

# СИНТЕЗ РЕГУЛЯТОРОВ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ СКОРОСТЬЮ ЛЕНТОЧНОГО КОНВЕЙЕРА

Д. А. Котин<sup>1</sup>, С. Е. Сухинин<sup>1</sup>, И. А. Иванов<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Новосибирский государственный технический университет, Новосибирск, 630073, Россия

**Аннотация:** В работе рассматривается проблема синтеза системы управления скоростью движения конвейерной ленты с целью минимизации колебаний участков ленты при пуске конвейера. Для расчета коэффициентов регуляторов системы управления необходимо получить передаточную функцию объекта управления. Рассматриваются различные способы построения математической модели конвейера. Построение математической модели конвейера как системы с сосредоточенными параметрами с помощью средств компьютерного моделирования позволяет получить передаточные функции выходных параметров конвейера. При разделении конвейера на пять сосредоточенных масс передаточные функции имеют до восьмой степени при операторе Лапласа в знаменателе, что затрудняет синтез системы управления. Для упрощения передаточной функции до второй степени рассмотрены различные способы, авторами предлагается использовать метод сокращения близкорасположенных нулей и полюсов. Это позволяет без использования сложного математического аппарата упростить передаточную функцию до второй степени, что дает возможность применять классические методы при синтезе системы управления. Исследование пуска конвейера без системы управления и с системой управления показало эффективность такого метода упрощения передаточных функций. Использование системы управления позволило снизить колебания ленты с 11% до 4% и сократить время переходного процесса с 30,2 секунд до 21,6.

**Ключевые слова:** ленточный конвейер, математическое моделирование, модель Кельвина–Фойгхта, тяговый фактор, натяжение ленты, упрощение передаточной функции, приводной барабан, сосредоточенные параметры, ПИД-регулятор, SimInTech.

**Для цитирования:** Котин Д. А., Сухинин С. Е., Иванов И. А. Синтез регуляторов системы управления скоростью ленточного конвейера // Горный информационно-аналитический бюллетень. – 2023. – № 10-1. – С. 5–21. DOI: 10.25018/0236\_1493\_2023\_101\_0\_5.

## Synthesis of regulators of the belt conveyor speed control system

D. A. Kotin<sup>1</sup>, S. E. Sukhinin<sup>1</sup>, I. A. Ivanov<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Novosibirsk state technical university, Novosibirsk, 630073, Russia

**Abstract:** The paper deals with the problem of synthesis of a conveyor belt speed control system in order to minimize the fluctuations of the belt sections during the start of the conveyor. To calculate the coefficients of the control system regulators, it is necessary to obtain the transfer function of the control object. Various ways of constructing a mathematical model of the conveyor are considered. The construction of a mathematical model of the conveyor as a system with concentrated parameters using computer modeling tools makes it possible to obtain transfer functions of the output parameters of the conveyor. When the conveyor

is divided into five concentrated masses, the transfer functions have up to the eighth order of the Laplace operator in the denominator, which complicates the synthesis of the control system. To simplify the transfer function to the second order, various ways of simplification are considered, the authors propose to use the method of reducing closely spaced zeros and poles. This makes it possible to simplify the transfer function to the second order without using a complex mathematical apparatus, which allows using classical methods in the synthesis of the control system. The study of starting the conveyor without a control system and with a control system has shown the effectiveness of this method of simplifying transfer functions. The use of the control system made it possible to reduce the vibrations of the tape from 11% to 4% and reduce the transition time from 30.2 seconds to 21.6.

**Key words:** conveyor belt, mathematical modeling Kelvin-Feucht model, traction factor, belt tension simplification of the transfer function, drive drum, concentrated parameters, PID controller, SimInTech.

**For citation:** Kotin D. A., Sukhinin S. E., Ivanov I. A. Synthesis of regulators of the belt conveyor speed control system. *MIAB. Mining Inf. Anal. Bull.* 2023;(10-1):5–21. [In Russ]. DOI: 10.25018/0236\_1493\_2023\_101\_0\_5.

### Введение

Ленточный конвейер — это сложное электромеханическое оборудование. Конвейерная лента является одновременно приводным и грузонесущим элементом. В движение лента приводится за счет приводного барабана. Усилие от приводного барабана передается ленте за счет силы трения. Величина тягового усилия, которая может передаваться от барабана ленте без проскальзывания, зависит от коэффициента трения и угла охвата лентой приводного барабана. Силы, действующие на барабан, показаны на рис. 1 [1].

Тяговое усилие барабана определяется формулой [2]:

$$F_u = S_1 - S_2. \quad (1)$$

На основании формулы Эйлера получено соотношение натяжений набегающей и сбегающей ветвей ленты, при котором лента движется по приводному барабану без проскальзывания [3, 4]:

$$\frac{S_1}{S_2} \leq e^{f\alpha}, \quad (2)$$

где  $f$  — коэффициент сцепления ленты с приводным барабаном.

Для поддержания беспробуксовочной работы приводного барабана необходимо поддерживать отношение натяжений набегающего и сбегающего участков ленты не выше критического значения  $e^{f\alpha}$ . Общее натяжение участка ленты состоит из статической и динамической части. При этом

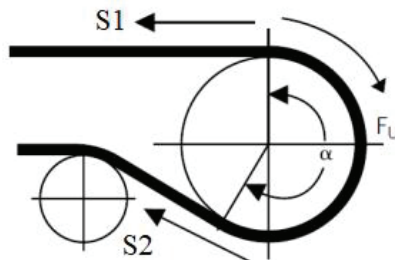


Рис. 1. Силы, действующие на приводной барабан:  $S_1$  — натяжение набегающей ветви ленты,  $N$ ;  $S_2$  — натяжение сбегающей ветви ленты,  $N$ ;  $F_u$  — тяговое усилие приводного барабана,  $N$ ;  $\alpha$  — угол охвата приводного барабана, рад

Fig. 1. Forces acting on the drive drum:  $S_1$  — tight side tension,  $N$ ;  $S_2$  — slack side tension,  $N$ ;  $F_u$  — traction force of the drive drum,  $N$ ;  $\alpha$  — arc of contact, rad

в некоторых случаях динамическая составляющая может превышать статическую. Величина динамической составляющей зависит от разницы растяжений ленты на ее различных участках. Исследование динамических процессов в ленточном конвейере является актуальной задачей. Для этого необходимо составить математическую модель конвейера, учитывающую основные физические процессы, протекающие в ленте.

Математическая модель конвейера представляет собой систему вязкоупругих тел с сосредоточенными параметрами, в которой вся лента конвейера разбита на  $n$  участков одинаковой длины, в которых сосредоточена масса этого участка. Для описания процессов взаимодействия участков ленты между собой могут использоваться различные модели. Часто используемыми являются модели Кельвина–Фойгта (Фохта) и модель Максвелла, представленные на рис. 2.

