

ЧИСЛЕННЫЙ РАСЧЕТ БОКОВОГО ДАВЛЕНИЯ НА ВНЕШНЮЮ ГРАНИЦУ ЛЕДОПОРОДНОГО ОГРАЖДЕНИЯ

М.С. Желнин¹, А.А. Костина¹, О.А. Плехов¹, М.А. Семин², Г.П. Бровка³

¹ Институт механики сплошных сред УрО РАН, Пермь, Россия

² Горный институт УрО РАН, Пермь, Россия, e-mail: seminma@inbox.ru

³ Институт Природопользования НАН Беларуси, Минск, Беларусь

Аннотация: Строительство вертикальных шахтных стволов в сложных гидрогеологических условиях выполняют под защитой ледопородного ограждения. Ледопородное ограждение (ЛПО) является важным геотехническим сооружением, от прочности которого зависит успех горнопроходческих работ. Распространенным методом определения оптимальной толщины ЛПО является использование аналитических формул, позволяющих получить оценку толщины по критериям предельного состояния. Однако вычисленный таким образом результат существенно зависит от величины бокового давления, действующего на внешнюю границу ЛПО. Настоящая работа посвящена теоретическому исследованию бокового давления на внешнюю границу ЛПО со стороны незамороженного грунта на основе численного моделирования напряженно-деформированного состояния грунтового слоя с выработкой, пройденной под защитой ЛПО. Рассматривается как условие жесткого сцепления на границе контакта между замороженным и незамороженным грунтом, так и условие гладкой границы ЛПО. С целью исследования влияния пластической деформации на боковое давление моделирование проводится для упругого и упруго-пластического деформирования грунта. Отдельно исследуется случай воздействия на ЛПО высокого гидростатического давления. Результаты моделирования позволяют заключить, что величина бокового давления на неподкрепленный участок ЛПО зависит от податливости замороженного грунта. Воздействие гидростатического давления приводит к более равномерному распределению бокового давления по внешней границе ЛПО. Сравнение результатов численного моделирования с оценками бокового давления, полученными по применяемым в инженерной практике аналитическим формулам, показало, что формулы относительно моделирования предсказывают во всех случаях более высокое значение бокового давления.

Ключевые слова: ледопородное ограждение, искусственное замораживание, вертикальный шахтный ствол, горное давление, физико-механические свойства пород, неупругое деформирование грунта, гидростатическое давление, численное моделирование.

Благодарность: Исследование выполнено при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования РФ в рамках проекта № С-26/563.

Для цитирования: Желнин М. С., Костина А. А., Плехов О. А., Семин М. А., Бровка Г. П. Численный расчет бокового давления на внешнюю границу ледопородного ограждения // Горный информационно-аналитический бюллетень. – 2022. – № 10. – С. 62–77. DOI: 10.25018/0236_1493_2022_10_0_62.

Numerical calculation of lateral pressure on frozen wall envelope

M.S. Zhelnin¹, A.A. Kostina¹, O.A. Plekhov¹, M.A. Semin², G.P. Brovka³

¹ Institute of Continuous Media Mechanics of Ural Branch
of Russian Academy of Sciences, Perm, Russia

² Mining Institute of Ural Branch of Russian Academy of Sciences,
Perm, Russia, e-mail: seminma@inbox.ru

³ Institute of Nature Management of National Academy of Sciences of Belarus,
Minsk, Belarus

Abstract: Mine shaft construction in difficult hydrogeological conditions is carried out under protection of a frozen wall. The frozen wall is a critical geoengineering structure, and its strength governs efficiency of shaft sinking. The common method of the frozen wall thickness optimization is using analytical formulas with limiting state criteria. However, the result found this way essentially depends on the value of lateral pressure which affects the frozen wall envelope. This study is a theoretical research of the lateral pressure exerted on the frozen wall envelope by the adjacent unfrozen rock mass based on the numerical modeling of the stress-strain behavior of a rock mass layer with an opening made under protection of the frozen wall. The scope of the modeling embraces both the condition of rigid cohesion at the frozen and unfrozen rock interface and the smooth outer boundary of the frozen wall. For analyzing influence of plastic deformation on the lateral pressure, the modeling includes the cases of the elastic and elastoplastic deformation. The influence of high hydrostatic pressure on the frozen wall is investigated individually. The modeling results offer an inference that the value of the lateral pressure applied to an unsupported section of the frozen wall depends on the ductibility of the frozen rocks. The hydrostatic pressure distributes the lateral pressure over the frozen wall envelope more evenly. The comparison of the numerical modeling results and the lateral pressure estimates from the analytical formulas used in the engineering practices shows that the formulas always predict the higher lateral pressure values as against the numerical modeling.

Key words: frozen wall, artificial freezing, vertical mine shaft, rock pressure, physical and mechanical properties of rocks, inelastic deformation of rocks, hydrostatic pressure, numerical modeling.

Acknowledgements: The study was supported by the Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation, Project No. S-26/563.

For citation: Zhelnin M. S., Kostina A. A., Plekhov O. A., Semin M. A., Brovka G. P. Numerical calculation of lateral pressure on frozen wall envelope. *MIAB. Mining Inf. Anal. Bull.* 2022;(10):62-77. [In Russ]. DOI: 10.25018/0236_1493_2022_10_0_62.

Введение

Сложные гидрогеологические условия на участках возведения шахтных стволов приводят к необходимости создания ледопородного ограждения (ЛПО) в пределах водоносных пород [1, 2]. Формирование ЛПО проводится путем искусственного замораживания пород-

ного массива через сеть замораживающих скважин, пробуренных по запроектированному сечению горной выработки [3]. Проведение шахтного ствола под защитой ЛПО выполняется небольшими заходками с последующей установкой чугунно-бетонной крепи. В связи с этим для обеспечения безопасности

горнопроходческих работ необходимо, чтобы толщины ЛПО на неподкрепленном участке было достаточно для сдерживания давления со стороны окружающих ЛПО незамороженных пород и подземных вод [4–6].

Статические расчеты оптимальной толщины ЛПО проводятся по критериям предельного напряженного состояния и максимально допустимого перемещения. Определяющие соотношения для описания прочности замороженных грунтов представлены в работах [7–9]. В работах [10, 11] рассмотрен вопрос ползучести замороженных пород при проведении шахтных стволов. В работах [12–14] проводится анализ существующих аналитических соотношений для расчетов толщины ЛПО. В [15] рассматривается вопрос влияния неоднородности поля температур в замороженных породах на несущую способность ЛПО. На основе данных работ можно заключить, что результат вычисления оптимальной толщины ЛПО по предельным состояниям значительным образом зависит от величины бокового давления, действующего на внешнюю границу ЛПО.

В настоящее время активно разрабатываются математические модели и методы для расчета напряженно-деформированного состояния породного массива вокруг горизонтальных [16–18] и вертикальных [19, 20] выработок, а также величины горного давления, действующего на крепь [21–23]. Однако вопрос оценки бокового давления на внешнюю границу ЛПО изучен недостаточно.

