ГИАБ. Горный информационно-аналитический бюллетень /
MIAB. Mining Informational and Analytical Bulletin, 2024;(8):63-78
ОРИГИНАЛЬНАЯ СТАТЬЯ / ORIGINAL PAPER

УДК 622.3 DOI: 10.25018/0236_1493_2024_8_0_63

МЕТОД ПРОГНОЗА ПЕРЕМЕЩЕНИЙ ПОРОД ВОКРУГ ПОДГОТОВИТЕЛЬНЫХ ВЫРАБОТОК НА БОЛЬШИХ ГЛУБИНАХ ПРИ РАЗРАБОТКЕ УГОЛЬНЫХ МЕСТОРОЖДЕНИЙ

А.Г. Протосеня[1], И.В. Третенков[1], П.К. Тулин[1], А.А. Шубин[1]

[1] Санкт-Петербургский горный университет императрицы Екатерины II, Санкт-Петербург, Россия, e-mail: TretenkovIV@pers.spmi.ru

Аннотация: Рассмотрен метод прогноза разуплотненного и деформированного напряженного состояния массива в зоне влияния очистных горных работ и оценки концентрации напряжения вокруг подготовительной горной выработки вблизи обнажения с учетом влияния отпора крепи. Данный метод предложен для определения размера зоны предельного состояния и прогноза перемещений вокруг подготовительной выработки в трех постановках: при формировании зоны предельного состояния с учетом радиального изменения сцепления в гидростатическом поле напряжений; при образовании вокруг выработки зон остаточной прочности и запредельного состояния; при учете вышеизложенных факторов, а также слоистости и напластования в массиве горных пород. Выявлено влияние неоднородности вмещающих пород, их состава, структуры, глубины ведения горных работ и распределения напряжений в массиве на характер изменения напряженного состояния и протекания процесса деформирования с проявлением дилатансии. Метод прогноза основан на анализе многочисленных результатов экспериментальных наблюдений за перемещением пород вокруг подготовительных выработок. Разработана геомеханическая модель прогноза перемещений на основании учета пластического разрыхления и снижения прочностных характеристик вмещающих горных пород вблизи горных выработок в условиях предельного и запредельного состояний массива. На основании сопоставления теоретических и экспериментальных результатов и выявления закономерности образования пластической дилатансии пород предложен метод прогноза перемещений массива при формировании зоны предельного состояния и деформировании вмещающих пород вокруг подготовительных выработок.

Ключевые слова: выработка, перемещение, порода, предельное и запредельное состояния, крепь, дилатансия, отпор крепи, деформация массива.

Для цитирования: *Протосеня А. Г., Третенков И. В., Тулин П. К., Шубин А. А.* Метод прогноза перемещений пород вокруг подготовительных выработок на больших глубинах при разработке угольных месторождений // Горный информационно-аналитический бюллетень. – 2024. – № 8. – С. 63–78. DOI: 10.25018/0236_1493_2024_8_0_63.

Method to predict rock displacements around development galleries at great depths in coal mining

A.G. Protosenya[1], I.V. Tretenkov[1], P.K. Tulin[1], A.A. Shubin[1]

[1] Empress Catherine II Saint-Petersburg Mining University, Saint-Petersburg, Russia, e-mail: TretenkovIV@pers.spmi.ru

Abstract: The article discusses the method of softening and deformation stress prediction in enclosing rock mass in the influence zone of coal-face work and stress concentration assessment around development galleries with regard to the reaction force of mine roof support. The method is proposed to determine the size of the limiting state zone and to predict displacements around a development gallery in three problem formulations: formation of the limiting state zone with regard to the radial change in cohesion in the hydrostatic stress field; formation of residual strength and post-limiting state zones around development galleries; with regard to the pre-listed factors and including bedding and lamination in rock mass. It is found how the nonuniformity of enclosing rocks, their composition and structure, the mining depth and stress distribution influence the stress state behavior as well as the deformation with dilatancy of rock mass. The prediction method rests upon the analysis of numerous experimental observation data on rock displacements around development galleries. The developed geomechanical model of displacement prediction takes into account plastic softening and strength reduction in enclosing rock mass around development galleries in limiting and post-limiting states. Based on the comparison of theoretical and experimental results and using the revealed plastic dilatancy pattern, the method to predict displacements in limiting state and deformation zones in enclosing rock mass around development galleries is proposed.

Key words: development gallery, displacement, rock, limiting and post-limiting state, roof support, dilatancy, roof support reaction, rock mass deformation.

For citation: Protosenya A. G., Tretenkov I. V., Tulin P. K., Shubin A. A. Method to predict rock displacements around development galleries at great depths in coal mining. *MIAB. Mining Inf. Anal. Bull.* 2024;(8):63-78. [In Russ]. DOI: 10.25018/0236_1493_2024_8_0_63.

Введение

Влиянию очистных работ на разрушение массива и появление больших смещений вмещающих пород вокруг подготовительных выработок и непосредственно на крепь посвящено большое число исследований [1 — 3].

Как известно, основными технологическими параметрами крепи горных выработок являются ее несущая способность и податливость. С целью выбора правильного режима взаимодействия пород и крепи необходимо знать зависимость перемещений пород вокруг выработок от отпора крепи, что рассмотрено в работах [4 — 6].

С увеличением глубины разработки полезного ископаемого вокруг выработок происходит разрушение пород, сопровождаемое разуплотнением и увеличением объема пород, а также изменением отпора крепи [7 — 9]. На оценку влияния отпора крепи на вмещающий массив существуют две различные точки зрения. Согласно первой, отпор крепи не влияет на смещение пород в выработках, согласно второй — оказывает существенное влияние на крепь [10 — 12].

В работе [13] приведены экспериментальные исследования по выявлению влияния отпора крепи на смещение контура выработки.

Из анализа натурных данных следует, что справедливы обе точки зрения — об отсутствии влияния отпора крепи на смещение контура и о его влиянии [14 — 16].

В настоящее время в научно-исследовательских лабораториях большое внимание уделяется изучению поведения пород на жестких прессах, с помощью которых удалось получить полную диаг-

рамму «напряжение–деформация», имеющую участки допредельного, запредельного и участок остаточной прочности [17 — 19].

Натурные наблюдения показывают, что при деформировании выработок на глубоких горизонтах вокруг них образуется область полного разрушения, переходящего в область частичного разрушения. Для описания поведения пород можно использовать участки остаточной прочности и деформационного разупрочнения диаграммы «напряжение–деформация».

Одной из важнейших характеристик деформирования горных пород в условиях объемного напряженного состояния является дилатансия, которая оказывает определяющее влияние на процесс их разрушения при сдвиговой деформации.

В работе [13] по результатам проведенных шахтных наблюдений установлено, что увеличение глубины расположения полевых выработок вне зоны влияния очистных работ от 100 до 500 м (в 5 раз) сопровождается ростом смещений в слабых породах кровли примерно в 2,7 — 3,2 раза, в породах средней крепости ($\sigma_{сж}$ = 45 — 80 МПа) — в 1,8 — 2,5 раза, в прочных — в 1,2 — 1,5 раза. В пластовых выработках, погашаемых вслед за подвиганием очистного забоя, кровля не испытывает большого горного давления как на глубине 250 — 300 м, так и на глубине 300 — 600 м. За весь срок службы выработок смещения кровли в прочных породах (с пределом прочности при сжатии более 70 МПа) обычно не превышали 55 — 65 мм, в породах средней крепости — от 80 до 100 мм, и в слабых (менее 45 МПа) — от 160 до 190 мм.

