

## УПРУГИЙ ГИСТЕРЕЗИС ГОРНЫХ ПОРОД РАЗЛИЧНЫХ ГЕНОТИПОВ

Н. Г. Высотин

Национальный исследовательский технологический университет «МИСиС», Москва, Россия,  
kancela@misis.ru

**Аннотация:** Статья посвящена исследованию упругого гистерезиса образцов горных пород в лабораторных условиях. Оценка параметров, характеризующих упругий гистерезис, осуществляется в заданном диапазоне напряжений в образцах, вызванных механическим воздействием. В работе кратко обоснованы выбор и подготовка образцов горных пород и приведена методика механических испытаний, способствующая задать значения напряжений и зафиксировать деформации в результате многоэтапных нагрузки и разгрузки. Получены результаты испытаний по деформированию образцов горных пород в условиях упругого гистерезиса и обсуждены возникающие нелинейные эффекты упругого и упруго-пластического характера. Обоснован нелинейный характер деформирования образцов на основе физических моделируемых механизмов развития микроструктуры образцов. Обсуждены микромеханические подходы и результаты, позволяющие объяснить остаточные деформации на начальном этапе циклических нагрузок и стабилизацию структуры геоматериала на последующих этапах и оценить его нелинейные упругие свойства. В результате обработки данных экспериментов предложены математические модели для различных пород, позволяющие определить нелинейные параметры упругого гистерезиса: статические модули упругости и гистерезисный параметр. Представлена микромеханическая модель как обоснование, которое позволяет оценить степень нелинейности упруго-пластического деформирования.

**Ключевые слова:** напряженно-деформированное состояние; одноосное сжатие; микротрещины; упругий гистерезис; горные породы; нелинейность; упругие свойства; образцы горных пород.

**Для цитирования:** Высотин Н. Г. Упругий гистерезис горных пород различных генотипов // Горный информационно-аналитический бюллетень. – 2022. – № 5–2. – С. 72–79. DOI: 10.25018/0236\_1493\_2022\_52\_0\_72.

### The elastic hysteresis of rocks of different nature

N. G. Vysotin

National University of Science and Technology «MISIS», Moscow, Russia, kancela@misis.ru

**Abstract:** The paper is devoted to the study of elastic hysteresis of rock samples in lab. Evaluation of elastic hysteresis's parameters characterizing elastic hysteresis is carried out in a given range of stresses in the samples caused by mechanical stress. The paper briefly substantiates the selection of rock and the production of samples, and also briefly describes the method of mechanical static testing, which forms the behavior of the samples at specified stresses and fix deformations as a result of loading and unloading. The results of tests on

the deformation of rock samples under conditions of elastic hysteresis are obtained, and the arising nonlinear effects are discussed. The nonlinear behavior of the deformation of the samples has been substantiated on the basis of the physical simulated mechanisms of the evolution of the microstructure of the samples. Micromechanical approaches and results are discussed that allow explaining residual deformations at the initial stage of cyclic loads and stabilization of the geomaterial structure in subsequent stages and for assessing its nonlinear elastic properties. As a result of processing the experimental data, mathematical models have been proposed for various rocks, which make it possible to determine the nonlinear parameters of elastic hysteresis: static elastic moduli and hysteresis parameter. A micromechanical model is presented as a rationale that allows one to assess the degree of nonlinearity of elastic-plastic deformation.

**Key words:** stress-strain state; uniaxial compression; microcracks; elastic hysteresis; rocks; nonlinearity; elastic properties; rock samples.

**For citation:** Vysotin N. G. The elastic hysteresis of rocks of different nature. *MIAB. Mining Inf. Anal. Bull.* 2022;(5–2):72–79. [In Russ]. DOI: 10.25018/0236\_1493\_2022\_52\_0\_72.