В инженерной практике величина бокового давления на ЛПО определяется в соответствии с формулой для оценки активного давления грунта на вертикальную абсолютно гладкую подпорную стенку при горизонтальной засыпке (ВСН 189-78 «Инструкция по проектированию и производству работ по искус-

ственному замораживанию грунтов при строительстве метрополитенов и тоннелей» [28]; СП 22.13330.2016 «Основания зданий и сооружений»):

$$P_{lat} = (\gamma_{un}z + P_{ob}) \cdot tg^2 \left(45^\circ - \frac{\varphi^\circ}{2} \right) - 2c \cdot tg \left(45^\circ - \frac{\varphi^\circ}{2} \right), \quad (1)$$

где z — толщина рассматриваемого грунтового слоя; P_{ob} — давление вышележащих пород; γ_{un} , c , φ — удельный вес незамороженного грунта, коэффициент сцепления и угол внутреннего трения грунта в незамороженном состоянии. Первое слагаемое данной формулы характеризует давление грунта без учета сцепления, а второе описывает, насколько снижается давление вследствие сцепления. Данная формула соответствует ситуации нормально уплотненного грунта.

В соответствии с СП 22.13330.2016 формула (1) применяется, если перемещение конструкции в направлении от грунта превышает $0,001h_{un\sup}$, где $h_{un\sup}$ — высота конструкции. Если же перемещение конструкции менее $0,0005h_{un\sup}$, то горизонтальное давление рекомендуется определять по формуле для давления нормально уплотненного грунта в покое:

$$P_{lat} = \frac{\nu}{1-\nu} (\gamma_{un}z + P_{ob}), \quad (2)$$

где ν — коэффициент Пуассона грунта. При этом для учета порового давления вертикальная нагрузка в формулах (1) и (2), обусловленная весом пород, вычисляется с использованием понятия эффективного напряжения Терцаги.

Также для несвязных грунтов в условиях неупругого деформирования боковое давление зачастую определяется также и по другим формулам. Например, по формулам Jaky [24], Brooker-Ireland [25] и др. Однако в настоящее время они не закреплены нормативными до-

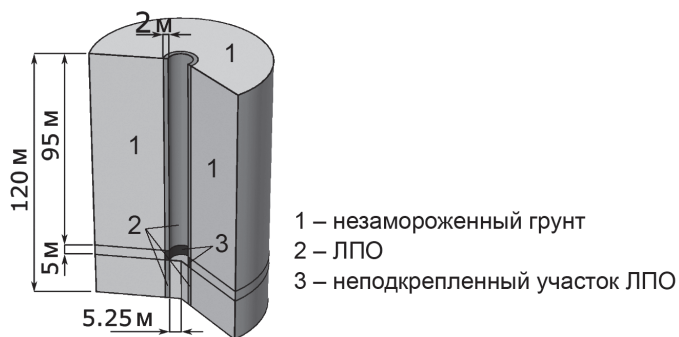


Рис. 1. Геометрия расчетной области
Fig. 1. Geometry of computational domain

кументами РФ. В этой работе мы не будем их рассматривать.

Данная работа посвящена исследованию бокового давления на внешнюю границу ЛПО на основе численного моделирования напряженно-деформированного состояния грунтового слоя при проведении шахтного ствола под защитой ЛПО. Результаты численного моделирования сравниваются с оценками бокового давления, вычисленными по формулам (1) – (2). Для анализа воздействия порового давления на внешнюю границу ЛПО расчеты проводятся как без учета, так и с учетом его влияния на напряженно-деформированное состояние грунтового слоя.

Математическая постановка задачи

Численное моделирование проводится для цилиндрической области грунтового слоя. Геометрия расчетной области представлена на рис. 1. Расчетная область состоит из незамороженного грунта, ЛПО и выработки, пройденной внутри ЛПО. Незамороженный грунт предполагается однородным, чтобы исключить влияние на численное решение скачка материальных свойств, возникающего на границе породных слоев. Высота расчетной области равна 120 м, начиная от дневной поверхности, а ее

радиус — 40 м. Радиус шахтного ствола — 5,25 м, толщина ЛПО — 2 м. Предполагается, что ЛПО подкреплено крепью в диапазоне глубин от 0 до 95 м, поэтому радиальные перемещения на внутренней границе ЛПО запрещены. От отметки 95 м до 100 м находится неподкрепленный участок ЛПО со свободной внутренней границей. Ниже дна заходки расположен незамороженный грунт. Верхняя поверхность расчетной области свободна от внешнего воздействия, поэтому нагрузка грунтового слоя вызвана только силой гравитации. На нижней поверхности ограничены вертикальные перемещения. На внешней боковой поверхности ограничены горизонтальные перемещения.

Предложенная постановка позволяет оценить величину давления, которое оказывает вес незамороженного грунта на неподкрепленный участок ЛПО, а также отказаться от наложения дополнительных граничных условий на стыке между закрепленным и неподкрепленным участками ЛПО.

Напряженно-деформированное состояние незамороженного грунта и ЛПО определяется путем решения уравнения равновесия:

$$\operatorname{div} \sigma = \gamma_k i, \quad k = un, fr, \quad (3)$$

где σ — тензор напряжения; i — вектор, указывающий направление ускорения

свободного падения; γ_k — удельный вес грунта в незамороженном и замороженном состоянии, который определяется как $\gamma_k = \rho_k g$, где g — ускорение свободного падения, ρ_{un} — плотность незамороженного влагонасыщенного грунта, ρ_{fr} — плотность замороженного грунта. Упругое поведение грунта описывается законом Гука для изотропного материала с использованием модуля упругости E_k и коэффициента Пуассона ν_k для незамороженного влагонасыщенного грунта ($k = un$) и замороженного грунта ($k = fr$). Пластическая деформация рассматривается только в незамороженном грунте. Расчет пластической деформации выполняется согласно ассоциированному закону пластического течения с критерием текучести Друкера-Прагера:

$$F_{yield} = \sqrt{J_2} + \alpha I_1 - k, \quad (4)$$

где $\sqrt{J_2}$ — интенсивность касательного напряжения; I_1 — первый инвариант тензора напряжения; α, k — материальные параметры, зависящие от коэффициента сцепления c и угла внутреннего трения φ , как

$$\alpha = \frac{2 \sin \varphi}{\sqrt{3}(3 - \sin \varphi)}, \quad k = \frac{2\sqrt{3}c \cos \varphi}{3 - \sin \varphi}.$$

Рассматриваются два условия контакта на границе ЛПО и незамороженного грунта:

- условие гладкой границы ЛПО. В этом случае задается условие равенства только радиального перемещения на границе контакта;
- условие полного сцепления между замороженным и незамороженным грунтом. В этом случае задается условие равенства радиального и вертикального перемещений на границе контакта.

