

СОВМЕСТИМОСТЬ ДИСКРЕТНОГО И НЕПРЕРЫВНОГО ОТБОРА ПРОБ В ТЕОРИИ ОПРОБОВАНИЯ

В.З. Козин¹, А.С. Комлев¹

¹ Уральский государственный горный университет, Екатеринбург, Россия, e-mail: tails2002@inbox.ru

Аннотация: В теории опробования используются различные формулы расчета случайной погрешности при отборе проб от однородных и неоднородных опробуемых массивов. При дискретном отборе проб от однородных массивов используются формулы фундаментальной погрешности отбора, полученные эвристическим и аналитическим путем. При непрерывном отборе проб от неоднородных массивов формулы для расчета погрешностей отсутствуют. Это привело к выводу о незавершенности теории опробования и к сомнению в ее обоснованности. При введении нового понятия – покускового отбора проб – показано, что формула фундаментальной погрешности отбора проб описывает опробование как однородных, так и неоднородных массивов. Отбор проб от однородных массивов рассматривается как частный случай отбора проб от неоднородных массивов, технически упрощающий процедуру формирования объединенной пробы. Покусковой отбор точечных проб позволяет получить наименьшую из возможных для заданной погрешности массу объединенной пробы. При отборе точечных проб, содержащих более одного куска, минимальная масса пробы возрастает пропорционально числу кусков и дисперсии точечных проб. Эвристическая и аналитическая формулы фундаментальной погрешности опробования совпадают по структуре, но различаются обоснованностью входящих в них величин и возможностями их измерения в реальных условиях отбора проб. Условие совпадения формул случайных погрешностей отбора проб для однородного и неоднородного массивов при покусковом отборе точечных проб обосновано математически теорией опробования. Совместимость дискретного и непрерывного отбора проб в теории опробования имеет практическое значение, позволяя выполнить переход от покускового отбора точечных проб к их массовому отбору. Это дает возможность выполнять расчет массы точечных проб и переходить к расчету числа точечных проб по остаточной дисперсии. Так как величина остаточной дисперсии может быть очень большой, обоснована необходимость выполнения высокочастотного отбора проб, обеспечивающего получение до 20 000 точечных проб от партии опробуемого продукта.

Ключевые слова: фундаментальная погрешность опробования, покусковой отбор проб, однородный опробуемый массив, неоднородный опробуемый массив, случайная погрешность отбора проб, минимальная масса проб, максимальное число проб, кусок опробуемого продукта.

Благодарность: Исследование выполнено при поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации № 0833-2023-0004 в соответствии с государственным заданием для Уральского государственного горного университета.

Для цитирования: Козин В. З., Комлев А. С. Совместимость дискретного и непрерывного отбора проб в теории опробования // Горный информационно-аналитический бюллетень. – 2025. – № 1-1. – С. 145–154. DOI: 10.25018/0236_1493_2025_11_0_145.

Compatibility of discrete and continuous sampling in sampling theory

V.Z. Kozin¹, A.S. Komlev¹

¹ Ural State Mining University, Ekaterinburg, Russia, e-mail: e-mail: tails2002@inbox.ru

Abstract: The sampling theory uses various formulas for calculating the random error in sampling from homogeneous and heterogeneous test arrays. In the case of discrete sampling from homogeneous arrays, the formulas of the fundamental sampling error obtained heuristically and analytically are used. With continuous sampling from heterogeneous arrays, there are no formulas for calculating errors. This led to the conclusion that the theory of testing is incomplete and doubts about its validity. With the introduction of a new concept — sample sampling — it is shown that the formula of the fundamental sampling error describes the sampling of both homogeneous and heterogeneous arrays. Sampling from homogeneous arrays is considered as a special case of sampling from heterogeneous arrays, technically simplifying the procedure for forming a combined sample. Point sampling allows to obtain the smallest possible mass of the combined sample for a given error. When sampling point samples containing more than one piece, the minimum sample mass increases in proportion to the number of pieces and the dispersion of point samples. The heuristic and analytical formulas of the fundamental sampling error coincide in structure, but differ in the validity of the values included in them and the possibilities of measuring them in real sampling conditions. The mathematical theory of sampling is justified by the condition of coincidence of the formulas of random sampling errors for homogeneous and heterogeneous arrays during the sampling of point samples. The compatibility of discrete and continuous sampling in sampling theory is of practical importance, allowing the transition from single-point sampling to mass sampling. This allows you to calculate the mass of point samples and proceed to calculating the number of point samples based on the residual dispersion. Since the amount of residual dispersion can be very large, the need for high-frequency sampling is justified, which ensures the receipt of up to 20,000 point samples from the batch of the tested product.