---

## Введение

В настоящее время большой интерес вызывают исследования упругих свойств геоматериалов, которые отличаются нелинейностью гистерезисного типа зависимости напряжение–деформация, как под воздействием механических нагрузок [1–7], так и при вызывающих деформации тепловых воздействиях [8].

В процессе деформирования для горных пород свойственно проявление нелинейных особенностей, таких как упругий гистерезис, связанных с их неоднородной структурой [2, 3, 5]. Без учета нелинейных параметров зависимости напряжение–деформация невозможна корректная оценка эффективности механического нагружения на горные породы или правильный расчет параметров геомеханических процессов.

В публикациях [1, 2, 9] дан подробный обзор результатов исследований упругих свойств микронеоднородных материалов, в частности, горных пород. Нелинейность упругих свойств горных пород обусловлена микронеоднородной структурой (микротрещины, поры, дислокации и т.д.), что показывают результаты

статических испытаний — диаграммы деформирования. Нелинейные характеристики упругих свойств материалов достаточно хорошо определяются с применением акустических методов исследования. Известно, что большая часть горных пород — это твердая неповрежденная минеральная фаза, присутствие же небольшой части мягких компонентов и микротрещин приводит к изменению амплитудно-частотных характеристик, уменьшению динамических модулей, преобладанию нечетных гармоник в отклике на моночастотное возбуждение и других динамических эффектов.

В [10–12] аналитически обоснованы нелинейные особенности процессов деформирования образцов горных пород. Стоит обратить внимание на нелинейные эффекты, связанные с раскрытием и закрытием трещин, которые уже есть в породе или формируются в процессе. Предложенные соотношения позволяют учитывать некоторые из этих эффектов.

Данная работа представляет собой исследование явления упругого гистерезиса при циклическом испытании образцов горных пород и контроле изменений микроструктуры.

## Материалы, методы и установки

Исследованы деформационные процессы образцов горных пород — мрамора, габбро и гранита, которые имеют определенное количество уже существующего межзеренного пространства и микротрещин и формируют их при одноосном сжатии, нагрузке и разгрузке. Зачастую существующие микротрещины возникают в результате генезиса горных пород.

Соответственно, в горных породах накапливаются дефекты структуры, которые значительно влияют на упруго-пластические свойства. В связи с этим представляет интерес для исследования подготовить образцы призматической формы малых размеров — 20x20x40 мм. Более подробно методика и установки для испытаний образцов горной породы представлена в работе [13], в которой обосновано корректное определение параметров упругих свойств образцов размерами 20x20x40 мм согласно методу DIN EN 14580 — 2005 [14].

Для экспериментов по одноосному сжатию была использована автоматизированная электромеханическая испытательная машина LFM-50kN, оснащенная электронным контролером, экстензометром MFA-25 и компьютером (рис. 1). Испытательная машина воспроизводит контролируемые напряжения в образце и измеряет соответствующие продольные и поперечные деформации.

На подготовленный образец был установлен экстензометр MFA-25 для измерений продольных деформаций образца под нагрузкой. Образец с экстензометром был помещен между сжимающими плитами испытательной машины. Контролер позволял фиксировать перемещение верхней плиты в миллиметрах, нагрузку в килоньютонах, точность измерения нагрузки

$\pm 0,5\%$ . (класс точности 0,5). Максимальная сила, которая могла прилагаться к образцу, 50 кН.

Напряжение на всех трех этапах циклических испытаний была задано до 33% от средней прочности при одноосном сжатии серии образцов. Снятие нагрузки образцов происходило, соответственно, до напряжения 2% от предела прочности. Прирост напряжения — 0,3 МПа/с. Измерение продольной деформации, вызванной одноосным сжатием образца, осуществлялось экстензометром MFA-25.

Автоматический режим проведения эксперимента позволяет параллельно строить диаграммы (рис. 2) деформирования образца, двух циклов нагрузки-разгрузки для уплотнения образца и 3-го цикла — петли упругого гистерезиса, в диапазоне упруго-пластических деформаций в осях напряжение-деформация.