В большинстве работ используется модель Кельвина–Фойгта, так как она позволяет исследовать микропроцессы, происходящие в теле объекта, в частности, внутреннее трение. В работах [5–7] используется модель Кельвина–Фойгта. Для получения уравнения движения ленты применяется метод кусочно-линейной аппроксимации, в котором уравнения движения ленты представлены системой дифференциальных уравнений, составленных на основе уравнения Лагранжа второго рода:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{x}_i} \right) - \left( \frac{\partial T}{\partial x_i} \right) + \frac{\partial \Pi}{\partial x_i} + \frac{\partial A}{\partial \dot{x}_i} = 0, \quad (3)$$

где  $T$  — кинетическая энергия участка, Дж;  $\Pi$  — потенциальная энергия участка, Дж;  $A$  — работа внешних сил на участке, Дж.

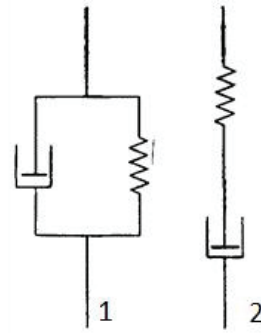


Рис. 2. Модели конвейерной ленты: 1 — модель Кельвина–Фойгта; 2 — модель Максвелла

Fig. 2. Conveyor belt models: 1 — Kelvin–Voigt model; 2 — Maxwell model

При таком подходе сначала выводится система уравнений с учетом обобщенных координат, а после подстановки частных производных переходят к неоднородной системе линейных дифференциальных уравнений второго порядка в пространстве состояний:

$$M\ddot{X} + C\dot{X} + KX = Fu, \quad (4)$$

где  $X$  — вектор перемещения;  $M$  — матрица сосредоточенных масс;  $C$  — матрица коэффициентов жесткости;  $K$  — матрица коэффициентов вязкости;  $Fu$  — вектор входных тяговых усилий.

При этом от количества сосредоточенных масс зависит точность моделирования волновых процессов в ленте [8]. Такой подход дает возможность исследовать динамические процессы, происходящие при разгоне [9–11] или торможении [12] конвейера, но представление уравнения движения системой второго порядка не позволяет детально рассмотреть волновые процессы внутри ленты.

Для более детального исследования динамических процессов в настоящее время используется специализированное ПО, такое как SimInTech, AmeSim, MATLAB Simulink. В работах [13, 14] используется модель конвейера, соз-

данная в Amesim из типовых блоков: масса, жесткость, вязкость. При этом использование компьютерного моделирования позволяет рассматривать динамические процессы без упрощения уравнений движения до второй степени. Это способствует более комплексному исследованию факторов, влияющих на беспробуксовочную работу конвейера. Математическая модель позволяет получить скорость, ускорение, натяжение участков ленты. Все это дает возможность на основе полученной модели создавать систему управления конвейером, минимизирующую негативные процессы в ленте. Основной проблемой такой модели является получение передаточной функции объекта управления. Встроенные функции SimInTech и MATLAB

Simulink позволяют получить передаточные функции для каждой сосредоточенной массы от каждого входного воздействия. Для конвейера с двумя приводными барабанами и пятью сосредоточенными массами передаточная функция будет иметь девятую степень при операторе Лапласа в знаменателе. Это затрудняет синтез системы автоматического управления. Упрощение полученной передаточной функции до второй степени позволит рассчитать регуляторы системы управления классическими методами, при этом проверка ее функционирования будет проводиться с полной моделью. Таким образом, актуальной задачей является упрощение передаточной функции объекта управления до второй степени с погрешностью, не сказывающейся

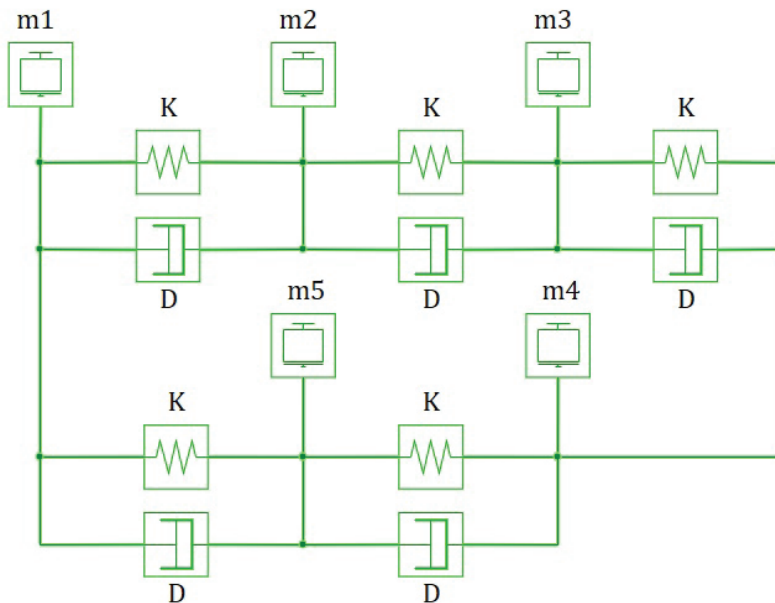


Рис. 3. Структурная схема математической модели механической части конвейера:  $m1 - m5$  – сосредоточенные массы конвейера, кг;  $K$  – коэффициент жесткости, Н/м;  $D$  – коэффициент демпфирования (вязкости), Н\*с/м

Fig. 3. Block diagram of the mathematical model of the mechanical part of the conveyor:  $m1 - m5$  – concentrated conveyor masses, kg;  $K$  – stiffness coefficient, N/m;  $D$  – damping coefficient (viscosity), N\*s/m

на качестве управления. Такой подход позволит комплексно исследовать процессы, протекающие в конвейере, оценить показатели качества системы автоматического регулирования, при этом сама процедура синтеза производится с использованием классических методов.

### Получение передаточной функции конвейера

Рассмотрим математическую модель конвейера с двумя приводными барабанами и пятью сосредоточенными массами. Структурная схема конвейера представлена на рис. 3. Ее исследование производилось в среде математического моделирования SimInTech.

При моделировании конвейера используются следующие допущения:

- отсутствие влияния провисания ленты между роликкоопорами на ее упругие свойства;
- вязкоупругие свойства ленты и сопротивления ее движению учитываются в соответствии с моделью Фойгта;
- масса сосредоточенных участков ленты постоянна и не изменяется во времени;
- скорость набегания ленты на приводной барабан равна скорости сбегания ленты с приводного барабана и равна скорости приведенной массы электропривода;
- статическая сила сопротивления движению ленты постоянна и не изменяется во времени.

Сосредоточенная масса конвейера описывается уравнением поступательного движения тела:

$$F = M \frac{dv}{dt}, \quad (5)$$

где  $M$  – масса, кг;  $v$  – скорость, м/с;  $t$  – время, с.

Упругая связь между сосредоточенными массами конвейера описывается уравнениями пружины:

$$F = K \cdot S, \quad (6)$$

$$\frac{ds}{dt} = v_C - v_R, \quad (7)$$

где  $K$  – коэффициент жесткости, Н/м;  $s$  – деформация пружины, м;  $v_C$  – скорость первого конца пружины, м/с;  $v_R$  – скорость второго конца пружины, м/с.

Вязкое трение ленты описывается уравнением фрикционного демпфера:

$$F = D \cdot (v_R - v_C), \quad (8)$$

где  $D$  – коэффициент демпфирования, Н\*с/м;  $v_C$  – скорость первого конца демпфера, м/с;  $v_R$  – скорость второго конца демпфера, м/с.