Методы исследований и натурные данные

Объектом исследований являются подготовительные выработки в зоне влияния очистных работ при разработке угольных месторождений на больших глубинах. Основной метод исследований — теоретическое обобщение результатов натурных наблюдений за состоянием и деформированием пород вокруг подготовительных выработок в зоне влияния очистных работ, представленных на рис. 1 и 2.

На рис. 1 показаны результаты экспериментальных исследований (В.Н. Рева, 1995) смещений контура выработки в зависимости от отпора крепи P при различных пределах прочности пород на сжатие $\sigma_{пр}$, модулях упругости E и внешней нагрузки $K\gamma H$. Здесь K — коэффициент концентрации напряжений; H — глубина заложения выработки; γ — средний удельный вес пород.

Из анализа экспериментальных данных следует, что в прочных породах с большим модулем упругости (рис. 1, *а*, кривые Б: $\sigma_{пр}$ = 50 МПа, $E = 3\times10^4$ МПа) изменение отпора крепи P от 100 до 500 кН на 1 м выработки оказывает небольшое влияние на конвергенцию контура и составляет от 2 до 4%. При меньшей прочности пород (рис. 1, *б*, кривые В: $\sigma_{пр}$ = 30 МПа, $E = 1\times10^4$ МПа) влияние отпора крепи P на конвергенцию контура возрастает до 10 — 30%.

Увеличение напряжений в массиве горных пород $K\gamma H$ приводит к образованию около выработки области разуплотнения, и тогда в этой зоне отпор крепи P возрастает. Так, при $K\gamma H$ = 40 МПа (см. рис. 1, кривая В) при изменении P от 100 до 500 кН/м конвергенция уменьшается на 15%, при $K\gamma H$ = 60 МПа — на 25%, а при $K\gamma H$ = 80 МПа — на 31%.

В работе [20] предложена методика определения коэффициента разрыхления пород $K_р$ вблизи выработок на основе инструментальных наблюдений за смещениями в приконтурной части массива. Анализ экспериментальных данных показывает, что коэффициент разрыхления вблизи выработки (см. рис. 2) явля-

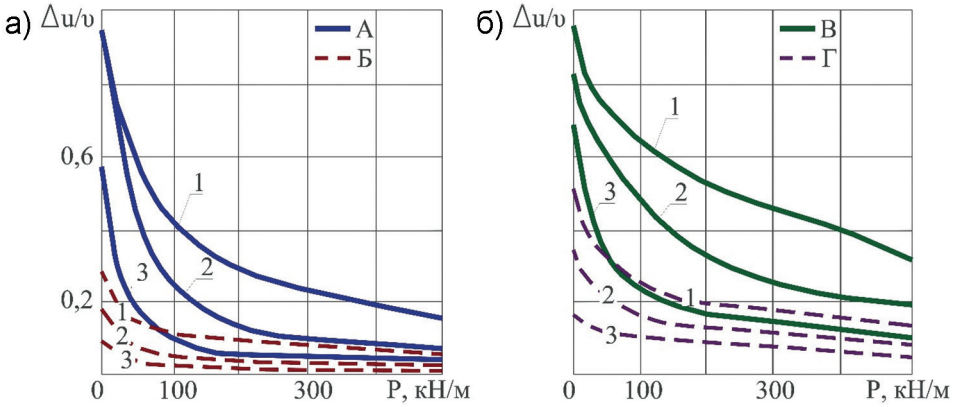


Рис. 1. Зависимость конвергенции контура выработки от отпора крепи при характеристиках пород: А – $\sigma_{пр}$ = 30 МПа, Е = 3×10⁴ МПа; Б – $\sigma_{пр}$ = 50 МПа, Е = 3×10⁴ МПа (а); В – $\sigma_{пр}$ = 30 МПа, Е = 1×10⁴ МПа; Г – $\sigma_{пр}$ = 50 МПа, Е = 1×10⁴ МПа (б); 1, 2, 3 — кривые при Kγ H, соответственно равном 80, 60, 40 МПа

Fig. 1. Dependence of excavation contour displacement sonthesupport resistance: А – $\sigma_{пр}$ = 30 MPa, Е = 3×10⁴ MPa; Б – $\sigma_{пр}$ = 50 MPa, Е = 3×10⁴ MPa (а); В – $\sigma_{пр}$ = 30 MPa, Е = 1×10⁴ MPa; Г – $\sigma_{пр}$ = 50 MPa, Е = 1×10⁴ MPa (b); 1, 2, 3 — curves for Kγ H, respectively equal to 80, 60, 40 MPa

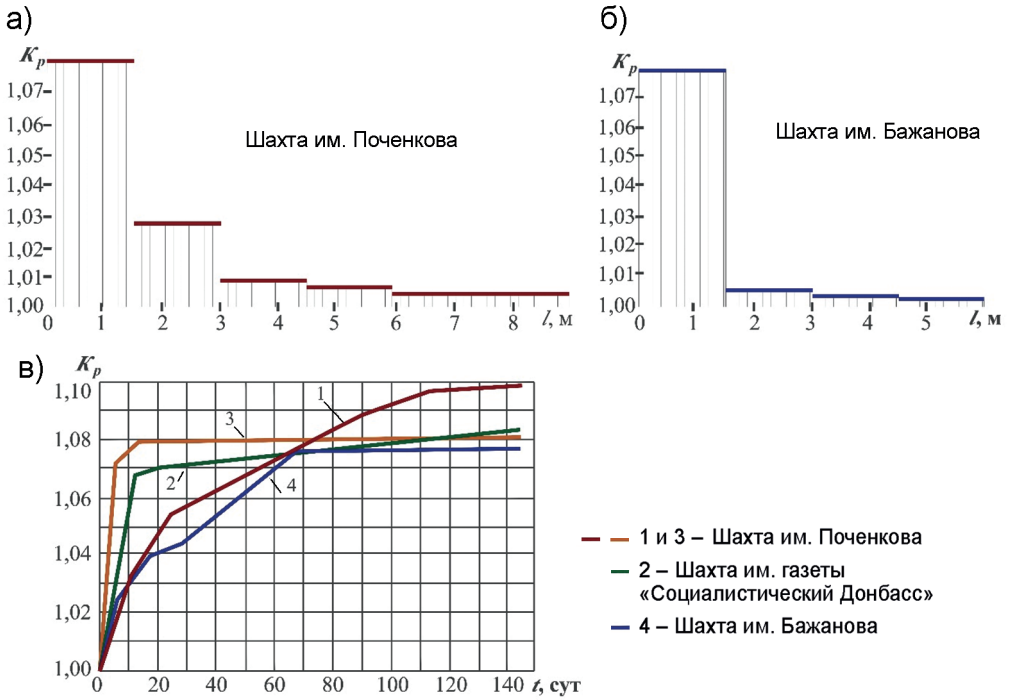


Рис. 2. Изменения коэффициента разрыхления (дилатансии) пород в приконтурной зоне массива около горной выработки: изменения пластической дилатансии на участках между глубинными реперами на Шахте им. Поченкова (а) и на Шахте им. Бажанова (б); изменения во времени пластической дилатансии пород в зоне интенсивной трещиноватости (в)

Fig. 2. Changes rock plastic (dilatancy) inthevicinity of excavation: variation rock plastic dilatancy in the areas between the depth observation point at the Pochenkov Mine (a) and at the Bazhanov Mine (b); variation rock plastic dilatancy in the zone of intense fracturing (v)

ется переменным, убывает вглубь массива, достигая наибольшего значения у контура.