Итак, испытательная установка позволяет измерять и задавать напряжения  $\sigma$  и деформации  $\epsilon$ , которые, в свою очередь, позволяют определить статические модули упругости [15].

## Результаты

Представлены некоторые результаты экспериментов по исследованию зависимостей «напряжение-деформация» образцов горных пород, полученные с применением вышеописанного статического метода и экспериментальной установки. На рис. 2 показаны типичные кривые напряженно-деформированного состояния образцов габбро в результате циклической нагрузки, соответственно, в условиях упругого гистерезиса.

В ходе экспериментов производился мониторинг структуры образцов до и после механического воздействия.

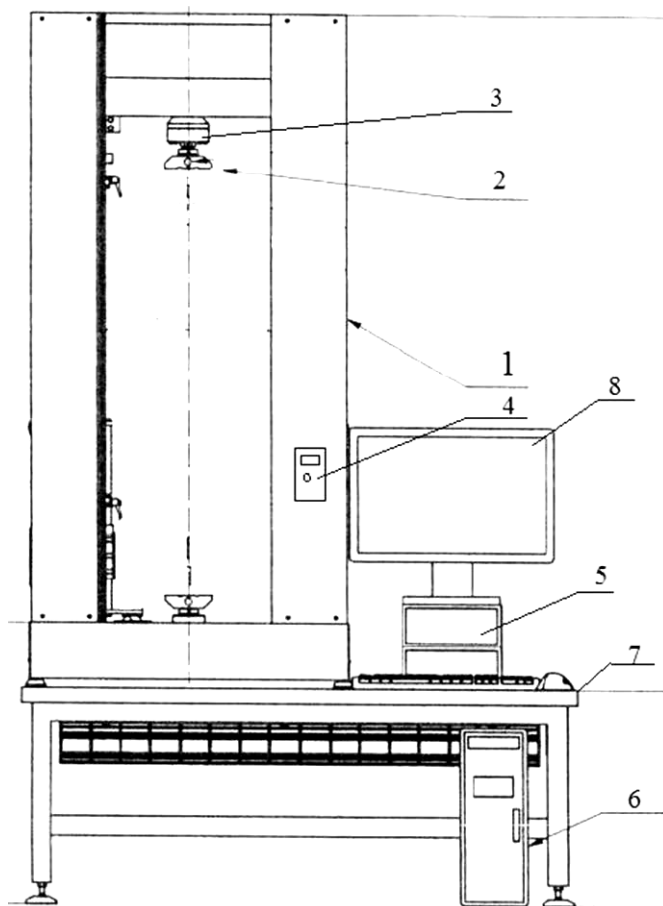


Рис. 1. Схема испытательной установки: 1 – электромеханическая испытательная машина; 2 – плиты сжимающие стальные; 3 – датчик нагрузки 50 кН; 4 – многофункциональный пульт дистанционного управления; 5 – цифровая управляющая система (контролер) PCS-500; 6 – ПК HPEliteDesk 800 G1TWR; 7 – компьютерный стол; 8 – монитор HP.

Fig. 1. Testing machine: 1 – electromechanical testing machine; 2 – steel compression plates; 3 – load cell 50 kN; 4 – multifunctional remote control; 5 – digital control system (controller) PCS-500; 6 – PC HPEliteDesk 800 G1TWR; 7 – computer desk; 8 – HP monitor

Тем самым определялась обусловленность нелинейного характера упругих свойств горных пород, в частности упругого гистерезиса, наличием и/или изменением размеров и локации структурных нарушений в горной породе. Мониторинг производили, используя лазерно-ультразвуковой структуроскоп Геоскан – 02 МУ, который, благодаря своим техническим характеристикам, достаточно чувствителен к определению микронеоднородностей в структуре горных пород [7, 13].