Встроенные средства программ математического моделирования, таких как MATLAB и SimInTech, позволяют преобразовать модель конвейера в виде пространства состояний или матричной передаточной функции. В результате преобразований получаем следующую систему передаточных функций:

$$W_{11} = \frac{0.33p^7 + 2.13p^6 + 6.2p^5 + 10.3p^4 + 11.1p^3 + 7.7p^2 + 3.3p + 1}{p^8 + 5.85p^7 + 15.94p^6 + 25.7p^5 + 29.43p^4 + 21.92p^3 + 13p^2 + 4.14p + 1.3} \quad (9)$$

$$W_{12} = \frac{0.11p^4 + 0.53p^3 + p^2 + 0.83p + 0.2585}{p^8 + 5.85p^7 + 15.94p^6 + 25.7p^5 + 29.4p^4 + 21.9p^3 + 13p^2 + 4.14p + 1.3} \quad (10)$$

$$W_{21} = \frac{0.48p^2 + 1.2p + 0.75}{p^4 + 4.1p^3 + 5.93p^2 + 2p + 1.25} \quad (11)$$

$$W_{22} = \frac{0.38p^3 + 1.43p^2 + 1.8p + 0.74}{p^6 + 5.3p^5 + 12.3p^4 + 15.2p^3 + 12.5p^2 + 4.5p + 1.86} \quad (12)$$

$$W_{31} = \frac{0.18p^3 + 0.67p^2 + 0.83p + 0.35}{p^6 + 4.66p^5 + 8.9p^4 + 8.14p^3 + 6.5p^2 + 2.1p + 0.87} \quad (13)$$

$$W_{32} = \frac{0.15p^2 + 0.37p + 0.23}{p^4 + 1.4p^3 + 2p^2 + 0.6p + 0.38} \quad (14)$$

$$W_{41} = \frac{0.0353}{p^4 + 1.4p^3 + 1.1p^2 + 0.285p + 0.18} \quad (15)$$

$$W_{42} = \frac{0.6p^3 + 0.94p^2 + 0.5p + 0.31}{p^4 + 1.4p^3 + 2p^2 + 0.6p + 0.38} \quad (16)$$

$$W_{51} = \frac{3.1p + 3.85}{p^2 + 6.15p + 7.7} \quad (17)$$

$$W_{52} = \frac{3.1p + 3.85}{p^2 + 6.15p + 7.7} \quad (18)$$

$$W_{61} = \frac{0.12p^7 + 0.54p^6 + 0.63p^5 - p^4 - 3p^3 - 3.14p^2 - 2.02p - 0.63}{p^9 + 5.8p^8 + 15.9p^7 + 25.7p^6 + 29.4p^5 + 22p^4 + 13p^3 + 4.1p^2 + 1.3p - 8.3e^{-17}} \quad (19)$$

$$W_{62} = \frac{1.2p^7 + 6.96p^6 + 16.8p^5 + 20.7p^4 + 16.2p^3 + 8.64p^2 + 2.02p + 0.63}{p^9 + 5.8p^8 + 15.9p^7 + 25.7p^6 + 29.4p^5 + 22p^4 + 13p^3 + 4.1p^2 + 1.3p - 8.3e^{-17}}, \quad (20)$$

где  $W_{ij}$  — передаточная функция  $i$ -го выходного параметра от  $j$ -го входного параметра.

Полученные передаточные функции имеют высокую степень, как в числителе, так и в знаменателе. Для синтеза регуляторов классическими методами необходимо упростить передаточные функции до второй степени.

Существует множество способов упрощения передаточных функций, как во временной области, так и в частотной. Значительный вклад в исследование понижения степени внес Пармер с соавторами. Ими предложен алгоритм деления на множители и анализа собственного спектра полюсов передаточной функции [15].

Процесс упрощения передаточной функции состоит из четырех шагов. На первом шаге определяется граница зоны собственного спектра полюсов передаточной функции, ограниченная самым ближним и самым дальним полюсом от оси ординат. На втором этапе определяются центр тяжести полюсов и жесткость системы на основе только вещественных частей полюсов. На третьем этапе определяется зона собственного спектра полюсов упрощенной передаточной функции с такими же значениями центра тяжести и жесткости системы, как и у оригинальной передаточной функции. На последнем этапе находится числитель упрощенной передаточной

функции на основе упрощенного знаменателя, найденного на третьем этапе. Нахождение числителя осуществляется с помощью алгоритма деления на множители.

Достоинством данного метода является полное соответствие центра тяжести полюсов и жёсткости системы оригинальной и упрощенной передаточных функций. Недостатками данного метода являются: отсутствие исследований систем с комплексно-сопряженными корнями, использование алгоритма деления на множители для нахождения числителя, что значительно увеличивает общий объем математических вычислений упрощенной передаточной функции.

В работе [16] используется метод многократного дифференцирования числителя и знаменателя оригинальной передаточной функции, пока степень упрощенной функции не достигнет желаемого, после этого происходит нормализация упрощенной передаточной функции. Данный подход обеспечивает наибольшее совпадение установившегося значения переходного процесса оригинальной и упрощенной функций. При этом время выхода на установившееся значение в представленных примерах меньше, чем у оригинальной функции; другие методы, представленные в статье, дают значения либо более близкое к оригинальной функции, либо большее.

В работе [17] упрощение основывается на методе непрерывной дроби с использованием модифицированного массива Раута для получения скалярных коэффициентов. В дальнейшем используется модифицированная форма Кауэра для уменьшения порядка модели и преодоления нестабильности. Данный метод позволяет получить переходный процесс упрощенной функции, практически полностью

повторяющий процесс оригинальной функции во временной области. Недостатком данного метода является объемный математический аппарат, необходимый для вычисления упрощенной передаточной функции уже шестого порядка, с увеличением степени оригинальной передаточной функции объем вычислений еще больше увеличится.

Метод кластеризации полюсов [18] основывается на поиске доминантного полюса в кластере, при этом поиск кластера зависит от того, какие полюса содержит полюс: вещественные или комплексно-сопряженные. Метод обеспечивает минимальную интегральную квадратичную погрешность оригинальной и упрощенной функций среди сравниваемых в статье методов. Недостатком его является нахождение кластера методом перебора, где число вариантов перебора равно степени знаменателя функции, помимо этого, для нахождения числителя упрощенной функции также используется объемный математический аппарат.

В работах [19, 20] для упрощения передаточных функций используется генетический алгоритм. Метод позволяет находить доминантные корни передаточной функции, отбрасывая те, которые не влияют на динамику системы. Метод поиска таких корней основан на природном механизме эволюции и включает в себя семь этапов: инициализация, оценка, выборка, мутация, замена, завершение. Процесс упрощения завершается, когда достигается установленный критерий точности. Итоговая степень упрощенной передаточной функции зависит от количества корней, влияющих на динамику, и заданной точности.

Таким образом, все представленные методы имеют свои преимущества и недостатки и могут быть использованы при упрощении передаточной

функции. Но в большинстве методов с увеличением степени значительно увеличивается количество вычислений. Если для модели конвейера, разбитого на пять масс, степень передаточной функции достигает девятой, то для конвейера, разбитого на девять масс, степень передаточных функций достигает уже восемнадцатой степени.