Вокруг выработок существует зона шириной 1,5 — 2 м, породы в которой максимально разрыхлены. Средний коэффициент разрыхления пород в этой зоне составляет 1,06 — 1,0.

Для исследования геомеханических процессов вокруг подготовительных выработок приняты методы механики сплошной среды, включающие теорию упругости и пластичности. Адекватность исследований оценивалась сопоставлением результатов расчетных и натурных данных по прогнозированию перемещений пород вокруг подготовительных выработок при разработке угольных месторождений и установлении их согласия.

Результаты и обсуждение

Основываясь на экспериментальных данных (см. рис. 2) по изменению коэффициента разрыхления пород в приконтурной зоне выработки, введем пластическую дилатансию θ^n, которую можно описать гиперболической зависимостью:

$$\theta^n = \sum_{i=0}^{N} \frac{k_i}{r^i}, \qquad (1)$$

где k_i — коэффициенты, определяемые на основе экспериментальных данных; N+1 — число слагаемых в сумме (1), r — радиальная координата.

С удалением от контура относительная прочность возрастает, асимптотически стремясь к значению в ненарушенном массиве.

Определение предела прочности массива в натурных условиях вокруг горных выработок, пройденных буровзрывным способом, показывает, что предел прочности является переменной величиной, возрастающей вглубь массива (рис. 3).

Натурные исследования сцепления проводились в полевом штреке в условиях Кузбасса. Вмещающие породы представлены песчаником и алевролитом. Отбор проб производился выбуриванием керна (П.В. Сдобников, 1986) и испытаниями проб на прессовом оборудовании (А.Н. Ставрогин, А.Г. Протосеня, 1992).

Первая постановка задачи — прогноз зоны предельного состояния вокруг выработки с учетом радиального изменения сцепления в гидростатическом поле напряжений массива.

Перейдем к разработке методики расчета смещений горных пород вокруг выработок глубоких горизонтов с учетом влияния деформационного разупрочнения массива и отпора крепи.

Рассмотрим напряженно-деформированное состояние пород вокруг выработки круглого очертания, сооружаемой на глубине H от земной поверхности. На первом этапе ограничимся случаем, когда коэффициент бокового распора в нетронутом массиве равен единице.

В первом приближении приведенные выше экспериментальные данные позволяют аппроксимировать изменение сцепления горных пород вблизи контура выработки зависимостью

$$c(R) = c(\infty) - k_1 \left(\frac{R_0}{R} \right)^n, \qquad (2)$$

где $c(\infty)$ — коэффициент сцепления в ненарушенном массиве; k_1, n — параметры аппроксимации, определяемые экс-

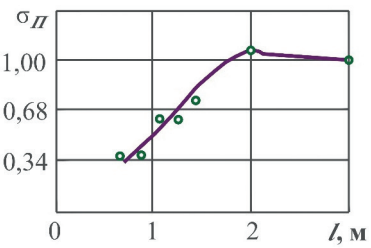


Рис. 3. Экспериментальные данные изменения прочности вблизи контура выработки

Fig. 3. In-situ data of rock strength in the vicinity of excavation

периментально; R_0 — радиус выработки; R — радиальная координата.

Значение параметра k_1 можно найти при $R = R_0$:

$$k_1 = c(\infty) - c_k, \qquad (3)$$

где c_k — коэффициент сцепления горных пород на контуре выработки.

Показатель степени n при известном законе убывания сцепления $c(R)$ вглубь массива может быть оценен значениями 1, 2, 3, 4.

Найдем область предельного состояния вокруг выработки круглого очертания, по контуру которой приложено только нормальное напряжение $\sigma_z = P$, $\tau_{r\theta} = 0$. Решение выполняется в условиях плоской деформации и сводится к исследованию распределения напряжений в бесконечной плоскости с отверстием и усилиями на бесконечности.

$$\sigma_x(\infty) = \sigma_y(\infty) = \gamma H K_в, \qquad (4)$$

где H — глубина заложения выработки; γ — средний объемный вес пород; $K_в$ — коэффициент, учитывающий влияние очистных работ.

Наибольший интерес представляет показатель $0 < n \leqslant 2$. В этом случае влияние нарушенности существенно:

$$\left(\sigma_\theta - \sigma_r\right)^2 + \tau_{r\theta}^2 = \sin^2\varphi\left(\sigma_r + \sigma_\theta + 2A(R)\right)^2, \qquad (5)$$

где $c(R)$, φ — соответственно сцепление и угол внутреннего трения.

При значениях снижение сцепления в приконтурной зоне незначительно сказывается на напряженном состоянии, таким образом, в дальнейшем будем считать, что показатель n заключен в вышеуказанных пределах.

Область предельного состояния вокруг выработок определяется формулой

$$\sigma_\theta\left(1 + \frac{\alpha}{2}\right)c_0^\alpha + 2\frac{(2-n)k_1\cos\varphi}{(\alpha+n)(1-\sin\varphi)c_0^\alpha} = \gamma H K_в + c(\infty)ctg\varphi, \qquad (6)$$

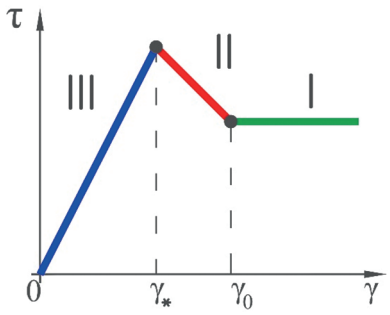
где

$$\sigma_\theta = P + \frac{2\cos\varphi}{1-\sin\varphi}\left(\frac{c}{\alpha} - \frac{k_1}{\alpha+n}\right);$$

$$\alpha = \frac{2\sin\varphi}{1-\sin\varphi},\ P$$ — отпор крепи.

Вторая постановка задачи — прогноз напряженно-деформированного состояния при образовании зон остаточной прочности и запредельного состояния вокруг выработки.

На основании экспериментальных данных (рис. 4) поведение пород вокруг выработки будем описывать трехзвенной ломаной линией, имеющей участки остаточной прочности (I), деформационного разупрочнения (II) и упругой деформации (III).



I – остаточная прочность
II – деформационное разупрочнение
III – упругая деформация

Рис. 4. Зависимость напряжения τ от деформации γ для горных пород: значения γ_*, γ_0 соответственно равны наибольшему сдвигу на пределах прочности и остаточной прочности

Fig. 4. Dependence of τ to strain γ for rocks: value of γ_*, γ_0 respectively equal to the largest shear strain relative peak and residual strengths

Тогда вокруг выработки образуется три области: область остаточной прочности, область деформационного разупрочнения и упругая область.