Модель соотношения напряжение–деформация для гистерезисной нелинейности имеет вид

$$\sigma(\varepsilon, \dot{\varepsilon}) = K_0(\varepsilon - \beta\varepsilon^2 - \delta\varepsilon^3 + \frac{\alpha}{2}[2(\Delta\varepsilon)\varepsilon - \text{sign}(\dot{\varepsilon})((\Delta\varepsilon)^2 - \varepsilon^2)]), \quad (1)$$

где  $K_0$  — линейный модуль,  $\sigma$  — напряжение,  $\varepsilon$  — мгновенная деформация,  $\dot{\varepsilon}$  — производная по времени от деформации и  $\Delta\varepsilon$  — максимальное изменение деформации за период волны. Модуль  $K_0$  может быть получен из этой модели путем объединения классических нелинейных параметров  $\beta$  и  $\delta$ , описываемых теорией упругости с нелинейными параметрами  $\alpha$  гистерезиса [1].

### Обсуждение результатов

Диаграммы деформирования (рис. 2) показывают, что упругие деформации при повороте на разгрузку относительно пластических реагируют быстрее, что соответствует явлению упругого гистерезиса.

При сжатии плитами установки жесткость геоматериала непрерывно увеличивается во время нагрузки

и постепенно уменьшается во время разгрузки. Увеличение нелинейности кривых сжатия между нагрузкой и разгрузкой может связано с ростом трещин при нагрузке и их закрытием (схлопыванием) при разгрузке. Кроме того, этому изменению могут способствовать несоответствующие грани трещин. Как продемонстрировано в [12], несоответствие связано с шероховатостью поверхностей трещины, которая предотвращает полное обратное скольжение по трещине.

Из данных, приведенных в таблице, видно, что упругий гистерезис пород различных генотипов имеет свои особенности, проявляющиеся в том, что набор коэффициентов математической модели упругого гистерезиса обладает своими диапазонами значений и знаками, присущими только этому генотипу пород.

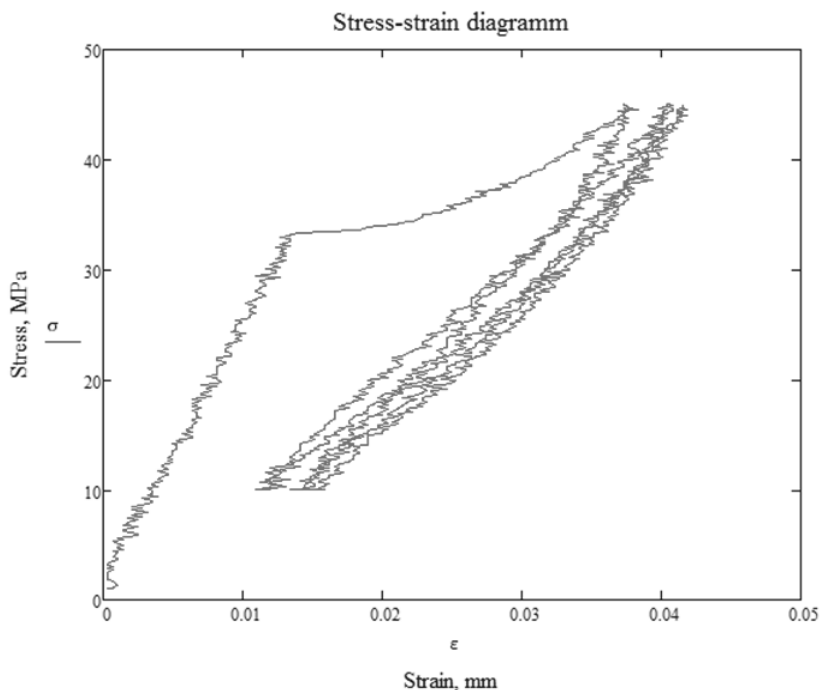


Рис. 2. Кривые напряжение–деформация образца габбро:  $\sigma_{max}=45$  МПа  
 Fig. 2. The stress-strain curve gabbro sample:  $\sigma_{max}=45$  MPa