Существует еще один метод упрощения, используемый, в том числе, в MATLAB. Суть метода заключается в поиске и удалении нулей и полюсов, расположенных недалеко друг от друга. При этом чем дальше распо-

ложены друг от друга нули и полюса, тем больше расхождение временных и частотных характеристик оригинальной и упрощенной функций.

Упрощение передаточных функций происходит по следующему алгоритму:

- 1) находятся полюса и нули функции;
- 2) удаляются нули и полюса, находящиеся недалеко друг от друга.

Рассмотрим процесс упрощения на примере передаточной функции  $W_{11}$ . Для удобства представим передаточную функцию в виде, в котором ее полиномы разложены на элементарные множители:

$$W_{11zpk} = \frac{0.33(p+1.25)(p^2+0.3p+0.37)(p^2+1.16p+1.45)(p^2+3.73p+4.7)}{(p^2+0.21p+0.26)(p^2+0.55p+0.7)(p^2+3.9p+4.9)(p^2+1.2p+1.49)}. \quad (21)$$

Полюса и нули функции указаны в табл. 1.

Также полюса и нули можно представить на комплексной плоскости. График нулей и полюсов изображен на рис. 4.

Из таблицы и графика видно, что нули и полюса под номерами 1–6 находятся близко друг к другу и подлежат сокращению. После сокращения у передаточной функции остается один ноль под номером 7 и два полюса под номерами 7 и 8. Упрощенная передаточная функция  $W_{11s}$  примет следующий вид:

$$W_{11s} = \frac{0.33(p+1.25)}{p^2+0.5p+0.69}. \quad (22)$$

Передаточная функция представляет собой последовательное соединение колебательного и форсирующего звеньев. Для синтеза регуляторов классическими методами необходимо исключить соответствующий этому звену множитель  $(p+1.25)$  в числителе. Тогда итоговая упрощенная передаточная функция  $W'_{11s}$  будет иметь следующий вид:

$$W'_{11s} = \frac{0.33}{p^2+0.5p+0.69} \quad (23)$$

Рассмотрим переходные процессы полной и упрощенных передаточных функций. Графики переходных процессов представлены на рис. 5.

Из графика видно, что упрощенные функции имеют меньшие постоянные времени, при этом у  $W_{11s}$  перерегулирование больше, в сравнении с исходной функцией  $W_{11}$  и в сравнении с  $W'_{11s}$ .

Рассмотрим временные характеристики полученных передаточных функций с точки зрения колебательного звена.

Для определения временных характеристик передаточной функции необходимо определить угловую частоту колебаний  $\omega$  и показатель затухания  $\lambda$ .

Время нарастания первого колебания равно  $1/\lambda$ . Время между вторым и четвертым пересечением установившегося значения переходного процесса соответствует выражению  $2\pi/\omega$ . Их этих соотношений можно найти необходимые параметры.



Таблица 1

Нули и полюса передаточной функции  $W_{11}$   
 Zeros and poles of the transfer function  $W_{11}$

№	Полюса	Нули
1	$-1,95 + j1,04$	$-1,867 + j1,087$
2	$-1,95 - j1,04$	$-1,867 - j1,087$
3	$-0,59 + j1,065$	$-0,58 + j1,05$
4	$-0,59 - j1,065$	$-0,58 - j1,05$
5	$-0,103 + j0,5$	$-0,15 + j0,59$
6	$-0,103 - j0,5$	$-0,15 - j0,59$
7	$-0,28 + j0,79$	$-1,25 + j0$
8	$-0,28 - j0,79$	

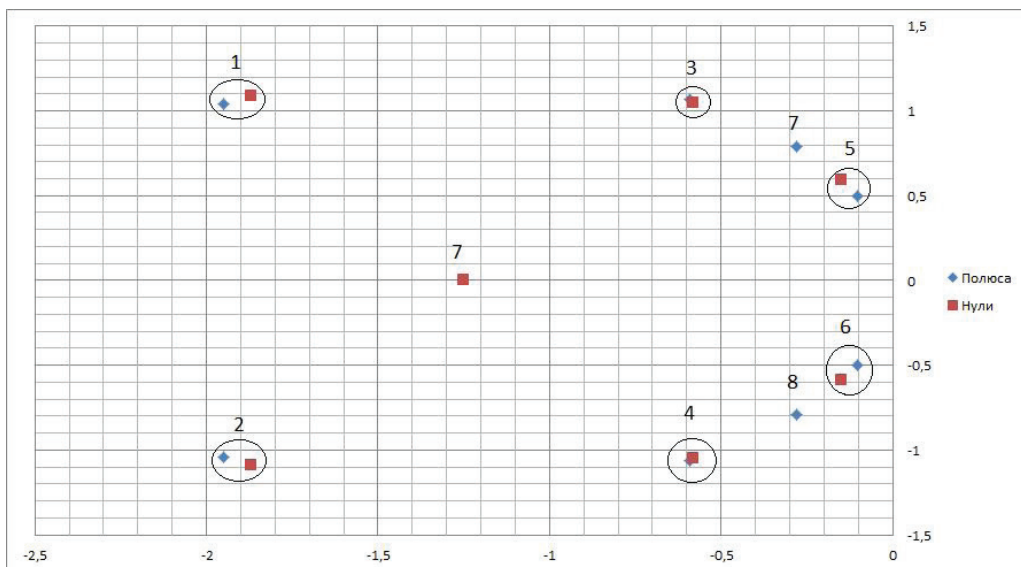


Рис. 4. График нулей и полюсов передаточной функции  $W_{11}$ : 1 – 8 – номера нулей и полюсов из табл. 1

Fig. 4. Graph of zeros and poles of the transfer function  $W_{11}$ : 1 – 8 – numbers of zeros and poles from Table 1.

$$\omega = \frac{2\pi}{\Delta t}, \quad (24)$$

$$\lambda = \frac{1}{t_1}. \quad (25)$$

Коэффициент демпфирования находится из формулы

$$\xi = \lambda T. \quad (26)$$

Постоянная времени находится из выражения

$$T = \sqrt{\frac{1}{\omega^2 + \lambda^2}}. \quad (27)$$

Из рис. 5 находим необходимые параметры для каждой передаточной функции. Полученные данные сведены в табл. 2.