Сопоставление экспериментальных (А.Г. Протосеня, 1992) и расчетных значений пластической дилатансии массива около контура выработки в зависимости от отпора крепи приведено в таблице, где расчетные данные даны в знаменателе.

Из данных таблицы следует, что с увеличением отпора крепи дилатансия массива пород в ближайшей зоне около контура выработки уменьшается.

Для описания дилатансии θ пород около контура выработки в зоне остаточной прочности используем уравнение гиперболы

$$\theta = \frac{C_0}{P + \alpha}, \qquad (7)$$

где C_0, α — параметры аппроксимации; P — отпор крепи.

Значения этих параметров для экспериментальных данных, приведенных в таблице, составляют: для «Шахты им. Стаханова» α = 0,02; C_0 = 0,00728, а для «Шахты им. Абакумова» α = 0,02849; C_0 = 0,015 (А.Г. Протосеня, 2004).

Данные таблицы свидетельствуют об удовлетворительной сходимости экспериментальных данных и расчетных значений пластического разрыхления в приконтурной зоне остаточной прочности массива горных пород.

Тогда условие дилатансии в приконтурной области остаточной прочности можно записать так:

$$\varepsilon_r + \varepsilon_\Theta = \frac{C_0}{P + \alpha}. \qquad (8)$$

Выражая деформации через перемещения u, условие (8) запишем в виде

$$\frac{du}{dr} + \frac{u}{r} = \frac{C_0}{P + \alpha}. \qquad (9)$$

Решение уравнения (9) имеет вид

$$u = \frac{C_1}{r} + \frac{r\left(\frac{C_0}{2}\right)}{P + \alpha}, \qquad (10)$$

где C_1 — произвольная постоянная.

Перейдем к исследованию напряженно-деформированного состояния в области запредельного состояния пород вокруг горной выработки. Компоненты напряжений в этой области должны удовлетворять условию предельного состояния, в качестве которого примем линейную аппроксимацию напряжений

$$\sigma_1 - \sigma_2 = \sin\varphi\left(\sigma_1 + \sigma_3 + 2c \cdot ctg\rho\right) - 2M\left(\gamma - \gamma_*\right), \qquad (11)$$

где M — модуль спада; γ_* — значение наибольшего сдвига γ на пределе упругости; c, φ — соответственно сцепление и угол внутреннего трения горной породы.

В первом приближении пластическое разрыхление пород в запредельной области может быть описано линейной зависимостью

$$\varepsilon_r + \varepsilon_\Theta = \Lambda\gamma + \Lambda_1, \qquad (12)$$

где Λ, Λ_1 — постоянные, определяемые на основе экспериментальных данных.

Сопоставление экспериментальных и расчетных значений пластической дилатансии
Comparison of experimental and calculated values of plastic dilatancy

Наименование выработки и шахты	Величина пластической дилатансии θ при P, МПа			
	P = 0,065	P = 0,12	P = 0,18	P = 0,24
4-я северная бортовая выработка, «Шахта им. Стаханова»	0,091 0,091	0,068 0,052	0,051 0,0364	0,028 0,028
5-й восточный конвейерный штрек, «Шахта им. Абакумова»	0,17 0,1695	0,144 0,101	0,085 0,0719	0,0566 0,0558

Запишем условие разрыхления (12) при $\Lambda_1 = 0$ через радиальные перемещения

$$\frac{(1+\Lambda)du}{dr} = \frac{(1-\Lambda)u}{r}. \tag{13}$$

Решение уравнения (13) записывается в виде

$$u = C_4 r^{\frac{\Lambda-1}{\Lambda+1}}, \tag{14}$$

где C_4 — произвольная постоянная.

Для установления соотношений между радиусами деформационного разупрочнения r_n и остаточной прочности r_0 используем значение наибольшего сдвига

$$\gamma = \frac{2C_4 r^{-n}}{1+\Lambda}, \tag{15}$$

где $\gamma = \gamma_*$ при $r = r_n$ и $\gamma = \gamma_0$ при $r = r_0$, $n = 2/(1+\Lambda)$.

Тогда из соотношения (15) следует связь

$$r_n = r_0 \left(\frac{\gamma_0}{\gamma_*}\right)^{-n}, \tag{16}$$

а постоянная C_4 записывается в виде

$$C_4 = 0{,}5(1+\Lambda)\gamma_* \cdot r_n^n. \tag{17}$$

Неизвестный коэффициент sC_1, C_0 и радиус r_0 находятся из условия непрерывности напряжений и перемещений и $r = r_n$ при

$$\frac{C_1}{r_0} + \frac{0{,}5C_0 r_0}{P+a} = \frac{\gamma_*}{n} \cdot r_n^n \cdot r_0^{\frac{\Lambda-1}{\Lambda+1}}.$$

Тогда величина постоянной C_1 записывается так:

$$C_1 = \frac{\gamma_*}{n} \cdot r_n^n \cdot r_0^{\frac{\Lambda-1}{\Lambda+1}} - \frac{0{,}5C_0 r_0^2}{P+a}. \tag{18}$$

Перемещение контура выработки равно

$$u = \left[\frac{\gamma_*}{n} \cdot r_n^n \cdot r_0^{\frac{\Lambda-1}{\Lambda+1}} - \frac{C_0\left(r_0^2-1\right)}{2(P+a)}\right] R_0. \tag{19}$$

Безразмерный радиус области остаточной прочности может быть найден по формуле

$$r_0^{\alpha} = \frac{2\left(\gamma H + C_{пр}\cos\varphi - M_{пр}\gamma_*(2-n)\right)\left(\frac{r_n}{r_0}\right)^{-\alpha} - (\alpha+2)\left(\frac{r_n}{r_0}\right)^{2-\alpha} \times \left[C_{пр}ctg\varphi - C_0\cos\varphi - 2M_{пр}\gamma_*\left(\frac{r_n}{r_0}\right)^n\right]}{(\alpha+2)\times(P+ctg\varphi)\left(\frac{r_n}{r_0}\right)^{-\alpha}}, \tag{20}$$

где

$$c_{пр} = c + \frac{M\gamma_*}{\cos\varphi}, \quad \alpha = \frac{2\sin\varphi}{1-\sin\varphi}.$$

Пример 1. В качестве примера найдем размеры области запредельного деформирования и остаточной прочности вокруг выработки и перемещений ее контура в зависимости от отпора крепи P.

Исходные данные для расчета:

γHK = 25МПа; c = 5,77МПа;

c_0 = 0,1c; γ_* = 13,5·10^{-3}; γ_0 = 30·10^{-3};

Λ = –0,5; $\sigma_{сж}$ = 20 МПа; σ_0 = 0,1$\sigma_{сж}$;

C_0 = –0,00728; α = 0,02; φ = 30°; R_0 = 2 м.

Значение модуля спада (рис. 4, область II), найденное по формуле

$$M = \frac{0{,}5\left(\sigma_{сж} - \sigma_0\right)}{\gamma_* - \gamma_0},$$

равно M = 0,545·10^{-3} МПа.

Величина радиуса области остаточной прочности вокруг горной выработки, вычисленного по формуле (20), равна r_0 = 2,24 R_0, а радиуса запредельного состояния r_s = 2,73 R_0.