Первое условие рассматривается вследствие предположения абсолютно гладкой подпорной стенки, относительно которого записываются формулы (1) и

(2). Второе условие означает, что грунт представляет собой насыщенную пористую среду, которая имеет твердый скелет. При фазовом переходе воды в лед твердый скелет не изменяется, поэтому контакт между замороженной и незамороженной зоной сохраняется. Однако деформационно-прочностные свойства пористой среды в замороженном состоянии повышаются, поскольку лед сцепляет зерна грунта между собой. Данное предположение используется при описании напряженно-деформируемого состояния частично промороженных грунтов [11, 26, 27].

Решение уравнения равновесия (4) относительно указанных граничных условий выполняется в пакете Comsol Multiphysics® с использованием метода конечных элементов. Для реализации первого условия контакта между ЛПО и незамороженным грунтом геометрия расчетной области формируется в Comsol Multiphysics методом «Form Assembly» и условием равенства радиального перемещения на границах, разделяющих незамороженный грунт и ЛПО. Второе условие контакта задается путем применения метода «Form Union». В этом случае равенство радиального и вертикального перемещения по границам контакта обеспечивается автоматически. Поскольку задача является осесимметричной, расчеты проводятся для вертикального сечения исследуемой области (см. рис. 1). Для анализа влияния пластической деформации на боковое давление на внешнюю стенку ЛПО проводятся дополнительные расчеты в предположении изотропного линейно-упругого поведения незамороженного грунта. Давление морозного пучения, которое могло возникнуть при замораживании грунта, не учитывается, что согласуется с предположениями, относительно которых получены формулы (1) и (2).

Таблица 1

Механические свойства песка
Mechanical properties of sand

Параметр	E_k , ГПа	ν_k , 1	ρ_k , кг/м ³	c , кПа	φ , °	w , 1
Незамороженный песок	2,3	0,26	1776	9,6	30	0,29
Мерзлый песок*	4,5	0,19	1753	–	–	

* Свойства мерзлого песка определены при температуре -8°C .

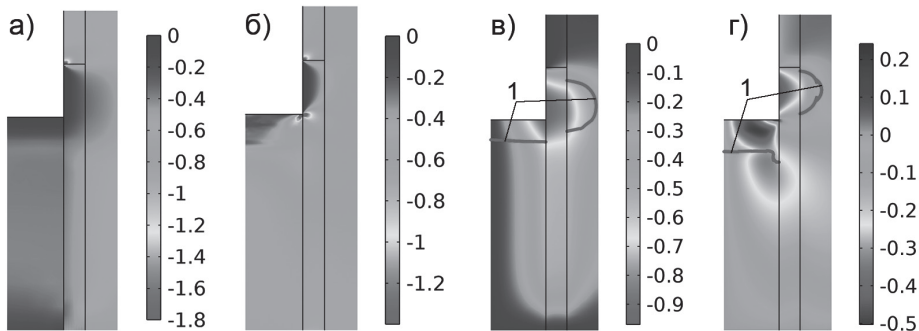
Расчет бокового давления на ЛПО без учета давления подземных вод

В качестве исследуемого грунта выбран слой мелкозернистого илистого песка, залегающего на глубине 58–85,6 м на Петриковском месторождении калийных солей. Материальные свойства грунта приведены в табл. 1. Свойства были определены в Институте природопользования НАН Беларуси в соответствии с ГОСТ 12248-2010 «Грунты. Методы лабораторного определения характеристик прочности и деформируемости» (метод трехосного сжатия, консолидированно-дренированное испытание). Диапазон осевых напряжений при выполнении лабораторных тестов составлял от 5% до 50% от величины предела прочности при одноосном сжатии. Перед

проведением испытаний образцы пород доувлажнялись до состояния, соответствующего естественным условиям залегания слоя.

Действием порового давления подземных вод на ЛПО и окружающий его незамороженный грунт в данном разделе пренебрегаем.

На рис. 2 представлено распределение радиального напряжения σ_r и радиального перемещения u_r по области, находящейся вблизи неподкрепленного участка ЛПО, в случае учета пластической деформации незамороженного грунта. Из распределения радиального напряжения видно, что на стыке между подкрепленным и неподкрепленным участками ЛПО возникает концентратор напряжения (рис. 2, а, б). Также концен-



Серая линия 1 обозначает границу зоны пластической деформации незамороженного грунта возле ЛПО
 Вертикальные черные линии — границы ЛПО

Рис. 2. Распределение радиального напряжения σ_r (МПа) (а, б) и радиального перемещения u_r (мм) (в, г) в случае гладкой внешней границы ЛПО (а, в) и полного сцепления на границе контакта (б, г). Результаты получены с учетом пластической деформации незамороженного грунта

Fig. 2. Distribution of radial stress σ_r , MPa (a, b) and radial displacement u_r , mm (v, g) in case of smooth outer boundary of frozen wall (a, v) and rigid interface cohesion (b, g). The results are obtained with regard to plastic deformation of unfrozen rocks

тратор напряжения появляется на стыке между неподкрепленным участком и дном заходки в случае полного сцепления мерзлого и незамороженного грунтов на границе контакта (рис. 2, б).

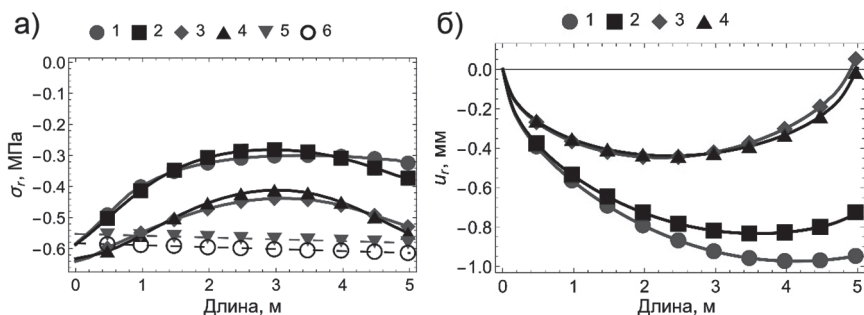
На внутренней части неподкрепленного участка ЛПО напряжение минимально, поскольку она может свободно деформироваться в радиальном направлении. В случае гладкой границы ЛПО увеличение радиального перемещения наблюдается вблизи стыка неподкрепленного участка и дна заходки (рис. 2, в). При полном сцеплении незамороженного и замороженного грунтов наибольшее деформирование в радиальном направлении происходит вблизи середины внутренней свободной границы ЛПО и на дне заходки (рис. 2 г).

В обоих случаях в незамороженном грунте возникают зоны пластического деформирования вблизи дна заходки и возле внешней границы неподкрепленного участка ЛПО. Под воздействием объемного веса незамороженный грунт, находящийся снаружи ЛПО, смещается вместе с неподкрепленным участком ЛПО внутрь выработки, вызывая при этом де-

формирование незамороженного грунта внутри ЛПО. При этом происходит возрастание интенсивности касательного напряжения в незамороженном грунте, находящемся вблизи неподкрепленного участка ЛПО, и появление пластической деформации.