Key words: fundamental sampling error, sample sampling, homogeneous test array, heterogeneous test array, random sampling error, minimum sample mass, maximum number of samples, a piece of the sample product.

Acknowledgements: The study was supported by the Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation No. 0833-2023-0004 in accordance with the state assignment for the Ural State Mining University.

For citation: Kozin V. Z., Komlev A. S. Compatibility of discrete and continuous sampling in sampling theory. *MIAB. Mining Inf. Anal. Bull.* 2025;(1-1):145-154. [In Russ]. DOI: 10.25018/0236_1493_2025_11_0_145.

Введение

Опробование минерального сырья является технологией измерения массовой доли определяемых компонентов. Как любое измерение, оно сопровождается случайными погрешностями и характе-

ризуется тем, что опробуемый массив состоит из очень большого числа отдельных частиц (кусков), каждый из которых по массовой доле отличается от массовой доли опробуемого массива в целом. Эти отличия настолько велики, что пре-

вышают другие возможные случайные погрешности измерения массовой доли. Так как причина отличий predeterminedена свойствами опробуемого массива, появляется возможность теоретического описания и расчета неизбежной случайной погрешности результата опробования.

Влияние различия отдельных кусков на случайную погрешность отбора пробы является принципиальной особенностью опробования кусковых материалов. Поэтому погрешность отбора пробы, связанную с различием кусков, назвали фундаментальной погрешностью опробования (Fundamental Sampling Error — FSE) [1]. Эта погрешность не учитывает такую не менее важную особенность опробуемого массива в целом, как группировка (сегрегация) частиц в процессе формирования массива, вследствие чего отдельные части массива различаются по массовой доле. Учет группировки требует других сведений об опробуемом массиве, чем сведения об отдельных кусках, а расчет погрешностей опробования с учетом группировки выполняют по формулам, не связанным с фундаментальной погрешностью опробования.

Невозможность теоретического объединения в одной формуле этих различий считается принципиальным недостатком теории, обсуждаемой и критикуемой в современной литературе. Теория получила наименование «Theory of Sampling» (TOS). На основе TOS разработаны стандарты на опробование, сама теория считается универсальной. Тем не менее, присутствует критика данной теории. В частности, в ряде работ указано, что TOS недостаточно практична и недостаточно доказательна [2].

Несмотря на неоднократные изменения и дополнения теории опробования, связь между двумя моделями выбора не показана и не имеет теоретического подтверждения [3].

Два варианта отбора пробы основаны на разных теоретических предпосылках. Дискретный отбор пробы рассматривается как отбор от идеально перемешанного массива, что позволяет получить формулу «фундаментальной» погрешности отбора. Переход к непрерывному отбору проб требует введения новой характеристики опробуемого массива, определяющей его неоднородность (неперемешанность), что не рассматривается как фундаментальная характеристика [4].

Опробование минерального сырья в горной промышленности является основной обеспечения качества продукции. Основная техника опробования представлена пробоотбирателями, сократителями и оборудованием для анализа. Также на практике реализованы различные способы и варианты отбора проб, их сокращения и анализа. Использование любого из способов опробования требует понимания условий его практического применения, а также возможностей применяемого оборудования. Это, в свою очередь, требует обоснованной и практически применимой теории опробования, основное внимание в которой уделяется изучению погрешности опробования и минимальных масс проб. Эти величины определяют условия отбора, подготовки и анализа проб.

