрыть неопределенности типа 0/0. В результате раскрытия неопределенностей из формул (16), (22), (24) и (30) получаются следующие формулы

$$\begin{split} H &= \frac{v_0^2}{2g} = \frac{2\pi^2 x_0^2 \tau^2}{g}, \quad v_0 = 2\pi^2 \chi_0^2 \tau^2, \\ t_0 &= \frac{2\pi x_0 \tau}{g}, \quad \tau = \sqrt{\frac{g}{4\pi x_0}}. \end{split}$$

Заключение

1. Описана конструкция вибрационной мельницы, обеспечивающая вибрирование помольной камеры с практически любой амплитудой и частотой с плавным изменением их значений, что позволяет загружать материал с крупностью на порядок большей, чем в применяемых промышленностью вибромельницах. При этом вертикальная плоскость вибрации мельницы может быть плавно перенаправлена от перпендикулярного до продольного по отношению к помольной камере, что предотвраща-

ет расслоение разрушаемого материала по крупности. Положение центра тяжести помольной камеры в данной мельнице может плавно регулироваться относительно горизонтальной плоскости вибрации как выше, так и ниже ее, что также помогает исключить расслоение материала в помольной камере. Вектор направления вибрационного воздействия на помольную камеру может быть перенаправлен от вертикального до горизонтального, что плавно меняет характер разрушения материала от дробления шарами.

- 2. Проведено механико-математическое моделирование колебательных процессов в помольной камере вибромельницы кускового материала горнорудной промышленности. Основной целью моделирования представляет повышение интенсивности измельчения путем подбора частоты вертикального колебания помольной камеры с тем расчетом, чтобы постоянно имело место прямое встречное столкновение кускового материала с дном помольной камеры.
- 3. Получены совокупности расчетных формул для вычисления скорости

дальностей по высоте проникновения разрушаемого куска во взвешенном слое разрушаемого материала.

4. Получено частотное уравнение синхронного колебания помольной камеры и измельчаемого материала с тем расчетом, чтобы обеспечивалось пря-

мое встречное столкновение измельчаемого куска материала с дном помольной камеры. В результате обеспечения встречного столкновения увеличивается интенсивность изменения кускового материала в помольной камере вибромельницы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. *Булгаков Е. Б.* Вертикальная вибрационная мельница: Дис. ... канд. техн. наук. Белгород: Гос. технол. ун-т им. В.Г. Шухова, 2008. 189 с.
- 2. Мухамадиев В. Х. Патент РФ № 2585842, опубл. 10.06.2016. Вертикальная вибрационная мельница. 2016. Бюл. № 16.
- 3. Вайсберг Л. А., Сафронов А. Н. Дробильно-измельчительное оборудование вибрационного действия для переработки сырья и промышленных отходов. Научно-производственная корпорация «Механобртехника» // Экология и промышленность России. $2019. T. 23. N^2 7. C. 4 9.$
- 4. *Баранов В. Ф.* Обзор дробильного и измельчительного оборудования основных производителей // Обогащение руд. 2012. № 3. С. 32 38.
- 5. Yang Dasheng, Shi Chunxi Patent CN207013108. Novel vibration mill. 2018, publication data 16.02.2018.
- 6. Xing Wuzhou, Li Dongming, Wei Xiao, Shi Xiaoxiao Patent CN208288192. A vibrating rubbing crusher for producing alumina powder. 2018, publication data 28.12.2018.
- 7. Сергеев В. В., Дмитрак Ю. В., Герасименко Т. Е. Герасименко Я. П. Патент РФ № 2715638. Вибрационная мельница. 2020. Бюл. № 7, опубл. 02.03.2020.
- 8. Бардовский А. Д., Герасимова А. А., Бибиков П. Я. Разработка принципов совершенствования измельчительного оборудования // Горный журнал. 2020. № 3. DOI: 10.17580/azh.2020.03.10.
- 9. Bogdanov V. S., Alexandrova E. B., Bogdanov D. V., Bogdanov N. E., Gavrunov A. Y. Optimization of material grinding in vibration mills // Journal of Physics: Conference Series. 2019, vol. 1353, article 012059. DOI: 10.1088/1742-6596/1353/1/012059.
 - 10. Никитин Н. Н. Курс теоретической механики. М.: Высшая школа, 1990. 607 с.
- 11. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. М.: Наука, 1977. 330 с.
 - 12. *Повх И. Л.* Техническая гидромеханика. Л.: Машиностроение, 1959. 524 с.
- 13. Музаев И. Д., Харебов К. С., Музаев Н. И. Теоретические положения автоматизации проектирования селективных водозаборных устройств // Вычислительные технологии. -2016. -№ 4. -C. 99-110.
- 14. *Музаев И. Д.*, *Агузаров Г. В.* Механико-математическое моделирование процесса центробежной сепарации масла в двигателе внутреннего сгорания горных машин // Устойчивое развитие горных территорий. 2019. Т. 11. № 23. С. 352 359.
 - 15. *Штеренлихт Д. В.* Гидравлика. М.: Энергоатомиздат, 1984. 655 с.
- 16. Hilden M. M., Powell M. S., Yahyaei M. An improved method for grinding mill filling measurement and the estimation of load volume and mass // Minerals Engineering, 2021, vol. 160, article 106638. DOI: 10.1016/j.mineng.2020.106638.
- 17. Nicolas Blanc, Claire Mayer-Laigle, Jean-Yves Delenne Evolution of grinding energy and particle size during dry ball-milling of silica sand // Powder Technology, 2020, vol. 376, pp. 661 667. DOI: 10.1016/i.powtec.2020.08.048.
- 18. Yao Liua, Xiufeng Wangb, Jing Linc, Xianguang Konga An adaptive grinding chatter detection method considering the chatter frequency shift characteristic // Mechanical Systems and Signal Processing. 2020, vol. 142, article 106672. DOI: 10.1016/j.ymssp.2020.106672.