На рис. 3 представлено распределение радиального напряжения σ_r по внешней границе ЛПО и радиального перемещения u_r по внутренней границе ЛПО в пределах неподкрепленного участка с учетом и без учета пластической деформации незамороженного грунта. В дополнение к этому на рис. 3, а представлено распределение радиального напряжения до начала проходческих работ, когда область внутри ЛПО полностью заполнена незамороженным грунтом (кривые 5, 6). На основе приведенных распределений радиального напряжения можно заключить, что влияние пластической деформации незамороженного грунта на величину бокового давления достаточно мало (см. рис. 3, а).

Максимальное отклонение между кривыми 1 и 2, построенными для первого условия контакта, составляет 15%, меж-



0 м — верхняя точка неподкрепленного участка, 5 м — дно заходки

Кривые 1, 2, 5 соответствуют случаю гладкой границы; 3, 4, 6 — полному сцеплению на границе контакта

Кривые 1, 3 определены для упруго-пластического деформирования незамороженного грунта;

2, 4 — для линейно упругого деформирования незамороженного грунта;

5, 6 — в отсутствии шахтной выработки внутри ЛПО

Рис. 3. Распределение радиального напряжения σ_r по внешней границе ЛПО (а) и радиального перемещения u_r по внутренней границе ЛПО (б) на неподкрепленном участке

Fig. 3. Distribution of radial stress σ_r over outer boundary (a) and radial displacement u_r over inner boundary (b) of frozen wall in its unsupported section (0 m agrees with the top of the unsupported section, 5 m is the bottom)

ду кривыми 3 и 4 — 6%. Наибольшее сжимающее напряжение достигается на стыке между подкрепленным и неподкрепленным участком и обусловлено концентратором напряжения на внутренней стенке. Также повышение напряжения происходит вблизи дна заходки. Внутри неподкрепленного участка ЛПО возникает разгрузка замороженного грунта вследствие его податливости (рис. 3, а, б). В случае учета пластической деформации незамороженного грунта сжимающее напряжение внутри неподкрепленного участка больше, чем для упругого отклика, что обусловлено большим выпячиванием незамороженного грунта под собственным весом. При отсутствии выработки внутри ЛПО радиальное напряжение по внешней границе ЛПО изменяется линейно по глубине (кривые 5 и 6). Также из результатов расчетов было установлено, что при отсутствии выработки пластическая деформация в незамороженном грунте не возникает.

Сравнивая графики распределения радиального напряжения по внешней границе неподкрепленного участка ЛПО, полученные для различных условий контакта, можно заключить, что в случае полного сцепления на границе контакта мерзлого и незамороженного грунтов сжимающее напряжение больше, чем в случае гладкой границы ЛПО (см. рис. 3, а). Вместе с тем радиальные перемещения на внутренней границе имеют большую величину в случае отсутствия сцепления ЛПО с незамороженным грунтом (см. рис. 3, б). Как видно из кривых 1 и 2 на рис. 3, б, от начала неподкрепленного участка радиальное перемещение плавно возрастает, достигая своего максимального значения вблизи дна заходки, после чего начинает уменьшаться. Иной характер деформирования ЛПО наблюдается при полном сцеплении грунтов на границе контакта (кривые 3, 4 на рис. 3, б). В этом случае

максимальное перемещение u_r достигается на середине неподкрепленного участка. На стыке с дном заходки происходит защемление неподкрепленного участка ЛПО незамороженным грунтом.

Наблюдаемое на рис. 2 и 3 различие в механическом поведении может быть объяснено изменением жесткости ЛПО как геотехнического сооружения. В случае полного сцепления между замороженным и незамороженным грунтом жесткость ЛПО увеличивается, поскольку ЛПО и окружающий незамороженный грунт деформируются полностью согласованно друг с другом, что позволяет более эффективно сдерживать боковую нагрузку. При условии гладкой стенки ЛПО на границе контакта между ЛПО с незамороженным грунтом выполняется только условие равенства радиального перемещения, поэтому незамороженный грунт оказывает меньшую поддержку ЛПО, вследствие чего оно становится более податливым и в нем возникает меньшее радиальное напряжение. Таким образом, боковое давление на неподкрепленный участок ЛПО со стороны незамороженного грунта и характер деформирования ЛПО определяется взаимодействием мерзлого и незамороженного грунтов на границе контакта.

В табл. 2 приведены значения бокового давления на внешнюю границу ЛПО, полученные путем численного моделирования и вычисленные по формулам (1) и (2). Значения давлений в численном моделировании определены для нижней точки неподкрепленного участка, поскольку на стыке между подкрепленным и неподкрепленным участком ЛПО возникает концентратор напряжения, обусловленный граничным условием на внутренней границе ЛПО, задающим влияние крепи. Как видно из рис. 3, а, средняя величина бокового давления, действующая на неподкреп-

Таблица 2

Величины бокового давления на неподкрепленный участок ледопородного ограждения, полученные в численном моделировании и по формулам (1) и (2)
Values of lateral pressure on unsupported section of frozen wall from numerical model and from formulas (1) and (2)

Вариант расчета	1	2	3	4	5	6	формула (1)	формула (2)
Боковое давление, МПа	0,325	0,374	0,530	0,552	0,581	0,614	0,580	0,612

ленный участок, имеет меньшую величину, чем вблизи концентратора.

Из представленных в табл. 2 данных видно, что оценки бокового давления, полученные по формулам (1) и (2), превосходят величины давления, определенные в расчетах 1–4. Наименьшее расхождение в 0,3% с формулами показывают расчеты 5 и 6. Наибольшее расхождение с формулами в 44%, 47% имеет расчет 1. При этом в расчете 1 наблюдается максимальное радиальное смещение неподкрепленного участка в 1 мм. В расчетах 5,6 радиальное смещение не превышает 0,02 мм.

В соответствии с СП 22.13330.2016 формулу (1) следует использовать при радиальном смещении, большем 5 мм, а формулу (2) при смещении меньшем, чем 2,5 мм. Однако из сопоставления данных из табл. 2 с кривыми 3, 4 на рис. 3, б можно заключить, что уже при смещении 0,44 мм аналитические формулы дают завышенную оценку бокового давления. Таким образом, аналитические формулы позволяют оценить боковое давление только при малом радиальном смещении неподкрепленного участка ЛПО.

Расчет бокового давления на внешнюю границу ЛПО с учетом порового давления

Важной для геотехнических приложений особенностью влагонасыщенных грунтов является гидростатическое давление поровой влаги. При внешнем нагружении поровая влага воспринимает на себя часть нагрузки, вследствие чего

напряжение на твердый скелет уменьшается. В данном разделе проводится исследование величины бокового давления со стороны незамороженного грунта на неподкрепленный участок ЛПО.