Перемещение контура выработки, найденного по формуле (19) при P = = 0,06 МПа, равно 18,6 см. Из результатов расчетов следует, что увеличение отпора крепи в 4 раза уменьшает перемещение контура выработки в 2,5 раза.

Значительное снижение перемещения контура выработки при увеличении отпора крепи, на наш взгляд, связано с уплотнением разрушенных и разрыхленных пород в приконтурном массиве. Влияние отпора крепи на перемещения пород будет небольшим для прочных вмещающих пород.

Необходимо отметить, что результаты расчетов по предложенной геомеханической модели согласуются с приведенными выше результатами натурных наблюдений. Поэтому предложенные зависимости могут быть использованы для расчета размеров областей запредельного состояния и остаточной прочности и перемещений контура подготовительных выработок.

Третья постановка задачи учитывает вышеизложенные факторы, а также слоистость и напластование в массиве горных пород.

Натурные наблюдения за деформированием пород вокруг горных выработок показывают, что наибольшие смещения

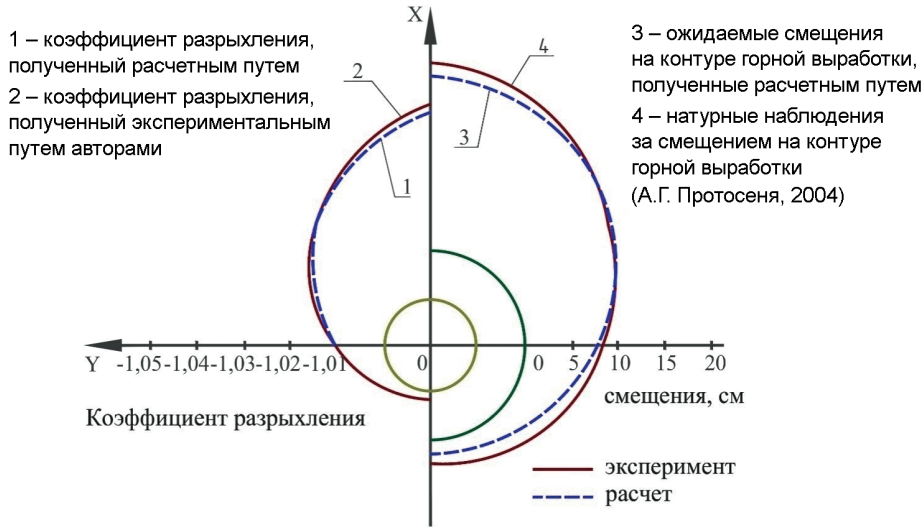


Рис. 5. Эпюры распределения коэффициента разрыхления и смещения пород вокруг выработки
Fig. 5. Plots of the distribution of the rock loosening coefficient and displacement of rocks around excavation

контура направлены, как правило, перпендикулярно слоистости и напластованию пород.

На глубоких горизонтах вокруг выработок происходит разрушение пород, сопровождаемое их разуплотнением и увеличением объема. Вследствие этого значения смещений могут достигать десятки сантиметров и распределяться по контуру неравномерно. Типичная картина распределения смещений пород вокруг выработок представлена на рис. 5 (кривая *4*).

Экспериментальные данные получены авторами при выполнении натурных наблюдений за смещением массива пород вокруг откаточного штрека (А.Г. Протосеня, 2004).

Для выявления роли разрыхления пород в процессе деформирования их вокруг выработок предлагается натурные данные аппроксимировать зависимостью

$$\varepsilon(\theta) = \sum_{k=0}^{N} C_k \cos k\theta , \qquad (21)$$

где θ — угловая координата, отсчитывается от вертикальной оси; $\varepsilon(\theta)$ — относительное изменение объема пород при деформировании; C_k — коэффициенты аппроксимации.

Заметим, что для удобства аппроксимации полярную ось нужно направить перпендикулярно напластованию в направлении наименьшего значения коэффициента разрыхления.

Значения коэффициента C_k находятся по формуле

$$C_k = \frac{2}{\pi}\int_0^{\pi} \overline{\varepsilon}(\theta)\cos k\theta\, d\theta , \quad (22)$$

где $\overline{\varepsilon}(\theta)$ — экспериментальные значения коэффициента разрыхления, полученные в натурных условиях.

При экспериментальных исследованиях определяются дискретные значения непрерывной функции $\overline{\varepsilon}(\theta)$, поэтому при вычислении C_k интеграл в выражении (22) заменяется приближенно суммой.

Средний коэффициент разрыхления пород по глубине скважины можно вычислить по формуле

$$\overline{\varepsilon}(\theta_k) = \frac{1}{l}\sum_{i=1}^{m} K_i l_i , \qquad (23)$$

где K_i, l_i — соответственно коэффициент разрыхления между соседними точками и расстояние между ними по оси скважины; l — длина скважины; m — количество реперов в скважине; θ_k — фиксированное значение угловой координаты θ.

На рис. 5 (кривая *2*) приведены экспериментальные данные коэффициента разрыхления вмещающих пород в откаточном штреке пласта К3 «Шахты им. XXII съезда КПСС». Заметим, что в данной работе сжимающие напряжения приняты положительными, а растягивающие — отрицательными. Вследствие этого относительное изменение объема пород при разрыхлении принимается отрицательным. Аппроксимация экспериментальных данных (рис. 5) зависимостью (21) имеет вид

$$\varepsilon(\theta) = 0{,}055 + 0{,}043\cos\theta - 0{,}003\cos 2\theta$$

Сопоставление расчетных и экспериментальных (рис. 5, кривые *1, 2*) значений коэффициента разрыхления пород вокруг выработок свидетельствует об удовлетворительной сходимости.

При сравнении экспериментальных и расчетных данных учитывалось, что коэффициент разрыхления равен единице, сложенной с $\varepsilon(\theta)$. Найдем напряженно-деформированное состояние вокруг выработки круглого сечения, пройденной на глубине H от поверхности в массиве с начальным гидростатическим напряженным состоянием. Для учета разрушения пород вблизи контура сцепление массива будем считать переменным, возрастающим вглубь по закону (2).

Радиус r_0 области предельного состояния вокруг выработки при изменении сцепления по закону (2) находится из уравнения (6).

Найдем перемещения пород вокруг горной выработки, когда разрыхление приконтурной зоны массива меняется по закону (21).

Относительное изменение объема $\varepsilon(\theta)$ в области предельного состояния может быть записано в виде

$$\varepsilon(\theta) = \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{u}{r} + \frac{1}{r}\frac{\partial \upsilon}{\partial \theta} = \sum_{k=0}^{N} \cos k\theta \,, \tag{24}$$

u, υ — соответственно радиальное и угловое перемещения.

Для нахождения двух неизвестных — u и υ — необходимо второе уравнение, в качестве которого может быть использовано отсутствие в области предельного состояния касательных напряжений $\tau_{r\theta} = 0$.