Таблица

**Коэффициенты упругости нелинейной модели упругого гистерезиса образцов горных пород**

Порода	Максимальная величина напряжения, МПа	Ветвь гистерезиса	Значения коэффициентов модели				Коэффициент корреляции R
			$\delta$	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	
Гранит серый	70	Нагрузка	11,13	$-0,49 \cdot 10^3$	$8,64 \cdot 10^3$	$-0,12 \cdot 10^5$	0,999831
		Разгрузка	15,55	$-0,50 \cdot 10^3$	$7,08 \cdot 10^3$	$-0,22 \cdot 10^5$	0,999820
Габбро	45	Нагрузка	-18,06	$-2,86 \cdot 10^3$	$-7,51 \cdot 10^4$	$-10,26 \cdot 10^5$	0,999012
		Разгрузка	-15,24	$-2,40 \cdot 10^3$	$-6,34 \cdot 10^4$	$-9,66 \cdot 10^5$	0,998909
Мрамор	30	Нагрузка	43,05	$4,24 \cdot 10^3$	$4,30 \cdot 10^5$	$204,40 \cdot 10^5$	0,958462
		Разгрузка	53,86	$7,29 \cdot 10^3$	$6,64 \cdot 10^5$	$249,50 \cdot 10^5$	0,987239

### Заключение

Таким образом, представлена методика по исследованию упругого гистерезиса образцов горных пород, основанная на стандартном методе и апробированная посредством большого количества экспериментов на сертифицированном оборудовании.

Экспериментальное исследование упругого гистерезиса обосновано математической моделью и сопоставимостью обработанных результатов.


Также стоит отметить, на основе результатов исследования, диаграмм и статических параметров упругого гистерезиса, что степень нелинейности упругих свойств образцов горных

пород прямо зависит от приложенной нагрузки и исходного состояния образцов породы.

Отмечена особенная деталь кривой напряженно-деформированного состояния для образца габбро: образец испытывает особенно малые деформации и кривая разгрузки на достаточном отдалении от изначальной кривой нагрузки, что свидетельствует о больших остаточных деформациях в стабилизирующем первом цикле нагрузка-разгрузка. Далее развитие трещин блокируется их неровностями, что свидетельствует об установившейся микроструктуре геоматериала в выбранных условиях упругого гистерезиса.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Ostrovsky L. A., Johnson P. A.* Dynamic nonlinear elasticity in geomaterials // *La Rivista del Nuovo Cimento della Societa Italiana di Fisica*. 2001, vol. 24, no. 7, pp. 1 – 46.
2. *Nazarov V. E., Radostin A. V., Ostrovsky L. A., Soustova I. A.* Wave processes in media with hysteretic nonlinearity. Part I // *Acoustical Physics*. 2003, no. 49 (4), pp. 344 – 353. DOI: 10.1134/1.1591300.
3. *Aleshin V. V., Van Den Abeele K.* Preisach description for solids with frictional cracks // *International Journal of Non-Linear Mechanics*. 2018, vol. 104, pp. 28 – 38. DOI: 10.1016/j.ijnonlinmec.2017.12.010.