Для описания механического поведения влагонасыщенного грунта используется понятие эффективного напряжения Терцаги:

$$\sigma' = \sigma + pI, \quad (5)$$

где σ — тензор полного напряжения грунта, как влагонасыщенной пористой среды; σ' — тензор эффективного напряжения твердого скелета; I — единичный тензор; p — поровое давление. Величина давления p рассчитывается как

$$p = \gamma_w z, \quad (6)$$

где γ_w — удельный вес воды, z — глубина.

Геометрия расчетной области и материальные параметры мерзлого и незамороженного грунтов аналогичны предыдущему разделу. Влияние порового давления задается по всей глубине незамороженного грунта. Поровое давление в незамороженном грунте внутри ЛПО не учитывается.

На рис. 4 представлены графики распределения радиального напряжения σ_r по внешней стенке ЛПО и радиального перемещения u_r по внутренней стенке ЛПО в пределах неподкрепленного участка с учетом и без учета пластической деформации незамороженного грунта. Из графиков видно, что при учете пластической деформации незамороженного грунта величина радиального напряжения на внешней границе ЛПО повы-

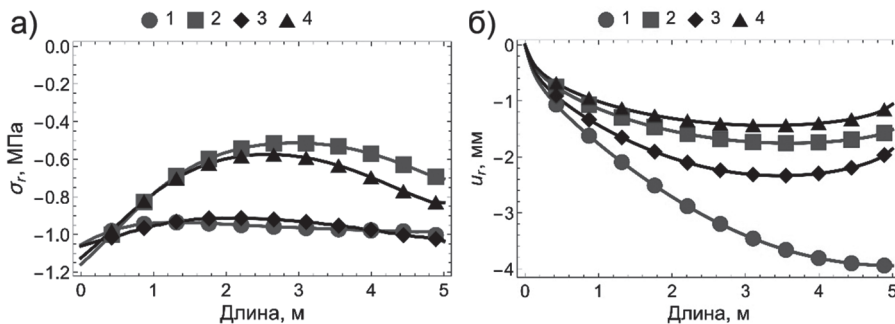
шается (рис. 4, а), а смещение ЛПО в радиальном направлении становится более выраженным (рис. 4, б). В случае гладкой границы ЛПО учет пластической деформации приводит к повышению радиального напряжения внизу неподкрепленного участка на 32% и радиального перемещения на 62% по сравнению с результатами, полученными для упругого деформирования незамороженного грунта (кривые 1 и 2 на рис. 4, а, б). При полном сцеплении на границе контакта напряжение увеличивается 20%, а перемещение на 43% (кривые 3 и 4 на рис. 4, а, б). Также изменяется качественный вид распределений радиального напряжения (рис. 4, б). В неупругом варианте расчета напряжения распределены достаточно равномерно (кривые 1 и 3 на рис. 4, а), тогда как при отсутствии пластической деформации профили напряжения имеют форму близкую к параболической (кривые 2 и 4 на рис. 4, а).

Существенное изменение характера воздействия влагонасыщенного незамороженного грунта на ЛПО при учете пластической деформации связано с зависимостью прочности его твердого ске-

лета от среднего эффективного напряжения, описываемого критерием текучести Друкера-Прагера (4). Поровое давление способствует уменьшению величины среднего эффективного напряжения, что приводит к интенсивному развитию пластической деформации, вызванному сдвигом незамороженного грунта напротив неподкрепленного участка ЛПО. Процесс неупругого деформирования незамороженного грунта характеризуется его объемным расширением, что способствует выпиранию стенки ЛПО внутрь выработки. Следствием этого является рост радиального перемещения на внутренней границе ЛПО и стремление распределения радиального напряжения на внешней границе к более равномерному.

Для аналитического расчета величины бокового давления на стенку ЛПО формулы (1) и (2) могут быть записаны для учета порового давления следующим образом (ВСН 189-78, СП 22.13330.2016):

$$P_{lat} = (\gamma_{un}z + P_{ob} - p) \cdot \operatorname{tg}^2\left(45^\circ - \frac{\varphi^\circ}{2}\right) - 2c \cdot \operatorname{tg}^2\left(45^\circ - \frac{\varphi^\circ}{2}\right) + p, \quad (7)$$



Кривые 1, 2 соответствуют случаю гладкой границы ЛПО; 3, 4 — полному сцеплению на границе контакта
Кривые 1, 3 определены для упруго-пластического деформирования незамороженного грунта;
2, 4 — для упругого деформирования незамороженного грунта

Рис. 4. Распределение радиального напряжения σ_r по внешней границе ЛПО (а) и радиального перемещения u_r по внутренней границе ЛПО (б) на неподкрепленном участке (от окончания крепи до дна заходки)

Fig. 4. Distribution of radial stress σ_r over outer boundary (а) and radial displacement u_r over inner boundary (б) of frozen wall in its unsupported section (from the lining end to the well bottom)

Таблица 3

Величины бокового давления на ледопородное ограждение с учетом гидростатического давления, полученные путем численного моделирования и по формулам (7) и (8)

Values of lateral pressure on frozen wall with regard to hydrostatic pressure obtained from numerical model and from formulas (7) and (8)

Вариант расчета	1	2	3	4	формула (7)	формула (8)
Боковое давление, МПа	1,04	0,705	1,034	0,831	1,233	1,247

$$P_{lat} = \frac{\nu}{1-\nu} (\gamma_{un} z + P_{ob} - p) + p. \quad (8)$$

В табл. 3 приведены полученные в численном моделировании значения боковых давлений в нижней точке неподкрепленного участка, а также оценки бокового давления, вычисленные по формулам (7) и (8) с учетом порового давления p , которое на глубине 100 м составляет 0,98 МПа. Аналитические формулы предсказывают завышенную величину давления по сравнению с численным моделированием. Наименьшее отклонение в 16 и 17% от аналитических оценок имеют расчеты 1 и 3, наибольшее отклонение в 43% имеет расчет 2. Таким образом, для влагонасыщенного грунта аналитические формулы дают оценку бокового давления на стенку ЛПО для случая преимущественного воздействия порового давления, когда величина эффективного напряжения незамороженного грунта мала.

Выводы

В работе представлено исследование бокового давления на неподкрепленный участок ЛПО со стороны незамороженного грунта. Исследование выполнено на основе численного моделирования напряженно-деформированного состояния слоя грунта, в котором пройдена выработка под защитой ЛПО. В качестве исследуемого грунта выбран мелкозернистый илистый песок, залегающий на глубине 58-85,6 м на Петриковском месторождении. Численное моделиро-

вание механического поведения незамороженного грунта проведено как для упругого случая, так и с учетом пластической деформации. Для определения пластической деформации используется критерий текучести Друкера-Прагера. Взаимодействие мерзлого и незамороженного грунтов исследовано для двух условий на границе контакта. Первое условие — гладкая граница ЛПО, при котором на границе контакта задается равенство горизонтальных перемещений. Второе условие — полное сцепление грунтов, при котором предполагается равенство всех компонент вектора перемещения. Результаты численного моделирования сравниваются с оценками бокового давления на стенку ЛПО, полученными по аналитическим формулам. Также исследуется влияние гидростатического давления поровой воды на величину бокового давления. В этом случае напряженно-деформированное состояние влагонасыщенного грунта описывается с помощью эффективного напряжения Терцаги.