Из таблицы видно, что при упрощении временные характеристики меняются, так как упрощение невозможно без потери точности. Но при этом предложенное упрощение позволяет синтези-

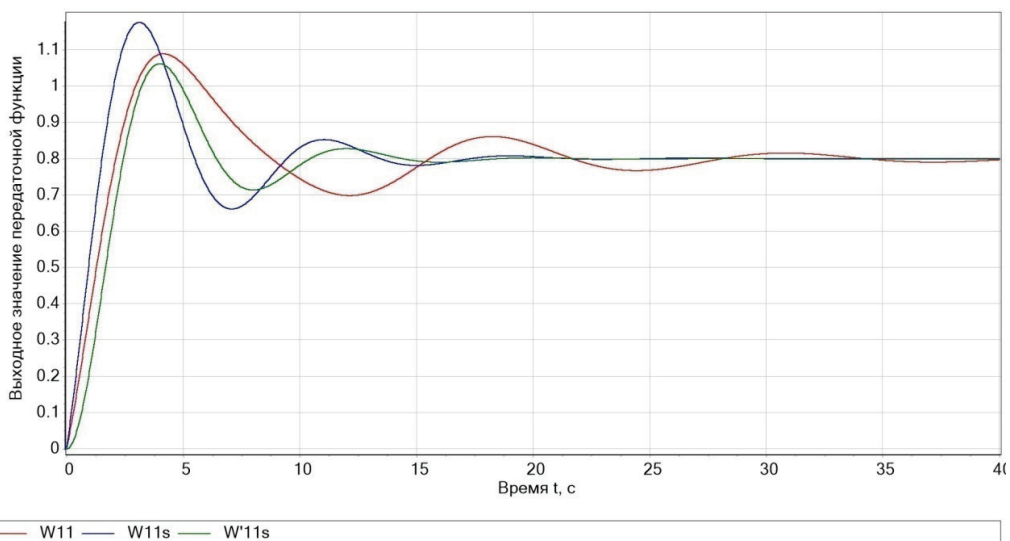


Рис. 5. Переходные процессы полной и упрощенной передаточных функций  
 Fig. 5. Transients of full and simplified transfer functions

Таблица 2  
**Временные характеристики передаточных функций**  
**Time characteristics of transfer functions**

Характеристика	$W_{11}$	$W_{11s}$	$W'_{11s}$
Показатель затухания $\lambda$ , 1/с	0,24	0,32	0,25
Угловая частота колебаний $\omega$ , рад/с	0,487	0,81	0,86
Постоянная времени $T$ , с	1,842	1,15	1,12
Коэффициент затухания $\xi$	0,442	0,368	0,28

ровать систему управления таким сложным объектом классическими методами. Качество переходного процесса системы с регулятором, настроенным по упрощенной передаточной функции, покажет обоснованность такого подхода.

### Синтез системы управления на основе упрощенной функции

Представим упрощенную передаточную функцию конвейера в общем виде:

$$W_{ijs} = \frac{k_{ij}}{b_{ij}^2 p^2 + b_{ij}^1 p + b_{ij}^0} \cdot \quad (28)$$

В разомкнутом состоянии система, настроенная на модульный оптимум [21], имеет следующий вид:

$$W_{ijs} = \frac{1}{a \cdot \tau_{\mu} \cdot p(\tau_{\mu} \cdot p + 1)}, \quad (29)$$

где  $a$  — настроечный параметр,  $\tau_{\mu}$  — малая некомпенсируемая постоянная времени объекта управления. В данном случае некомпенсируемой постоянной времени является постоянная времени электропривода  $T_{ed}$  конвейера.

Тогда передаточная функция регулятора примет следующий вид:

$$W_{ijs} = \frac{b_{ij}^2 p^2 + b_{ij}^1 p + b_{ij}^0}{a \cdot T_{ed} \cdot p \cdot k_{ij}} \cdot \quad (30)$$

При настройке регулятора на модульный оптимум получим ПИД-регулятор со следующими коэффициентами:

$$K_P = \frac{b_{ij}^1}{a \cdot T_{ed} \cdot k_{ij}}, \quad (31)$$

$$K_I = \frac{b_{ij}^0}{a \cdot T_{ed} \cdot k_{ij}}, \quad (32)$$

$$K_D = \frac{b_{ij}^2}{a \cdot T_{ed} \cdot k_{ij}}. \quad (33)$$

енты регулятора будут иметь следующие значения:

$$K_P = 0.55,$$

$$K_I = 0.7,$$

$$K_D = 1.01.$$

Для передаточной функции  $W'_{11s}$ , при  $T_{ed}$ , равной 0,1 с, и коэффициенте настройки  $a$ , равным 30, коэффици-

На рис. 6 изображены графики переходного процесса сосредоточенной массы конвейера при пуске без регулятора и при пуске с регулятором, настроенным на модульный оптимум.

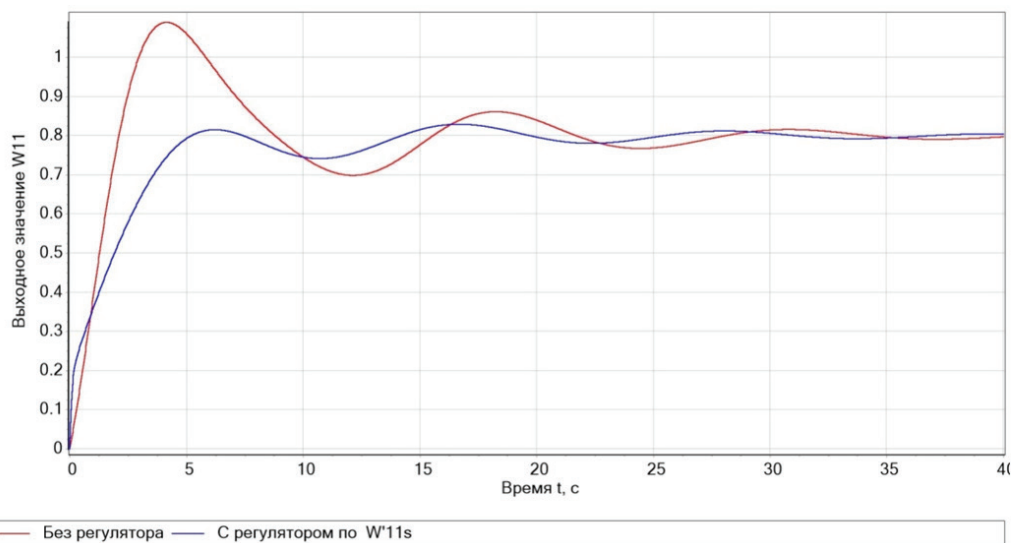


Рис. 6. Переходный процесс  $W11$  без регулятора и с регулятором, настроенным на  $W'11s$

Fig. 6. The transition process  $W11$  without a regulator and with a regulator configured for  $W'11s$  transfer function characteristics