Теоретическая база вывода формулы фундаментальной погрешности отбора проб в TOS не сформулирована. Это не позволяет связать формулу случайной погрешности отбора пробы с условиями отбора точечных проб и формированием объединенной пробы [5].

Теория вопроса

Сформировались два подхода к разработке формулы случайной погрешности опробования: эвристический и аналитический.

- Эвристический подход основывается на том, что можно найти некоторую

массу опробуемого массива, состоящую из достаточно большого числа кусков, которая не отличалась бы по массовой доле от средней для опробуемого массива более, чем на допустимую величину [1]. Такая масса в отечественной литературе получила название минимальной и использовалась как теоретическое понятие, обосновывающее возможность определения массовой доли в опробуемом массиве путем отбора пробы. Но практическая возможность расчета случайной погрешности появилась тогда, когда минимальную массу связали с известными характеристиками опробуемого массива и величиной случайной погрешности. Так как эта случайная погрешность не зависит от технологии опробования, она получила название фундаментальная погрешность опробования.

Случайная погрешность обычно характеризуется среднеквадратичным отклонением S_{α} , в котором под величиной α понимается определяемая массовая доля какого-либо компонента в кусках минерального сырья.

Очевидно, что случайная погрешность, связанная с отбором пробы, будет тем больше, чем крупнее куски опробуемого массива d , и тем меньше, чем больше ее масса q .

Следовательно, эвристическая формула случайной погрешности должна иметь вид

$$S_{\alpha}^2 = \frac{kd^3}{q}. \quad (1)$$

В формуле (1) присутствует коэффициент k , который необходимо для каждого опробуемого массива находить индивидуально, а также заранее определенный показатель степени «3» для размера кусков. С целью конкретизации величины коэффициента k и возможности выбора показателя степени величины d ввели дополнительные характеристики кусков и условий опробования [6]. В результате формула (1) получила вид

$$S_{\alpha}^2 = \frac{f \cdot g \cdot l \cdot c \cdot d^b}{q}. \quad (2)$$

Были введены следующие величины и понятия: f — коэффициент формы частиц; g — коэффициент узости класса крупности; l — коэффициент раскрытия частиц; c — коэффициент минералогического состава; d — типичный размер частиц; b — показатель степени, определяющий долю влияния крупности на погрешность.

Эвристическая формула (2) является основной в ТОС. При этом формула не является однозначной и окончательной, так как попытки определения приведенных в формуле (2) коэффициентов [7], сопровождаемые спорами об их значимости [8], и вариантов определения их величины [9] на сегодняшний день продолжают.

Рассчитываемая по формуле (2) случайная погрешность отбора пробы соответствует условиям ее отбора только от однородных опробуемых массивов S_o^2 (тщательно перемешанных). Реальные опробуемые массивы неоднородны. Для такого массива фундаментальная погрешность опробования при отборе пробы в одной точке (дискретный отбор) увеличивается на величину S_H^2 , названную погрешностью группировки, т.е. — на погрешность, зависящую от неоднородности опробуемого массива.

Так как неоднородность опробуемых массивов неизбежна, полная формула фундаментальной погрешности опробования должна иметь вид

$$S_{\alpha}^2 = S_o^2 + S_H^2 = \frac{fglcd^b}{q} + S_H^2. \quad (3)$$

Связь между величинами S_o и S_H в эвристической теории не установлена.

Невозможность записать величину S_H^2 с такой же определенностью, как S_o^2 , породила мнение, что теория не является полной [10], а также сомнения, что ее

две составляющие S_o^2 и S_n^2 не противоречат друг другу [11].

В эвристической теории опробования появился раздел, связанный с расчетом дисперсии неоднородности S_n^2 , содержащий формулы, учитывающие в дисперсии точечных проб неоднородности разных видов, чаще всего в виде периодических изменений массовых долей. При этом не достигается совместности расчетов величин S_n с S_o как доказательства непротиворечивости двух частей теории опробования [6, 12].