Результаты проведенных расчетов позволяют заключить, что величина бокового давления незамороженного грунта без учета гидростатического давления поровой влаги на неподкрепленный участок стенки ЛПО зависит от величины ее смещения, т.е. податливости. С увеличением радиального смещения стенки ЛПО воздействие на нее незамороженного грунта снижается, а величина бокового давления уменьшается. В случае гладкой границы ЛПО ее податли-

вость выше, чем при полном сцеплении мерзлого и незамороженного грунтов на границе контакта. Вследствие чего величина бокового давления в случае гладкой границы меньше, чем при полном сцеплении. Возникновение пластической деформации незамороженного грунта приводит к повышению бокового давления не более чем на 15% для первого условия контакта и на 6% для второго.

Воздействие гидростатического давления поровой влаги увеличивает боковое давление на внешней границе ЛПО, а радиальное смещение стенки ЛПО становится более значительным. Возникновение пластической деформации в твердом скелете незамороженного грунта приводит к качественному изменению распределения бокового давления вдоль стенки ЛПО с параболического вида на более равномерный независимо от ус-

ловия контакта. При этом боковое давление повышается, а его величина превосходит поровое давление.

Сравнение результатов численного моделирования с оценками бокового давления на неподкрепленный участок ЛПО, рассчитанными по аналитическим формулам, показывает, что формулы предсказывают завышенную величину бокового давления вне зависимости от учета гидростатического давления. Без учета гидростатического давления аналитические оценки близки к ситуации жесткой стенки ЛПО, когда радиальные смещения не превосходят 0,02 мм. Для влагонасыщенного грунта аналитические оценки приближенно описывают случай воздействия на ЛПО мягкого незамороженного грунта, в котором поровое давление превосходит эффективное напряжение.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Булычев Н. С., Комаров Д. С., Лукашин С. Б. Расчет необходимых параметров ледопородного ограждения в замковой части // Известия ТулГУ. Естественные науки. — 2012. — № 1-2. — С. 54 — 60.
2. Вакуленко И. С., Николаев П. В. Анализ и перспективы развития способа искусственного замораживания горных пород в подземном строительстве // Горный информационно-аналитический бюллетень. — 2015. — № 3. — С. 338 — 346.
3. Левин Л. Ю., Семин М. А., Паршаков О. С. Совершенствование методов прогнозирования состояния ледопородного ограждения строящихся шахтных стволов с использованием распределенных измерений температуры в контрольных скважинах // Записки Горного института. — 2019. — Т. 237. — С. 268 — 274. DOI: 10.31897/pmi.2019.3.274.
4. Каймонов М. В., Киселев В. В. Конструкции, технологии и температурный режим ледопородных сооружений, возводимых в россыпных шахтах севера // Горный информационно-аналитический бюллетень. — 2020. — № 8. — С. 118 — 129. DOI: 10.25018/0236-1493-2020-8-0-118-129.
5. Hu J., Wang X. B., Jiang B. R. Numerical analysis of temperature field of vertical frozen soil wall reinforcement at shield shaft // Advanced Materials Research. 2014, vol. 918, pp. 218 — 223. DOI: 10.4028/www.scientific.net/AMR.918.218.
6. Паршаков О. С. Обзор аварийных ситуаций при строительстве шахтных стволов специальным способом искусственного замораживания горных пород // Горное эхо. — 2019. — № 2. — С. 89 — 92.
7. Lai Y., Xu X., Dong Y., Li S. Present situation and prospect of mechanical research on frozen soils in China // Cold Regions Science and Technology. 2013, vol. 87, pp. 6 — 18. DOI: 10.1016/j.coldregions.2012.12.001.
8. Qi J., Ma W. A new criterion for strength of frozen sand under quick triaxial compression considering effect of confining pressure // Acta Geotechnica. 2007, vol. 2, no. 3, pp. 221 — 226. DOI: 10.1007/s11440-007-0034-z.

9. Yang Y., Lai Y., Chang X. Laboratory and theoretical investigations on the deformation and strength behaviors of artificial frozen soil // *Cold Regions Science and Technology*. 2010, vol. 64, no. 1, pp. 39–45. DOI: 10.1016/j.coldregions.2010.07.003.

10. Li D., Zhang C., Ding G., Zhang H., Chen J., Cui H., Pei W., Wang S., An L., Yuan C. Fractional derivative-based creep constitutive model of deep artificial frozen soil // *Cold Regions Science and Technology*. 2020, vol. 170, article 102942. DOI: 10.1016/j.coldregions.2019.102942.

11. Li S., Zhang M., Tian Y., Pei W., Zhong H. Experimental and numerical investigations on frost damage mechanism of a canal in cold regions // *Cold Regions Science and Technology*. 2015, vol. 116, pp. 1–11. DOI: 10.1016/j.coldregions.2015.03.013.

12. Левин Л. Ю., Семин М. А., Плехов О. А. Сравнительный анализ существующих методов расчета толщины ледопородного ограждения строящихся шахтных стволов // *Вестник ПНИПУ. Строительство и архитектура*. — 2018. — Т. 9. — № 4. — С. 93–103. DOI: 10.15593/2224-9826/2018.4.09.

13. Kostina A., Zelnin M., Plekhov O., Panteleev I., Levin L., Semin M. Applicability of Vyalov's equations to ice wall strength estimation // *Frattura ed Integrità Strutturale*. 2020, vol. 14, no. 53, pp. 394–405. DOI: 10.3221/IGF-ESIS.53.30.

14. Zhel'nin M., Kostina A., Plekhov O., Panteleev I., Levin L. Numerical analysis of application limits of Vyalov's formula for an ice-soil thickness // *Frattura ed Integrità Strutturale*. 2019, vol. 13, no. 49, pp. 156–166. DOI: 10.3221/IGF-ESIS.49.17.

15. Семин М. А., Бровка Г. П., Пугин А. В., Бублик С. А., Желнин М. С. Исследование влияния неоднородности поля температур на прочность ледопородных ограждений стволов шахт // *Горный информационно-аналитический бюллетень*. — 2021. — № 9. — С. 79–93. DOI: 10.25018/0236_1493_2021_9_0_79.

16. Игнатъев С. А., Сударииков А. Е., Имашев А. Ж. Современные математические методы прогноза условий поддержания и крепления горных выработок // *Записки Горного института*. — 2019. — Т. 238. — С. 371–375. DOI: 10.31897/PMI.2019.4.371.