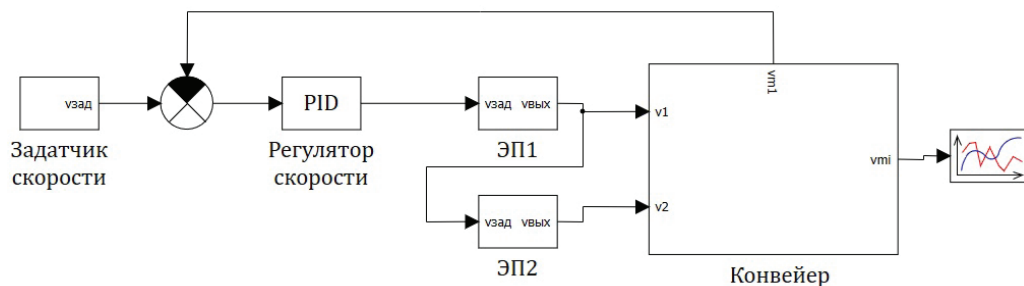


Рис. 7. Структурная схема конвейера

Fig. 7. Block diagram of the conveyor

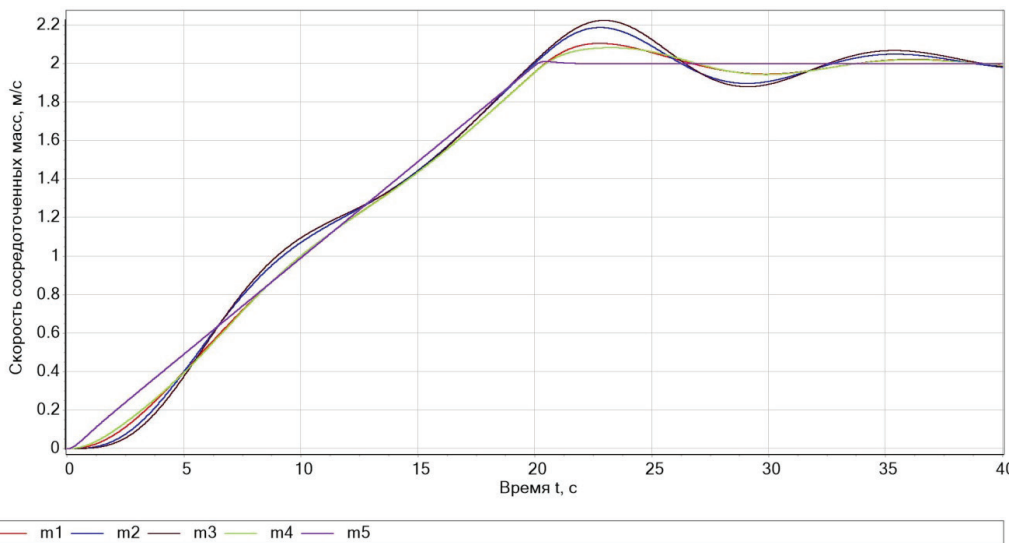


Рис. 8. Скорость сосредоточенных масс при пуске без регулятора  
 Fig. 8. Linear velocity of concentrated masses at start-up without controller

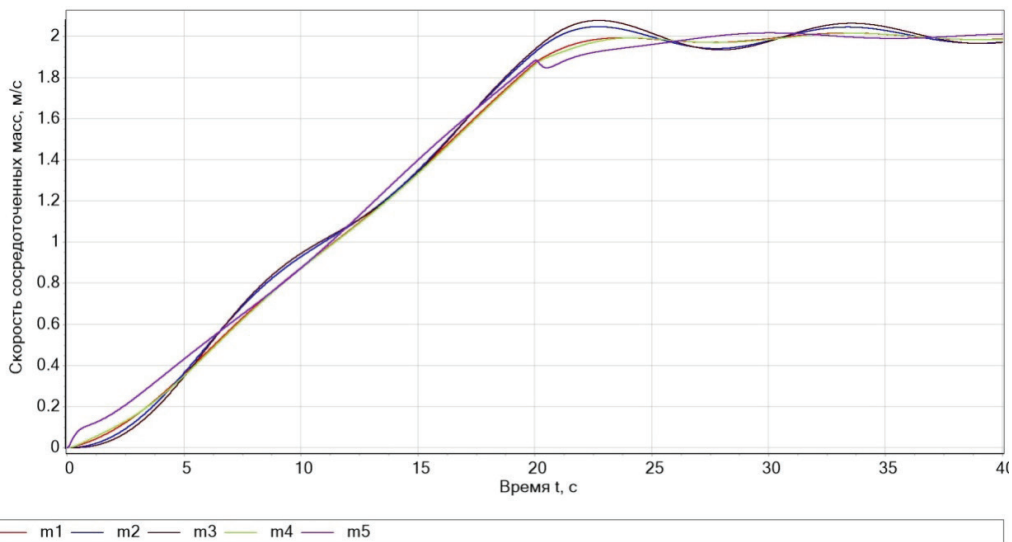


Рис. 9. Скорость сосредоточенных масс при пуске с регулятором скорости  
 Fig. 9. Linear velocity of concentrated masses at start-up with speed controller

Из графика видно, что у системы с регулятором величина перерегулирования не превышает 5%, время переходного процесса составляет 11,2 с. При работе без регулятора эти параметры соответственно равны 28,5 % и 20,5 с.

Полученные данные позволяют сделать вывод, что подобное упрощение передаточной функции обоснованно и позволяет синтезировать систему управления ленточным конвейером классическими методами без потери качества управления.

Рассмотрим работу конвейера при пуске в течение 20 секунд в двух режимах:

1) пуск конвейера без регулятора в режиме синхронизации скоростей приводных барабанов;

2) пуск конвейера с регулятором скорости первого приводного барабана. Второй приводной барабан поддерживает скорость первого барабана.

Структурная схема конвейера с регулятором представлена на рис. 7. Система конвейера содержит следующие блоки: задатчик скорости, обеспечивающий плавный разгон конвейера за 20 секунд; конвейер, состоящий из передаточных функций (9–20); ЭП1,2 — асинхронный электропривод с векторным управлением [22]; регулятор скорости — ПИД-регулятор, коэффициенты которого рассчитаны по формулам (31–33).

На рис. 8 представлен график скоростей сосредоточенных масс конвейера при пуске без регулятора.

Колебания масс при таком пуске достигают 2,22 м/с, что на 11% больше номинальной скорости конвейера. Время переходного процесса составляет 30,2 секунды. Чем больше колебания ленты при пуске, тем выше тяговый фактор и вероятность проскальзывания ленты на приводном барабане.

На рис. 9 представлен график скоростей сосредоточенных масс конвейера при пуске с регулятором скорости.

При пуске конвейера с регулятором колебания ленты не превышают 2,08 м/с (4% от номинальной), а время переходного процесса составляет 21,6 секунд. Таким образом, синтезированная система управления конвейером на основании упрощенной передаточной функции позволяет осуществить пуск конвейера с колебаниями участков ленты конвейера меньше 5%. Уменьшение колебаний ленты приводит к уменьшению колебаний тягового фактора, что сни-

жает вероятность пробуксовки ленты на барабане.

## **Выводы**

В работе рассмотрены различные способы построения математической модели конвейера. Использование ПО для компьютерного моделирования позволяет создавать математическую модель, с большой точностью описывающую волновые процессы в ленте. Недостатком данного метода является высокая степень передаточной функции, что значительно усложняет процесс синтеза системы управления. Упрощение передаточной функции до второго порядка инерционности позволяет синтезировать систему управления классическими методами.

Рассмотрены методы упрощения передаточных функций. Большинство из них используют объемный математический аппарат, метод сокращения близкорасположенных нулей и полюсов позволяет просто и с достаточной точностью упростить передаточную функцию до второй степени. На основании упрощенной функции рассчитаны коэффициенты регулятора системы управления. Результаты моделирования показывают эффективность такого подхода упрощения передаточных функций. Это позволяет синтезировать классическими методами систему управления конвейера, обеспечивающую колебания участка ленты при пуске меньше 5%. Уменьшение колебаний скоростей участков ленты в свою очередь влияет на уменьшение динамического натяжения, а следовательно, и тягового фактора.