REFERENCES

- 1. Bulgakov E. B. *Vertikal'naya vibratsionnaya mel'nitsa* [Vertical vibrating mill], Candidate's thesis, Belgorod,Gos. tekhnol. un-t, 2008, 189 p.
 - 2. Mukhamadiev V. Kh. Patent RU 2585842, 10.06.2016. [In Russ].
- 3. Vaysberg L. A., Safronov A. N. Vibration crushing and grinding equipment for processing raw materials and industrial waste. Research and Production Corporation «Mechanobr-Tekhnika». *Ecology and Industry of Russia*. 2019, vol. 23, no. 7, pp. 4–9. [In Russ].
- 4. Baranov V. F. The main producers' crushing and grinding equipment review. *Obogash-chenie Rud.* 2012, no. 3, pp. 32 38. [In Russ].
 - 5. Yang Dasheng, Shi Chunxi Patent CN207013108, 16.02.2018.
 - 6. Xing Wuzhou, Li Dongming, Wei Xiao, Shi Xiaoxiao Patent CN208288192, 28.12.2018.
- 7. Sergeev V. V., Dmitrak Yu. V., Gerasimenko T. E. Gerasimenko Ya. P. *Patent RU 2715638*, 02.03.2020. [In Russ].
- 8. Bardovskiy A. D., Gerasimova A. A., Bibikov P. Ya. Principles of improvement of milling equipment. *Gornyi Zhurnal*. 2020, no. 3. [In Russ]. DOI: 10.17580/gzh.2020.03.10.
- 9. Bogdanov V. S., Alexandrova E. B., Bogdanov D. V., Bogdanov N. E., Gavrunov A. Y. Optimization of material grinding in vibration mills. *Journal of Physics: Conference Series*. 2019, vol. 1353, article 012059. DOI: 10.1088/1742-6596/1353/1/012059.
- 10. Nikitin N. N. *Kurs teoreticheskoy mekhaniki* [Theoretical mechanics course], Moscow, Vysshaya shkola, 1990, 607 p.
- 11. Korn G., Korn T. *Spravochnik po matematike dlya nauchnykh rabotnikov i inzhenerov* [Handbook of mathematics for scientists and engineers], Moscow, Nauka, 1977, 330 p.
- 12. Povkh I. L. *Tekhnicheskaya gidromekhanika* [Technical hydromechanics], Leningrad, Mashinostroenie, 1959, 524 p.
- 13. Muzaev I. D., Kharebov K. S., Muzaev N. I. Theoretical principles of design automation of selective water intake devices. *Computational Technologies*. 2016, no. 4, pp. 99 110. [In Russ].
- 14. Muzaev I. D., Aguzarov G. V. Mechanical and mathematical modeling of the process of centrifugal oil separation in the internal combustion engine of mining machines. *Sustainable Development of Mountain Territories*. 2019, vol. 11, no. 23, pp. 352 359. [In Russ].
 - 15. Shterenlikht D. V. Gidravlika [Hydraulics], Moscow, Energoatomizdat, 1984, 655 p.
- 16. Hilden M. M., Powell M. S., Yahyaei M. An improved method for grinding mill filling measurement and the estimation of load volume and mass. *Minerals Engineering*, 2021, vol. 160, article 106638. DOI: 10.1016/j.mineng.2020.106638.
- 17. Nicolas Blanc, Claire Mayer-Laigle, Jean-Yves Delenne Evolution of grinding energy and particle size during dry ball-milling of silica sand. *Powder Technology*, 2020, vol. 376, pp. 661 667. DOI: 10.1016/i.powtec.2020.08.048.
- 18. Yao Liua, Xiufeng Wangb, Jing Linc, Xianguang Konga An adaptive grinding chatter detection method considering the chatter frequency shift characteristic. *Mechanical Systems and Signal Processing*. 2020, vol. 142, article 106672. DOI: 10.1016/j.ymssp.2020.106672.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