Из выражения (25) следует, что

$$\gamma_{r\theta} = \frac{\partial \upsilon}{\partial r} - \frac{\upsilon}{r} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial u}{\partial \theta} = 0 \,. \tag{25}$$

Для решения системы (24) и (25) применим полуобратный метод. Исходя из характера рассматриваемой задачи, решение этой системы будем искать в виде

$$\left.\begin{aligned} u &= u_p(r) + \sum_{k=1}^{N} C_k f_k(r) \cos k\theta; \\ \upsilon &= \sum_{k=1}^{N} C_k \Psi_k(r) \sin k\theta \end{aligned}\right\} \tag{26}$$

где $u_p(r)$, $f_k(r)$, $\Psi_k(r)$ — функции, подлежащие определению.

После внесения выражений (26) в соотношения (24) и (25) и разделения переменных задача сводится к решению системы уравнений:

$$\frac{du_p}{dr} + \frac{u_p}{r} = C_0 \,, \tag{27}$$

$$\left.\begin{aligned} \frac{df_k}{dr} + \frac{f_k}{r} + k\frac{\Psi_r}{r} &= 1 \\ \frac{d\Psi_k}{dr} - \frac{\Psi_k}{r} - k\frac{f_r}{r} &= 0 \end{aligned}\right\}, \tag{28}$$

где $k = 1, 2\ldots, N$.

Сведем систему (28) к уравнению Эйлера:

$$r^2\Psi_k'' + r\Psi_k' + \left(k^2 - 1\right)\Psi_k = kr \,. \tag{29}$$

Решение уравнения (29) равно

$$\left.\begin{aligned} \Psi_1(r) &= A_1 + B_1 \ln r + \frac{r}{k}, \quad k = 1; \\ \Psi_k(r) &= A_k \cos\left(\sqrt{k^2 - 1}\ln r\right) + B_k \sin\left(\sqrt{k^2 - 1}\ln r\right) + \frac{r}{k}, k \neq 1 \,. \end{aligned}\right\} \tag{30}$$

Значение функции f_k, найденное из второго уравнения системы (30), имеет вид

$$\left.\begin{aligned} f_1(r) &= -A_1 + B_1 \ln r + \frac{r}{k},\ k = 1; \\ f_k(r) &= -\frac{A_k}{k}\left[\sin\left(\sqrt{k^2-1}\ln r\right)\cdot\sqrt{k^2-1} + \cos\left(\sqrt{k^2-1}\ln r\right)\right] + \\ &+ \frac{B_k}{k}\left[\sqrt{k^2-1}\cdot\cos\left(\sqrt{k^2-1}\ln r\right) - \sin\left(\sqrt{k^2-1}\ln r\right)\right], k \neq 1. \end{aligned}\right\} \quad (31)$$

Перемещения массива в области предельного состояния найдем, внося выражения (31) и решение уравнения (27) в соотношение (26):

$$\begin{aligned} u = \frac{u_0}{r} + \frac{C_0}{2r}\left(r^2-1\right) + \left[B_1\left(1-\ln r\right) - A_1\right]C_1\cos\theta + \\ + \sum_{k=2}^{N}\left\{\frac{B_k}{k}\left[\sqrt{k^2-1}\cdot\cos\left(\sqrt{k^2-1}\ln r\right) - \sin\left(\sqrt{k^2-1}\ln r\right)\right] - \right. \\ \left. - \frac{A_k}{k}\left[\sqrt{k^2-1}\cdot\sin\left(\sqrt{k^2-1}\ln r\right) + \cos\left(\sqrt{k^2-1}\ln r\right)\right]\right\}C_k\cos k\theta \quad (32) \\ \upsilon = B_k\sin\left(A_1 + B_1\ln r + r\right)C_1\sin\theta + \\ + \sum_{k=2}^{N}\left\{\left[A_k\cos\left(\sqrt{k^2-1}\ln r\right) + \frac{r}{k} + B_k\sin\left(\sqrt{k^2-1}\ln r\right) + \frac{r}{k}\right]C_k\sin k\theta\right. \end{aligned}$$

где u_0 — произвольная постоянная.

В упругой области перемещения u, ν имеют вид

$$u = \frac{1+\nu}{E}\cdot\frac{\gamma H\beta}{r},\ \nu = 0, \quad (33)$$

где ν, E — соответственно коэффициент Пуассона и модуль упругости пород; β — постоянная, определяемая из условия непрерывности напряжений на границе области пластических деформаций.

Для нахождения неизвестных коэффициентов A_k, B_k, u_0 необходимо использовать непрерывность перемещений u, υ на границе области предельных состояний. Приравнивая соответственно зависимости (33) и (34) при , решая полученные при этом системы и внося значения коэффициентов A_k, B_k, u_0 в соотношение (31), найдем перемещения u и υ.

Наибольший интерес для практики представляет радиальное перемещение контура выработки, значение которого имеет вид

$$\begin{aligned} u = \frac{1+\nu}{2}\cdot\frac{r_0^2 R_0}{E}\left(\sigma_\theta r_0^\alpha\frac{\sin\varphi}{1-\sin\varphi} - \frac{n}{\alpha+n}\cdot\frac{K_1\cos\varphi}{1-\sin\varphi}\cdot\frac{1}{r_0^n}\right) - R_0\times \\ \times\left\{\frac{C_0}{2}\left(r_0^2-1\right) + r_0 C_1\ln r_0\cdot\cos\theta + r_0\sum_{k=2}^{N}C_k\frac{\sin\left(\sqrt{k^2-1}\ln r_0\right)}{\sqrt{k^2-1}}\cos k\theta\right\} \end{aligned}$$

В качестве примера найдем распределение перемещений контура выработки при следующих исходных данных: H = 800 м; ν = 0,25; P = 0; γ = 25 кН/м^3; $K_1 = c(\infty)$ = 5,77 МПа; φ = 30°; n = 2; R_0 = 2 м; $E = 5{,}0 \cdot 10^4$ МПа.

Расчет по предложенному методу показал, что радиус области предельного состояния вокруг выработки составлял $r_0 = 1{,}73\ R_0$.

На рис. 5 представлены расчетные (кривая *3*) и экспериментальные (кривая *4*) значения перемещений контура выработки. Сопоставление их свидетельствует об удовлетворительном совпадении результатов.

Наибольшая величина смещений наблюдается со стороны кровли и составляет 20,18 см.

Заключение

На основании приведенных выше исследований сформулированы следующие выводы.

- Выполнен анализ натурных наблюдений за деформированием массива горных пород вокруг подготовительных выработок в зонах значительного влияния очистных работ при разработке угольных пластов.
- Разработан метод определения размера зоны предельного состояния и прогноза перемещений массива вокруг подготовительных выработок с учетом снижения сцепления в приконтурной зоне выработки и образования вокруг нее областей предельного и запредельного состояния, а также слоистости и напластования горных пород.
- Выявлены закономерности деформирования массива с образованием пластической дилатансии пород вокруг подготовительных выработок в зоне влияния очистных работ.
- Разработана модель прогноза напряженно-деформированного состояния вокруг горной выработки и дано обоснование поведения вмещающих пород при переходе от упругой деформации к разупрочнению и остаточной деформации.
- Построены эпюры распределения коэффициента разрыхления и смещения пород вокруг горной выработки.
- Получена зависимость влияния отпора крепи при проявлении дилатансии.
- Предложен метод прогноза перемещений массива при формировании вокруг подготовительных выработок зоны пластической дилатансии.
- Разработаны методы прогноза перемещений пород вокруг подготовительных выработок в зависимости от размеров зоны предельного состояния, дилатансии горных пород, отпора крепи и влияния опорного давления от очистных работ.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Вербило П. Э.*, *Вильнер М. А.* Изучение анизотропии прочности и масштабного эффекта трещиноватого массива горных пород // Горный информационно-аналитический бюллетень. — 2022. — № 6-2. — С. 47—59. DOI: 10.25018/02361493202262047.