## **Вклад авторов**

Котин Д. А. — постановка задачи исследования, анализ результатов исследования.

Сухинин С. Е. — разработка математической модели, получение данных для анализа.

Иванов И.А. — имитационное моделирование в программном пакете.

Авторы заявляют об отсутствии конфликтов интересов.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Yao Y., Zhang B. Influence of the elastic modulus of a conveyor belt on the power allocation of multi-drive conveyors // PLoS One. 2020, vol. 15, no. 7, p. e0235768. DOI: 10.1371/journal.pone.0235768.

2. Богомолов А. В., Белостоцкий В. А., Лукьянов И. М. Тяговая способность приводных барабанов ленточных норий-элеваторов // Вісник СевНТУ. — 2013. — № 137. — С. 303–307.

3. Тарасенко Е. А., Шушков А. С. Исследование материалов футеровки приводного барабана ленточного конвейера // Неделя науки СПбПУ. — 2020. — С. 143–146.

4. Реутов А. А. Моделирование стационарных режимов работы многоблочных приводов ленточных конвейеров // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. — 2019. — № 2 (62). — С. 40–47.

5. Zhou Q., Gong H., Du G., Zhang Y., He H. Distributed Permanent Magnet Direct-Drive Belt Conveyor System and Its Control Strategy // Energies. 2022, vol. 15, no. 22, p. 8699. DOI: 10.3390/en15228699.

6. Zeng F., Yan C., Wu Q., Wang T. Dynamic behaviour of a conveyor belt considering non-uniform bulk material distribution for speed control // Applied Sciences. 2020, vol. 10, no. 13, p. 4436. DOI: 10.3390/app10134436.

7. Yan C., Zeng F., Li Z. Belt Conveyor Speed Control Method Considering Elastic Constraint // 2019 9th International Conference on Education and Social Science (ICESS 2019). 2019, pp. 1168–1172. DOI: 10.25236/icess.2019.222.

8. Дмитриева В. В., Сизин П. Е. Анализ моделей ленточного конвейера при различном числе аппроксимирующих масс // Горный информационно-аналитический бюллетень. — 2022. — № 1. — С. 34–46. DOI: 10.25018/0236\_1493\_2022\_1\_0\_34.

9. Котин Д. А., Сухинин С. Е., Иванов И. А. Сравнение различных видов пуска электрического двигателя ленточного конвейера угольной шахты // Горный информационно-аналитический бюллетень. — 2022. — № 12–2. — С. 129–142. DOI: 10.25018/0236\_1493\_2022\_122\_0\_129.

10. Метельков В. П., Либерман Я. Л. К вопросу о выборе режима пуска ленточного конвейера // Электротехнические системы и комплексы. — 2019. — № 2 (43). — С. 54–59. DOI: 10.18503/2311-8318-2019-2(43)-54-5.

11. Дмитриева В. В., Собынин А. А., Сизин П. Е. Моделирование плавного пуска для асинхронного двигателя ленточного конвейера // Горный информационно-аналитический бюллетень. — 2022. — № 6. — С. 77–92. DOI: 10.25018/0236\_1493\_2022\_6\_0\_77.

12. Дмитриева В. В., Собынин А. А., Сизин П. Е. Моделирование различных режимов торможения ленточного конвейера // Горный информационно-аналитический бюллетень. — 2022. — № 11. — С. 80–95. DOI: 10.25018/0236\_1493\_2022\_11\_0\_80.

13. Li Y., Li L. Research on Segmented Belt Acceleration Curve Based on Automated Mechanical Transmission // Processes. 2022, vol. 10, no. 1, p. 106. DOI: 10.3390/pr10010106.

14. Xiao D., Shan H. Performance evaluation of dual-motor driving system for pipe belt conveyor based on current tracking master-slave control // 2019 Chinese Control And Decision Conference (CCDC), IEEE. 2019, pp. 2540–2545. DOI: 10.1109/CCDC.2019.8833227.

15. Parmar G., Mukherjee S., Prasad R. System reduction using factor division algorithm and eigen spectrum analysis // *Applied mathematical modelling*. 2007, vol. 31, no. 11, pp. 2542–2552. DOI: 10.1016/j.apm.2006.10.004.

16. Manohar H., Sambariya D. K. Model order reduction of mimo system using differentiation method // 2016 10th International Conference on Intelligent Systems and Control (ISCO), IEEE. 2016, pp. 1–5. DOI: 10.1109/ISCO.2016.7726988.

17. Sambariya D. K., Gupta T. Reduced order model using modified cauer form for multi-input and multi-output LTI systems // 2017 International Conference on Information, Communication, Instrumentation and Control (ICICIC), IEEE. 2017, pp. 1–6. DOI: 10.1109/ICOMICON.2017.8279103.

18. Komarasamy R., Albhonso N., Gurusamy G. Order reduction of linear systems with an improved pole clustering // *Journal of vibration and control*. 2012, vol. 18, no. 12, pp. 1876–1885. DOI: 10.1177/1077546311426592.

19. Alsmadi O. M. K., Abo-Hammour Z. S. A robust computational technique for model order reduction of two-time-scale discrete systems via genetic algorithms // *Computational intelligence and neuroscience*. 2015, vol. 2015, pp. 27–27. DOI: 10.1155/2015/615079.

20. Chang W. D. Coefficient estimation of IIR filter by a multiple crossover genetic algorithm // *Computers & Mathematics with Applications*. 2006, vol. 51, no. 9–10, pp. 1437–1444. DOI: 10.1016/j.camwa.2006.01.003.

21. Diab A. Z., Vdovin V. V., Kotin D. A., Anosov V. N., Pankratov V. V. Cascade model predictive vector control of induction motor drive // 2014 12th International Conference on Actual Problems of Electronics Instrument Engineering (APEIE), IEEE. 2014, pp. 669–674. DOI: 10.1109/APEIE.2014.7040771.

22. Нос О. В. Линейные преобразования векторов и систем координат в математических моделях асинхронного двигателя // Актуальные проблемы электронного приборостроения: Материалы IX междунар. конф., 24–26 сентября 2008 г., НГТУ (Новосибирск). — 2008. — Т. 7. — С. 104–107. DOI: 10.1109/APEIE.2008.4897073. **ГИАБ**

## REFERENCES

1. Yao Y., Zhang B. Influence of the elastic modulus of a conveyor belt on the power allocation of multi-drive conveyors. *PLoS One*. 2020, vol. 15, no. 7, p. e0235768. DOI: 10.1371/journal.pone.0235768.

2. Bogomolov A. V., Belostockij V. A., Luk'janov I. M. Traction capacity of the drive drums of the belt elevators. *Visnik SevNTU*. 2013, no. 137, pp. 303–307. [In Russ].

3. Tarasenko E. A., Shushkov A. S. Research of lining materials of a drive drum of a belt conveyor. *Nedelja nauki SPbPU*. 2020, pp. 143–146. [In Russ].

4. Reutov A. A. Modeling of stationary modes of operation of multiblock drives of belt conveyors. *Sovremennye tehnologii. Sistemnyj analiz. Modelirovanie*. 2019, no. 2 (62), pp. 40–47. [In Russ].