Сергеев Вячеслав Васильевич¹ — д-р техн. наук, профессор, Музаев Илларион Давидович — д-р техн. наук, профессор, главный научный сотрудник, Геофизический институт, Владикавказский научный центр РАН; профессор, Владикавказский филиал финансового университета при правительстве РФ, Дмитрак Юрий Витальевич¹ — д-р техн. наук, профессор, ректор, Герасименко Татьяна Евгеньевна¹ — канд. техн. наук, доцент, начальник отдела интеллектуальной собственности, e-mail: gerasimenko_74@mail.ru,

¹ Северо-Кавказский горно-металлургический институт (государственный технологический университет). **Для контактов**: Герасименко Т.Е., e-mail: gerasimenko 74@mail.ru.

INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

V.V. Sergeev¹, Dr. Sci. (Eng.), Professor,
I.D. Muzaev, Dr. Sci. (Eng.), Professor, Chief Researcher,
Geophysical Institute, Vladikavkaz Scientific Center
of the Russian Academy of Sciences, 362020, Vladikavkaz, Russia;
Professor, Vladikavkaz Branch of the Financial University
under the Government of the Russian Federation, Vladikavkaz, Russia,
Ju.V. Dmitrak¹, Dr. Sci. (Eng.), Professor, Rector,
T.E. Gerasimenko¹, Cand. Sci. (Eng.), Assistant Professor,
e-mail: gerasimenko_74@mail.ru,

1 North Caucasus Mining-and-Metallurgy Institute (State Technological University),
362021, Vladikavkaz, Republic of North Ossetia-Alania, Russia.
Corresponding author: T.E. Gerasimenko, e-mail: gerasimenko 74@mail.ru.

Получена редакцией 25.02.2021; получена после рецензии 29.03.2021; принята к печати 10.07.2021. Received by the editors 25.02.2021; received after the review 29.03.2021; accepted for printing 10.07.2021.



РУКОПИСИ, ДЕПОНИРОВАННЫЕ В ИЗДАТЕЛЬСТВЕ «ГОРНАЯ КНИГА»

АДАПТАЦИЯ АППАРАТНЫХ КОМПЛЕКСОВ С АВТОНОМНЫМ ПИТАНИЕМ К УСЛОВИЯМ ЭКСПЛУАТАЦИИ И МОНИТОРИНГА ПРОЦЕССОВ ГОРНЫХ РАБОТ

(№ 1245/08-21 or 19.05.2021; 9 c.)

Шаповалов Виталий Александрович¹ — канд. физ.-мат. наук, Азаматова Ирина Зуберовна¹ — канд. экон. наук, доцент, Кунашева Залина Мартиновна¹ — магистрант, Нагоев Алим Мулидович¹ — студент, ¹ Кабардино-Балкарский государственный университет им. Х.М. Бербекова, Институт информатики, электроники и робототехники.

Внедрение средств автоматизации и роботизации рудников требует создания и эксплуатации различных аппаратно-программных комплексов (АПК) мониторинга процессов горных работ, значительная часть которых требует автономного энергопитания. В частности, кафедра информационных технологий в управлении техническими системами внедряет на открытых горных работах различных предприятий АПК мониторинга процессов экскавации, отдельные модули которой требуют автономного питания. Данные АПК активно применяются в учебном процессе.

Ключевые слова: автономное питание, мониторинг процессов горных работ, мониторинг заряда, разряда литий-ионных аккумуляторов.

ADAPTATION OF HARDWARE SYSTEMS WITH AUTONOMOUS POWER SUPPLY TO CONDITIONS OF OPERATION AND MONITORING OF MINING PROCESSES

V.A. Shapovalov¹, Cand. Sci. (Phys. Mathem.), I.Z. Azamatova¹, Cand. Sci. (Econ.), Assistant Professor, Z.M. Kunasheva¹, Master's Degree Student, A.M. Nagoev¹, Student, ¹ Kabardino-Balkarian State University named after Tarkas large 200004. Nalakili, Bussian of Institute of Information Computer Tarkas large 200004. Nalakili, Bussian

Institute of Informatics, Electronics and Computer Technology, 360004, Nalchik, Russia.

The introduction of automation and robotization of mines requires the creation and operation of various hardware and software systems for monitoring mining processes, a significant part of which requires an autonomous power supply. In particular, the Department of Information Technologies in the Management of Technical Systems implements hardware and software systems for monitoring excavation processes at open pit mining of various enterprises, individual modules of which require autonomous power supply. APK data are actively used in the educational process.

Key words: autonomous power supply, monitoring of mining processes, monitoring of charge and discharge of lithium-ion batteries.