2. *Титов Н. В.*, *Иванов С. И.*, *Шурыгин Д. Н.* Исследование влияния опорного давления на различных стадиях его формирования в геомеханической системе «Парные штреки» // Горный информационно-аналитический бюллетень. — 2022. — № 12. — СВ 8. — 16 с.

3. *Казанин О. А.*, *Ильинец А. А.* Обеспечение устойчивости выемочных выработок при подготовке выемочных участков пологих угольных пластов тремя выработками // Записки Горного института. — 2022. — Т. 253. — С. 41—49. DOI: 10.31897/PMI.2022.1.

4. *Литвинский Г. Г.*, *Смекалин Е. С.*, *Кладко В. И.* Методика оценки и критерии устойчивости горных выработок // Сборник научных трудов ГОУ ВПО ЛНР «ДонГТУ». — 2020. — № 19. — С. 5—14.

5. *Хажыылай Ч. В.*, *Еременко В. А.*, *Косырева М. А.*, *Янбеков А. М.* Расчет паспорта прочности горных пород, находящихся в естественных условиях массива, с использованием критерия Хука — Брауна и программы RocData // Горный информационно-аналитический бюллетень. — 2018. — № 12. — С. 92 — 101. DOI: 10.25018/0236-1493-2018-12-0-92-101.

6. *Качурин Н. М.*, *Захаров Е. И.*, *Соловьев Д. А.*, *Соловьев Р. А.* Напряженно-деформированное состояние горного массива и крепи при строительстве подземных сооружений // Известия Тульского государственного университета. Науки о Земле. — 2022. — № 1. — С. 355 — 362. DOI: 10.46689/2218-5194-2022-1-1-355-362.

7. *Семенцов В. В.*, *Осмин Д. В.*, *Нифанов Е. В.* Устойчивость выемочных горных выработок при отработке пластов с труднообрушающимися кровлями // Вестник НЦ ВостНИИ по промышленной и экологической безопасности. — 2021. — № 3. — С. 14 — 25. DOI: 10.25558/VOSTNII.2021.47.12.002.

8. *Горбунова Н. Н.* Об особенностях поведения массива горных пород при рассмотрении модели Хоека — Брауна // Маркшейдерский вестник. — 2018. — № 4 (125). — С. 62 — 66.

9. *Господариков А. П. Трофимов А. В.*, *Киркин А. П.* Оценка деформационных характеристик хрупких горных пород за пределом прочности в режиме одноосного сервогидравлического нагружения // Записки Горного института. — 2022. — Т. 256. — С. 539 — 548. DOI: 10.31897/PMI.2022.87.

10. *Вербило П. Э.*, *Иовлев Г. А.*, *Петров Н. Е.*, *Павленко Г. Д.* Применение технологий информационного моделирования для маркшейдерского обеспечения ведения горных работ // Горный информационно-аналитический бюллетень. — 2022. — № 6-2. — С. 60 — 79. DOI: 10.25018/02361493202262060.

11. *Ignatiev S. A., Sudarikov A. E., Imashev A. Zh.* Determination of the stressstrain state of rock mass and zone of inelastic deformation around underground mine excavation using modern methods of numerical modeling // Journal of Sustainable Mining. 2021, vol. 20, no. 3, article 7. DOI: 10.46873/2300-3960.1324.

12. *Деев П. В.*, *Цуканов А. А.* Влияние границы раздела пород на напряженное состояние массива в окрестности горной выработки // Известия Тульского государственного университета. Науки о Земле. — 2022. — № 1. — С. 448 — 457. DOI: 10.46689/2218-5194-2022-1-1-448-457.

13. *Третенков И. В.*, *Лукьянов В. Г.* Устойчивость горных выработок. — Томск: Издательский дом ТГУ, 2015. — 132 с.

14. *Карасев М. А.*, *Тиен Тай Нгуен* Метод прогноза напряженного состояния обделки подземных сооружений квазипрямоугольной и арочной форм // Записки Горного института. — 2022. — Т. 257. — С. 807 — 821. DOI: 10.31897/PMI.2022.17.

15. *Зуев Б. Ю.* Методология моделирования нелинейных геомеханических процессов в блочных и слоистых горных массивах на моделях из эквивалентных материалов // Записки Горного института. — 2021. — Т. 250. — С. 542 — 553. DOI: 10.31897/PMI.2021.4.6.

16. *Алиев С. Б.*, *Демин В. Ф.*, *Кайназаров А. С.* Оценка состояния приконтурного горного массива на сопряжении лавы с примыкающей выемочной выработкой // Уголь. — 2023. — № 1. — С. 35 — 39. DOI: 10.18796/0041-5790-2023-1-35-39.

17. *Мирсалимов В. М.*, *Гасанов Ф. Ф.* Решение упругопластической задачи для трещиноватого массива, ослабленного круговым отверстием // Известия Тульского государственного университета. Науки о Земле. — 2022. — № 1. — С. 332 — 345. DOI: 10.46689/2218-5194-2022-1-1-332-345.

18. *Жабин А. Б.*, *Линник Ю. Н.*, *Линник В. Ю.*, *Цих А.* Особенности горно-геологических условий залегания угольных пластов основных бассейнов России // Известия Тульского государственного университета. Науки о Земле. — 2022. — № 1. — С. 250 — 260. DOI: 10.46689/2218-5194-2022-1-1-250-260.

19. *Деменков П. А.*, *Комолов В. В.* Исследование влияния строительства глубоких котлованов на оседания массива в плоской и пространственной постановке // Горный информационно-аналитический бюллетень. — 2023. — № 6. — С. 97 — 110. DOI: 10.25018/0236149320236097.

20. *Шашенко А. Н.*, *Солодянкин А. В.*, *Смирнов А. В.* Пучение пород почвы в выработках угольных шахт. — Днепропетровск: ТОВ «ЛізуновПрес», 2015. — 256 с. ГИАБ

REFERENCES

1. Verbilo P. E., Vilner M. A. Study of the jointed rock mass uniaxial compression strength anisotropy and scale effect. *MIAB. Mining Inf. Anal. Bull.* 2022, no. 6-2, pp. 47 — 59. [In Russ]. DOI: 10.25018/02361493202262047.

2. Titov N. V., Ivanov C. I., Shurigin D. N. Study of the effect of bearing pressure at various stages of its formation in the geomechanical system. *MIAB. Mining Inf. Anal. Bull.* 2022, no. 12, special edition 8, 16 p. [In Russ].

3. Kazanin O. A., Ilyinets A. A. Ensuring the stability of mine workings in the preparation of mine sections of flat coal seams by three workings. *Journal of Mining Institute*. 2022, vol. 253, pp. 41 — 49. [In Russ]. DOI: 10.31897/PMI.2022.1.