5. Zhou Q., Gong H., Du G., Zhang Y., He H. Distributed Permanent Magnet Direct-Drive Belt Conveyor System and Its Control Strategy. *Energies*. 2022, vol. 15, no. 22, p. 8699. DOI: 10.3390/en15228699.

6. Zeng F., Yan C., Wu Q., Wang T. Dynamic behaviour of a conveyor belt considering non-uniform bulk material distribution for speed control. *Applied Sciences*. 2020, vol. 10, no. 13, p. 4436. DOI: 10.3390/app10134436.

7. Yan C., Zeng F., Li Z. Belt Conveyor Speed Control Method Considering Elastic Constraint. 2019 9th International Conference on Education and Social Science (ICESS 2019). 2019, pp. 1168–1172. DOI: 10.25236/icess.2019.222.

8. Dmitrieva V. V., Sizin P. E. The analysis of belt conveyor models at different number of approximating masses. *MIAB. Mining Inf. Anal. Bull.* 2022, no. 1, pp. 34–46. [In Russ]. DOI: 10.25018/0236\_1493\_2022\_1\_0\_34.
9. Kotin D. A., Sukhinin S. E., Ivanov I. A. Comparison of different types of starting the belt conveyor of the coal mines. *MIAB. Mining Inf. Anal. Bull.* 2022, no. 12–2, pp. 129–142. [In Russ]. DOI: 10.25018/0236\_1493\_2022\_12\_0\_129.
10. Metelkov V. P., Lieberman Ya. L. On the question of choosing the start-up mode of the conveyor belt. *Electrotechnical Systems and Complexes.* 2019, no. 2 (43), pp. 54–59. [In Russ]. DOI: 10.18503/2311-8318-2019-2(43)-54–5.
11. Dmitrieva V. V., Sobyenin A. A., Sizin P. E. Modeling soft start of belt conveyor induction motor. *MIAB. Mining Inf. Anal. Bull.* 2022, no. 6, pp. 77–92. [In Russ]. DOI: 10.25018/0236\_1493\_2022\_6\_0\_77.
12. Dmitrieva V. V., Sobyenin A. A., Sizin P. E. Modeling of various modes of belt conveyor braking. *MIAB. Mining Inf. Anal. Bull.* 2022, no. 11, pp. 80–95. [In Russ]. DOI: 10.25018/0236\_1493\_2022\_11\_0\_80.
13. Li Y., Li L. Research on Segmented Belt Acceleration Curve Based on Automated Mechanical Transmission. *Processes.* 2022, vol. 10, no. 1, p. 106. DOI: 10.3390/pr10010106.
14. Xiao D., Shan H. Performance evaluation of dual-motor driving system for pipe belt conveyor based on current tracking master-slave control. *2019 Chinese Control And Decision Conference (CCDC), IEEE.* 2019, pp. 2540–2545. DOI: 10.1109/CCDC.2019.8833227.
15. Parmar G., Mukherjee S., Prasad R. System reduction using factor division algorithm and eigen spectrum analysis. *Applied mathematical modelling.* 2007, vol. 31, no. 11, pp. 2542–2552. DOI: 10.1016/j.apm.2006.10.004.
16. Manohar H., Sambariya D. K. Model order reduction of mimo system using differentiation method. *2016 10th International Conference on Intelligent Systems and Control (ISCO), IEEE.* 2016, pp. 1–5. DOI: 10.1109/ISCO.2016.7726988.
17. Sambariya D. K., Gupta T. Reduced order model using modified cauer form for multi-input and multi-output LTI systems. *2017 International Conference on Information, Communication, Instrumentation and Control (ICICIC), IEEE.* 2017, pp. 1–6. DOI: 10.1109/ICOMICON.2017.8279103.
18. Komarasamy R., Albhonso N., Gurusamy G. Order reduction of linear systems with an improved pole clustering. *Journal of vibration and control.* 2012, vol. 18, no. 12, pp. 1876–1885. DOI: 10.1177/1077546311426592.
19. Alsmadi O. M. K., Abo-Hammour Z. S. A robust computational technique for model order reduction of two-time-scale discrete systems via genetic algorithms. *Computational intelligence and neuroscience.* 2015, vol. 2015, pp. 27–27. DOI: 10.1155/2015/615079.
20. Chang W. D. Coefficient estimation of IIR filter by a multiple crossover genetic algorithm. *Computers & Mathematics with Applications.* 2006, vol. 51, no. 9–10, pp. 1437–1444. DOI: 10.1016/j.camwa.2006.01.003.
21. Diab A. Z., Vdovin V. V., Kotin D. A., Anosov V. N., Pankratov V. V. Cascade model predictive vector control of induction motor drive. *2014 12th International Conference on Actual Problems of Electronics Instrument Engineering (APEIE), IEEE.* 2014, pp. 669–674. DOI: 10.1109/APEIE.2014.7040771.
22. Nos O. V. Matrix transformations in mathematical Models of an induction motor. *9th International Conference on Actual Problems of Electronic Instrument Engineering, 24–26 September 2008.* 2008, vol. 7. pp. 104–107. [In Russ]. DOI: 10.1109/APEIE.2008.4897073.



## ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

*Котин Денис Алексеевич* — канд. техн. наук, доцент, <http://orcid.org/0000-0003-3879-3029>, Новосибирский государственный технический университет, 630073, Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20, Россия, e-mail: [d.kotin@corp.nstu.ru](mailto:d.kotin@corp.nstu.ru);

*Сухинин Степан Евгеньевич* — аспирант, <https://orcid.org/0000-0003-4149-7757>, Новосибирский государственный технический университет, 630073, Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20, Россия, e-mail: [s.suxinin@corp.nstu.ru](mailto:s.suxinin@corp.nstu.ru);

*Иванов Илья Алексеевич* — аспирант, <https://orcid.org/0000-0001-7189-8178>, Новосибирский государственный технический университет, 630073, Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20, Россия, e-mail: [i.a.ivanov@corp.nstu.ru](mailto:i.a.ivanov@corp.nstu.ru).

## INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

*Kotin D. A.*, Cand. Sci. (Eng.), Associate Professor, <http://orcid.org/0000-0003-3879-3029>, Novosibirsk state technical university, 630073, Novosibirsk, Russia, e-mail: [d.kotin@corp.nstu.ru](mailto:d.kotin@corp.nstu.ru);

*Sukhinin S. E.*, postgraduate student, <https://orcid.org/0000-0003-4149-7757>, Novosibirsk state technical university, 630073, Novosibirsk, Russia, e-mail: [s.suxinin@corp.nstu.ru](mailto:s.suxinin@corp.nstu.ru);

*Ivanov I. A.*, postgraduate student, assistant, <https://orcid.org/0000-0001-7189-8178>, Novosibirsk state technical university, 630073, Novosibirsk, Russia, e-mail: [i.a.ivanov@corp.nstu.ru](mailto:i.a.ivanov@corp.nstu.ru).

Получена редакцией 18.04.2023; получена после рецензии 04.07.2023; принята к печати 10.10.2023.

Received by the editors 18.04.2023; received after the review 04.07.2023; accepted for printing 10.10.2023.