4. Yang D., Zhang D., Niu S., Feng W., Ge S. Experiment and Study on Mechanical Property of Sandstone Post-peak Under the Cyclic Loading and Unloading // *Geotechnical and Geological Engineering*. 2018, vol. 36, iss. 3, pp. 1609–1620. DOI: 10.1007/s10706–017–0414–6.
5. Han D., Li K., Meng J. Evolution of nonlinear elasticity and crack damage of rock joint under cyclic tension // *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*. 2020, no. 128, pp. 1–9. DOI: 10.1016/j.ijrmms.2020.104286.
6. Song H., Zhang H., Fu D., Zhang Q. Experimental analysis and characterization of damage evolution in rock under cyclic loading // *International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences*. 2016, no. 88, pp. 157–164. DOI:10.1016/j.ijrmms.2016.07.015.
7. Винников В. А., Захаров В. Н., Малинникова О. Н., Черепецкая Е. Б. Исследование структуры и упругих свойств геоматериалов с помощью контактной широкополосной ультразвуковой структуроскопии // *Горный журнал*. – 2017. – № 4. – С. 29–33. DOI: 10.17580/gzh.2017.04.05.
8. Блохин Д. И., Харченко А. В. Комплексное исследование акустоэмиссионных и термомеханических эффектов в образцах каменной соли при их циклическом деформировании // *Горный информационно-аналитический бюллетень (научно-технический журнал)*. – 2021. – № 4–1. – С. 129–137. DOI: 10.25018/0236\_1493\_2021\_41\_0\_129.
9. Wang Y., Zhao L., Han D.-h., Qin X., Ren J., Wei Q. Micro-mechanical analysis of the effects of stress cycles on the dynamic and static mechanical properties of sandstone // *International Journal of Rock Mechanics and Mining Science*. 2020, vol. 134, no. 104431. DOI: 10.1016/j.ijrmms.2020.104431.
10. Высотин Н. Г. Нелинейные особенности упругого гистерезиса образцов горных пород при циклическом одноосном // *Горный информационно-аналитический бюллетень (научно-технический журнал)*. – 2021. – № 4–1. – С. 148–157. DOI: 10.25018/0236\_1493\_2021\_41\_0\_148.
11. Стефанов Ю. П. Нелинейные эффекты поведения горных пород и интерпретация экспериментальных данных // Четвертая тектонофизическая конференция в ИФЗ РАН. Тектонофизика и актуальные вопросы наук о Земле: Сб. науч. ст. – М., 2016. – С. 358–371.
12. Bogusz A., Bukowska M. Strees-strain characteristics as a source of information on the disraction of rocks under influence of load // *Journal of Sustainable Mining*. 2015, no. 14, pp. 46–54. DOI: 10.1016/j.jsm.2015.08.007.
13. Винников В. А., Высотин Н. Г. Методика проведения испытаний по определению статического модуля упругости горных пород с использованием результатов лазерно-ультразвуковой спектроскопии // *Горный информационно-аналитический бюллетень (научно-технический журнал)*. – 2018. – № 51. – С. 90–101. DOI: 10.25018/0236–1493–2018–1-1–90–101.
14. DIN 14580–2005. Prüfverfahren für Naturstein – Bestimmung des statischen Elastizitätsmoduls. Berlin: Deutsches Institut für Normung e.V. 2005.
15. Сукнёв С. В., Фёдоров С. П. Методы определения упругих свойств горных пород // *Наука и образование*. – 2014. – № 1(73). – С. 18–24. 

## REFERENCES

1. Ostrovsky L. A., Johnson P. A. Dynamic nonlinear elasticity in geomaterials. *La Rivista del Nuovo Cimento della Societa Italiana di Fisica*. 2001, vol. 24, no. 7, pp. 1–46.
2. Nazarov V. E., Radostin A. V., Ostrovsky L. A., Soustova I. A. Wave processes in media with hysteretic nonlinearity. Part I. *Acoustical Physics*. 2003, no. 49 (4), pp. 344–353. DOI: 10.1134/1.1591300.
3. Aleshin V. V., Van Den Abeele K. Preisach description for solids with frictional cracks. *International Journal of Non-Linear Mechanics*. 2018, vol. 104, pp. 28–38. DOI: 10.1016/j.ijnonlinmec.2017.12.010.