17. Протосеня А. Г., Семенов В. И. Прогноз напряженно-деформированного состояния рудного массива вокруг выработки сводчатого поперечного сечения в зоне влияния очистных работ // *Известия высших учебных заведений. Горный журнал*. — 2015. — № 3. — С. 31–36.

18. Wang X., Kulatilake P., Song W. Stability investigations around a mine tunnel through three-dimensional discontinuum and continuum stress analyses // *Tunnelling and Underground Space Technology*. 2012, vol. 32, pp. 98–112. DOI: 10.1016/j.tust.2012.06.003.

19. Schwamb T., Soga K. Numerical modelling of a deep circular excavation at Abbey Mills in London // *Geotechnique*. 2015, vol. 65, no. 7, pp. 604–619. DOI: 10.1680/geot.14.P.251.

20. Shao J. F. Hydromechanical modelling of shaft excavation in Meuse/Haute-Marne laboratory // *Physics and Chemistry of the Earth, Parts A/B/C*. 2008, vol. 33, pp. S422–S435. DOI: 10.1016/j.pce.2008.10.030.

21. Иголка Д. А., Иголка Е. Ю., Лукша Е. М., Кологривенко А. А. Влияние температуры ледопородного ограждения при расчете крепи шахтных стволов // *Горная механика и машиностроение*. — 2014. — № 3. — С. 36–41.

22. Сентябов С. В. Анализ современного состояния строительства вертикальных стволов // *Горный информационно-аналитический бюллетень*. — 2014. — № 7. — С. 415–419.

23. Oreste P., Spagnoli G., Bianco L. L. A combined analytical and numerical approach for the evaluation of radial loads on the lining of vertical shafts // *Geotechnical and Geological Engineering*. 2016, vol. 34, no. 4, pp. 1057–1065. DOI: 10.1007/s10706-016-0026-6.

24. Michalowski R. L. Coefficient of earth pressure at rest // *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*. 2005, vol. 131, no. 11, pp. 1429–1433. DOI: 10.1061/(ASCE)1090-0241(2005)131:11(1429).

25. Brooker E. W., Ireland H. O. Earth pressures at rest related to stress history // Canadian Geotechnical Journal. 1965, vol. 2, no. 1, pp. 1 – 15.

26. Ghoreishian Amiri S. A., Grimstad G., Kadivar M., Nordal S. Constitutive model for rate-independent behavior of saturated frozen soils // Canadian Geotechnical Journal. 2016, vol. 53, no. 10, pp. 1646 – 1657. DOI: 10.1139/cgj-2015-0467.

27. Игошева Л. А., Гришина А. С. Обзор основных методов укрепления грунтов основания // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Строительство и архитектура. – 2016. – Т. 7. – № 2. – С. 5 – 21.

28. ВСН 189-78 «Инструкция по проектированию и производству работ по искусственному замораживанию грунтов при строительстве метрополитенов и тоннелей». – М.: Минтрансстрой, 1978. – 68 с. **VIAB**

REFERENCES

1. Bulychev N. S., Komarov D. S., Lukashin S. B. Calculation of the necessary parameters of the ice barrier in the castle part. *Izvestiya Tula State University. Natural sciences*. 2012, no. 1-2, pp. 54 – 60. [In Russ].

2. Vakulenko I. S. Nikolaev P. V. Analysis and outlook for development of artificial freezing of rocks in underground construction. *MIAB. Mining Inf. Anal. Bull.* 2015, no. 3, pp. 338 – 346. [In Russ].

3. Levin L. Y., Semin M. A., Parshakov O. S. Improving methods of frozen wall state prediction for mine shafts under construction using distributed temperature measurements in test wells. *Journal of Mining Institute*. 2019, vol. 237, pp. 268 – 274. [In Russ]. DOI: 10.31897/pmi.2019.3.274.

4. Kaimonov M. V., Kiselev V. V. Designs, technologies and temperature conditions of frozen structures in placer mines in the North. *MIAB. Mining Inf. Anal. Bull.* 2020, no. 8, pp. 118 – 129. [In Russ]. DOI: 10.25018/0236-1493-2020-8-0-118-129.

5. Hu J., Wang X. B., Jiang B. R. Numerical analysis of temperature field of vertical frozen soil wall reinforcement at shield shaft. *Advanced Materials Research*. 2014, vol. 918, pp. 218 – 223. DOI: 10.4028/www.scientific.net/AMR.918.218.

6. Parshakov O. S. Review of emergency situations during the construction of mine shafts by a special method of artificial freezing of rocks. *Gornoe ekho*. 2019, no. 2, pp. 89 – 92. [In Russ].

7. Lai Y., Xu X., Dong Y., Li S. Present situation and prospect of mechanical research on frozen soils in China. *Cold Regions Science and Technology*. 2013, vol. 87, pp. 6 – 18. DOI: 10.1016/j.coldregions.2012.12.001.

8. Qi J., Ma W. A new criterion for strength of frozen sand under quick triaxial compression considering effect of confining pressure. *Acta Geotechnica*. 2007, vol. 2, no. 3, pp. 221 – 226. DOI: 10.1007/s11440-007-0034-z.

9. Yang Y., Lai Y., Chang X. Laboratory and theoretical investigations on the deformation and strength behaviors of artificial frozen soil. *Cold Regions Science and Technology*. 2010, vol. 64, no. 1, pp. 39 – 45. DOI: 10.1016/j.coldregions.2010.07.003.

10. Li D., Zhang C., Ding G., Zhang H., Chen J., Cui H., Pei W., Wang S., An L., Yuan C. Fractional derivative-based creep constitutive model of deep artificial frozen soil. *Cold Regions Science and Technology*. 2020, vol. 170, article 102942. DOI: 10.1016/j.coldregions.2019.102942.

11. Li S., Zhang M., Tian Y., Pei W., Zhong H. Experimental and numerical investigations on frost damage mechanism of a canal in cold regions. *Cold Regions Science and Technology*. 2015, vol. 116, pp. 1 – 11. DOI: 10.1016/j.coldregions.2015.03.013.

12. Levin L. Y., Semin M. A., Plekhov O. A. Comparative analysis of existing methods for calculating frozen wall thickness for mine shafts under construction. *Architecture and Construction of Russia*. 2018, vol. 9, no. 4, pp. 93 – 103. [In Russ]. DOI: 10.15593/2224-9826/2018.4.09.