4. Litvinskiy G. G., Smekalin E. S., Kladko V. I. Assessment methodology and criteria for stability of mine workings. *Sbornik nauchnykh trudov GOU VPO LNR «DonGTU»*. 2020, no. 19, pp. 5 — 14. [In Russ].

5. Khazhyylay Ch. V., Eremenko V. A., Kosyreva M. A., Yanbekov A. M. In-situ rock mass failure envelope plotting using the Hoek–Brown criterion and RocData software toolkit. *MIAB. Mining Inf. Anal. Bull.* 2018, no. 12, pp. 92 — 101. [In Russ]. DOI: 10.25018/0236-1493-2018-12-0-92-101.

6. Kachurin N. M., Zakharov E. I., Soloviev D. A., Soloviev R. A. Stress-strain state of the rock massif and supports during construction of underground structures. *News of the Tula state university. Sciences of Earth*. 2022, no. 1, pp. 355 — 362. [In Russ]. DOI: 10.46689/2218-5194-2022-1-1-355-362.

7. Semencov V. V., Osmin D. V., Nifanov E. V. Stabilityofexcavation in the zone of mining work with stable roof. *Bulletin of Scientific center VostNII for industrial and environmental safety*. 2021, no. 3, pp. 14 — 25. [In Russ]. DOI: 10.25558/VOSTNII.2021.47.12.002.

8. Gorbuniva N. N. On the behavior of a rock massconsidering the Hoek-Brown Model. *Mine Surveying Bulletin*. 2018, no. 4 (125), pp. 62 — 66. [In Russ].

9. Gospodarikov A. P., Trofimov A. V., Kirkin A. P. Estimation of deformation characteristics of brittle rocks beyond the strength limit in the mode of uniaxial servohydraulic loading. *Journal of Mining Institute*. 2022, vol. 256, pp. 539 — 548. [In Russ]. DOI: 10.31897/PMI.2022.87.

10. Verbilo P. E., Iovlev G. A., Petrov N. E., Pavlenko G. D. Application of information modeling technologies for surveying support of mining operations. *MIAB. Mining Inf. Anal. Bull.* 2022, no. 6-2, pp. 60 — 79. [In Russ]. DOI: 10.25018/02361493202262060.

11. Ignatiev S. A., Sudarikov A. E., Imashev A. Zh. Determination of the stressstrain state of rock mass and zone of inelastic deformation around underground mine excavation using modern methods of numerical modeling. *Journal of Sustainable Mining*. 2021, vol. 20, no. 3, article 7. DOI: 10.46873/2300-3960.1324.

12. Deev P. V., Tsukanov A. A. Influence of rock interface on the stress state of the massif in the vicinity of the mine. *News of the Tula state university. Sciences of Earth*. 2022, no. 1, pp. 448 — 457. [In Russ]. DOI: 10.46689/2218-5194-2022-1-1-448-457.

13. Tretenkov I. V., Luk'yanov V. G. *Ustoychivost' gornykh vyrabotok* [Stability of excavations], Tomsk, Izdatel'skiy dom TGU, 2015, 132 p.

14. Karasev M. A., Tien Tay Nguyen. A method for predicting the stress state of the lining of underground structures of quasi-rectangular and arched forms. *Journal of Mining Institute*. 2022, vol. 257, pp. 807 — 821. [In Russ]. DOI: 10.31897/PMI.2022.17.

15. Zuev B. Y. Modeling methodology of nonlinear geomechanical processes in block and laminated mountain massifs on models of equivalent materials. *Journal of Mining Institute*. 2021, vol. 250, pp. 542 — 553. [In Russ]. DOI: 10.31897/PMI.2021.4.6.

16. Aliev S. B., Demin V. F., Kainazarov A. S. & Miletenko N. A. Evaluation of the state of the near-contour mountain massif in joint lava with the adjacent mining development. *Ugol'*. 2023, no. 1. C. 35 — 39. [In Russ]. DOI: 10.18796/0041-5790-2023-1-35-39.

17. Mirsalimov V. M., Gasanov F. F. The solution of the elastoplastic problem for a fractured massif weakened by a circular hole. *News of the Tula state university. Sciences of Earth*. 2022, no. 1, pp. 332 — 345. [In Russ]. DOI: 10.46689/2218-5194-2022-1-1-332-345.

18. Zhabin A. B., Linnik Yu. N., Linnik V. Yu., Tsikh A. Features of mining and geological conditions of coal seams of the main basins of Russia. *News of the Tula state university. Sciences of Earth*. 2022, no. 1, pp. 250 — 260. [In Russ]. DOI: 10.46689/2218-5194-2022-1-1-250-260.

19. Demenkov P. A., Komolov V. V. Study of influence of the deep pit construction on soil mass in flat and spatial formulation. *MIAB. Mining Inf. Anal. Bull.* 2023, no. 6, pp. 97—110. DOI: 10.25018/0236149320236097.

20. Shashenko A. N., Solodyankin A. V., Smirnov A. V. *Puchenie porod pochvy v vyrabotkakh ugol'nykh shakht* [Excessive deformation of rock in the bottom of coal mine excavations], Dnepropetrovsk, TOV «LizunovPres», 2015, 256 p.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

Протосеня Анатолий Григорьевич[1] — д-р техн. наук,
профессор, e-mail: ProtosenyaAG@pers.spmi.ru,
ORCID ID: 0000-0001-7829-6743,
Третенков Игорь Викторович[1] — канд. геол.-минерал. наук,
доцент, e-mail: TretenkovIV@pers.spmi.ru,
ORCID ID: 0000-0002-1104-8080,
Тулин Павел Кириллович[1] — канд. техн. наук,
доцент, e-mail: TulinPK@pers.spmi.ru,
ORCID ID: 0000-0002-0820-4759,
Шубин Андрей Анатольевич[1] — канд. техн. наук,
доцент, e-mail: ShubinAA@pers.spmi.ru,
ORCID ID: 0000-0002-1255-4743,
[1] Санкт-Петербургский горный университет
императрицы Екатерины II.
Для контактов: Третенков И.В., e-mail: TretenkovIV@pers.spmi.ru.

INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

A.G. Protosenya[1], Dr. Sci. (Eng.), Professor,
e-mail: ProtosenyaAG@pers.spmi.ru,
ORCID ID: 0000-0001-7829-6743,
I.V. Tretenkov[1], Cand. Sci. (Geol. Mineral.),
Assistant Professor,
e-mail: TretenkovIV@pers.spmi.ru,
ORCID ID: 0000-0002-1104-8080,
P.K. Tulin[1], Cand. Sci. (Eng.), Assistant Professor,
e-mail: TulinPK@pers.spmi.ru,
ORCID ID: 0000-0002-0820-4759,
A.A. Shubin[1], Cand. Sci. (Eng.), Assistant Professor,
e-mail: ShubinAA@pers.spmi.ru,
ORCID ID: 0000-0002-1255-4743,
[1] Empress Catherine II Saint-Petersburg Mining University,
199106, Saint-Petersburg, Russia.
Corresponding author: I.V. Tretenkov, e-mail: TretenkovIV@pers.spmi.ru.

Получена редакцией 26.04.2023; получена после рецензии 25.12.2023; принята к печати 10.07.2024.
Received by the editors 26.04.2023; received after the review 25.12.2023; accepted for printing 10.07.2024.