4. Yang D., Zhang D., Niu S., Feng W., Ge S. Experiment and Study on Mechanical Property of Sandstone Post-peak Under the Cyclic Loading and Unloading. *Geotechnical and Geological Engineering*. 2018, vol. 36, iss. 3, pp. 1609—1620. DOI: 10.1007/s10706—017—0414—6.
5. Han D., Li K., Meng J. Evolution of nonlinear elasticity and crack damage of rock joint under cyclic tension. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*. 2020, no. 128, pp. 1—9. DOI: 10.1016/j.ijrmms.2020.104286.
6. Song H., Zhang H., Fu D., Zhang Q. Experimental analysis and characterization of damage evolution in rock under cyclic loading. *International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences*. 2016, no. 88, pp. 157—164. DOI:10.1016/j.ijrmms.2016.07.015.
7. Vinnikov V.A., Zakharov V.N., Malinnikova O.N., Cherepetskaya E. B. Analysis of structure and elastic properties of geomaterials using contact broadband ultrasonic structural spectroscopy. *Gornyj zhurnal*. 2017, no. 4, pp. 29—33. DOI: 10.17580/gzh.2017.04.05. [In Russ]
8. Blokhin D.I., Kharchenko A. V. Complex study of acoustoemission and thermomechanical effects in samples of rock salt at their cyclic deformation. *MIAB. Mining Inf. Anal. Bull.* 2021, no. 4—1, pp. 129—137. DOI: 10.25018/0236\_1493\_2021\_41\_0\_129. [In Russ].
9. Wang Y., Zhao L., Han D.-h., Qin X., Ren J., Wei Q. Micro-mechanical analysis of the effects of stress cycles on the dynamic and static mechanical properties of sandstone. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*. 2020, vol. 134, no. 104431. DOI: 10.1016/j.ijrmms.2020.104431.
10. Vysotin N. G. The specific non-linear elastic hysteresis of rocks under cyclic uniaxial Tension, *MIAB. Mining Inf. Anal. Bull.* 2021, no.4—1, pp. 148—157. DOI: 10.25018/0236\_1493\_2021\_41\_0\_148. [In Russ].
11. Stefanov Ju. P. *Nonlinear effects of rock behavior and interpretation of experimental data. The 4-th tectonophysical conference at IPE RAS. Tectonophysics and topical issues of earth sciences. Collection of Scientific Papers*. Moscow. 2016, pp. 358—371. [In Russ].
12. Bogusz A., Bukowska M. Strees-strain characteristics as a source of information on the disraction of rocks under influence of load. *Journal of Sustainable Mining*. 2015, no. 14, pp. 46—54. DOI: 10.1016/j.jsm.2015.08.007.
13. Vinnikov V.A., Vysotin N. G. Method of testing on the static module for the elasticity of mineral rocks with using the results of laser-ultrasonic spectroscopy. *MIAB. Mining Inf. Anal. Bull.* 2018, no. S1, pp.90—101. DOI: 10.25018/0236—1493—2018—1-1—90—101. [In Russ].
14. DIN 14580—2005. Prüfverfahren für Naturstein Bestimmung des statischen Elastizitätsmoduls, Berlin, Deutsches Institut für Normung e.V. 2005.
15. Suknjov S. V., Fjodorov S. P. Methods for determining the elastic properties of rocks. *The Science and the Education*. 2014, no. 1(73), pp. 18—24. [In Russ].

## ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

*Высотин Николай Геннадьевич* — старший преподаватель, <http://orcid.org/0000-0002-3011-053X>, НИТУ «МИСиС», 119991, Москва, Ленинский проспект, д. 4, Россия, e-mail: n.vysotin@misis.ru.

**Для контактов:** *Высотин Николай Геннадьевич*, e-mail: n.vysotin@misis.ru.

## INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

*Vysotin N. G.*, senior lecturer, <http://orcid.org/0000-0002-3011-053X>, NUST “MISIS”, 119991, Moscow, Leninskiy prospect, 4, Russia, e-mail: n.vysotin@misis.ru.

Получена редакцией 29.09.2021; получена после рецензии 16.03.2022; принята к печати 10.04.2022.

Received by the editors 29.09.2021; received after the review 16.03.2022; accepted for printing 10.04.2022.