13. Kostina A., Zelnin M., Plekhov O., Panteleev I., Levin L., Semin M. Applicability of Vyalov's equations to ice wall strength estimation. *Frattura ed Integrità Strutturale*. 2020, vol. 14, no. 53, pp. 394 – 405. DOI: 10.3221/IGF-ESIS.53.30.
14. Zhelnin M., Kostina A., Plekhov O., Panteleev I., Levin L. Numerical analysis of application limits of Vyalov's formula for an ice-soil thickness. *Frattura ed Integrità Strutturale*. 2019, vol. 13, no. 49, pp. 156 – 166. DOI: 10.3221/IGF-ESIS.49.17.
15. Semin M. A., Brovka G. P., Pugin A. V., Bublik S. A., Zhelnin M. S. Effects of temperature field nonuniformity on strength of frozen wall in mine shafts. *MIAB. Mining Inf. Anal. Bull.* 2021, no. 9, pp. 79 – 93. [In Russ]. DOI: 10.25018/0236_1493_2021_9_0_79.
16. Ignatiev S. A., Sudarikov A. E., Imashev A. Z. Modern mathematical forecast methods of maintenance and support conditions for mining tunnel. *Journal of Mining Institute*. 2019, vol. 238, pp. 371 – 375. [In Russ]. DOI: 10.31897/PMI.2019.4.371.
17. Protosenia A. G., Semenov V. I. Forecast of the stress-strain state of an ore massif around the working of the vaulted cross-section in the area of influence of sewage works. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedenii. Gornyi zhurnal*. 2015, no. 3, pp. 31 – 36. [In Russ].
18. Wang X., Kulatilake P., Song W. Stability investigations around a mine tunnel through three-dimensional discontinuum and continuum stress analyses. *Tunnelling and Underground Space Technology*. 2012, vol. 32, pp. 98 – 112. DOI: 10.1016/j.tust.2012.06.003.
19. Schwamb T., Soga K. Numerical modelling of a deep circular excavation at Abbey Mills in London. *Geotechnique*. 2015, vol. 65, no. 7, pp. 604 – 619. DOI: 10.1680/geot.14.P.251.
20. Shao J. F. Hydromechanical modelling of shaft excavation in Meuse/Haute-Marne laboratory. *Physics and Chemistry of the Earth, Parts A/B/C*. 2008, vol. 33, pp. S422 – S435. DOI: 10.1016/j.pce.2008.10.030.
21. Igolka D. A., Igolka E. Y., Luksha E. M., Kologrivenko A. A. Influence of an ice wall temperature at calculation of the shafts lining system. *Gornaya mekhanika i mashinostroenie*. 2014, no. 3, pp. 36 – 41. [In Russ].
22. Sentyabov S. V. Analysis of the current status of construction vertical mine shafts. *MIAB. Mining Inf. Anal. Bull.* 2014, no. 7, pp. 415 – 419. [In Russ].
23. Oreste P., Spagnoli G., Bianco L. L. A combined analytical and numerical approach for the evaluation of radial loads on the lining of vertical shafts. *Geotechnical and Geological Engineering*. 2016, vol. 34, no. 4, pp. 1057 – 1065. DOI: 10.1007/s10706-016-0026-6.
24. Michalowski R. L. Coefficient of earth pressure at rest. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*. 2005, vol. 131, no. 11, pp. 1429 – 1433. DOI: 10.1061/(ASCE)1090-0241(2005)131:11(1429).
25. Brooker E. W., Ireland H. O. Earth pressures at rest related to stress history. *Canadian Geotechnical Journal*. 1965, vol. 2, no. 1, pp. 1 – 15.
26. Ghoreishian Amiri S. A., Grimstad G., Kadivar M., Nordal S. Constitutive model for rate-independent behavior of saturated frozen soils. *Canadian Geotechnical Journal*. 2016, vol. 53, no. 10, pp. 1646 – 1657. DOI: 10.1139/cgj-2015-0467.
27. Igosheva L. A., Grishina A. S. Review of the basic methods of the ground improvement. *Vestnik Permskogo natsional'nogo issledovatel'skogo politekhnicheskogo universiteta. Stroitel'stvo i arkhitektura*. 2016, vol. 7, no. 2, pp. 5 – 21. [In Russ].
28. VSN 189-78 «Instruktsiya po proektirovaniyu i proizvodstvu rabot po iskusstvennomu zamorazhivaniyu gruntov pri stroitel'stve metropolitenov i tonneley» [VSN 189-78 «Instructions for the design and production of works on artificial freezing of soils during the construction of subways and tunnels»], Moscow, Mintransstroy, 1978, 68 p.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

Желнин Максим Сергеевич¹ – канд. физ.-мат. наук, младший научный сотрудник, e-mail: zhelnin.m@icmm.ru, ORCID ID: 0000-0003-4498-450X,

*Костина Анастасия Андреевна*¹ — канд. физ.-мат. наук,
научный сотрудник, e-mail: kostina@icmm.ru,
ORCID ID: 0000-0002-5721-3301,
*Плехов Олег Анатольевич*¹ — д-р физ.-мат. наук,
заместитель директора по науке,
e-mail: poa@icmm.ru,
ORCID ID: 0000-0002-0378-8249,
Семин Михаил Александрович — канд. техн. наук,
научный сотрудник, e-mail: seminma@inbox.ru,
Горный институт УрО РАН,
ORCID ID: 0000-0001-5200-7931,
Бровка Геннадий Петрович — д-р техн. наук,
доцент, зав. лабораторией,
e-mail: brovka_gp@rambler.ru,
Институт природопользования НАН, Беларусь,
¹ Институт механики сплошных сред УрО РАН.
Для контактов: Семин М.А., e-mail: seminma@inbox.

INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

*M.S. Zhelnin*¹, Cand. Sci. (Phys. Mathem.),
Junior Researcher, e-mail: zhelnin.m@icmm.ru,
ORCID ID: 0000-0003-4498-450X,
*A.A. Kostina*¹, Cand. Sci. (Phys. Mathem.),
Researcher, e-mail: kostina@icmm.ru,
ORCID ID: 0000-0002-5721-3301,
*O.A. Plekhov*¹, Dr. Sci. (Phys. Mathem.),
Deputy Director for Science,
e-mail: poa@icmm.ru,
ORCID ID: 0000-0002-0378-8249,
M.A. Semin, Candidate of Technical Sciences,
Researcher, Mining Institute of Ural Branch
of Russian Academy of Sciences,
614007, Perm, Russia,
e-mail: seminma@inbox.ru,
ORCID ID: 0000-0001-5200-7931,
G.P. Brovka, Dr. Sci. (Eng.),
Assistant Professor, Head of Laboratory,
e-mail: brovka_gp@rambler.ru,
Institute of Nature Management
of National Academy of Sciences,
Minsk, 220076, Belarus,

¹ Institute of Continuous Media Mechanics
of Ural Branch of Russian Academy of Sciences,
614013, Perm, Russia.

Corresponding author: M.A. Semin, e-mail: seminma@inbox.

Получена редакцией 12.04.2022; получена после рецензии 08.08.2022; принята к печати 10.09.2022.
Received by the editors 12.04.2022; received after the review 08.08.2022; accepted for printing 10.09.2022.