• Аналитический подход к решению обозначенной проблемы основан на новом теоретическом понятии — покусковом отборе проб. Так как характеристики кусков в опробуемом массиве известны, случайная погрешность отбора пробы может быть найдена аналитическим путем и названа покусковой дисперсией [13]. Покусковая дисперсия для раскрытых продуктов

$$S_\alpha^2 = S_k^2 = \frac{\rho_m}{\rho_n} \alpha (\beta_m - \alpha). \quad (4)$$

Здесь α — массовая доля определяемого компонента в опробуемом массиве; ρ_n — плотность пробы; ρ_m — плотность минерала, содержащего определяемый компонент; β_m — массовая доля определяемого компонента в минерале, его содержащем.

Один кусок как точечная проба обычно не рассматривается, а предполагается, что в точечную пробу отбирается n_k кусков. Связь числа кусков n_k с массой пробы q выражается формулой

$$n_k = \frac{q}{f \cdot \rho \cdot d^3}. \quad (5)$$

Здесь f — коэффициент формы ($f = 0,4$) [14]; ρ — плотность опробуемого массива; d — крупность кусков.

Фундаментальная погрешность опробования для пробы, содержащей n_k кусков, для раскрытых продуктов

$$S_\alpha^2 = \frac{S_k^2}{n_k} = \frac{S_k^2 \cdot f \cdot \rho \cdot d^3}{q} = \frac{fg\rho_m \cdot \alpha (\beta_m - \alpha) d_{\max}^3}{q} \quad (6)$$

Формула (6) получена интегрированием по крупности в диапазоне от 0 до d_{\max} , при этом появляется коэффициент $g = 0,25$. Кроме того, принято $\rho = \rho_n$. Крупность d_{\max} в опробовании принимается как d_{95} , где индекс «95» означает, что d_{\max} — это сторона квадратной ячейки сита, через которое проходит 95% массы пробы.

Для сростков покусковая дисперсия

$$S_{\text{ср}}^2 = S_k^2 \cdot \left(\frac{d}{d_3} \right)^b. \quad (7)$$

Здесь d_3 — крупность зерен минерала, содержащего полезный компонент; b — характеристика вкрапленности. Для неравномерной вкрапленности $b = 1,5$.

Тогда общая аналитическая формула фундаментальной погрешности опробования принимает вид

$$S_\alpha^2 = \frac{f \cdot g \cdot \rho_m \cdot \alpha \cdot (\beta_m - \alpha) d_{\max}^{3-b} \cdot d_{\max}^b}{q}. \quad (8)$$

Общая структура аналитической формулы совпадает с эвристической, но в аналитической формуле все входящие в нее величины являются измеряемыми.

Важным эффектом теории покускового опробования является то, что фундаментальная погрешность не зависит от того, рассчитывают ее для однородного или неоднородного опробуемого массива. Погрешность отбора пробы в том и в другом случае определяется по одной и той же формуле покускового отбора точечных проб:

$$S_\alpha^2 = \frac{S_k^2}{q} \cdot q_k. \quad (9)$$

Эта погрешность будет одинаковой как при дискретном отборе объединен-

ной пробы (в одной точке) для однородного массива, так и при выполнении непрерывного отбора точечных проб (отбор во многих точках) для неоднородного массива. В этих случаях погрешность неоднородности S_H совпадает с фундаментальной погрешностью опробования S_o .

Это означает, что две части TOS при покусковом опробовании не противоречат друг другу.

Практическим общим случаем является отбор проб от неоднородного массива N_T точечных проб, содержащих большое количество кусков n_k размером d_{max} .

В этом случае

$$\begin{aligned} S_\alpha^2 &= S_o^2 + S_H^2 = \frac{S_k^2 - S_T^2}{n_k \cdot N_T} + \frac{S_T^2}{N_T} = \\ &= \frac{S_k^2 - S_T^2}{q} \cdot q_k + \frac{S_T^2}{q} \cdot q_T = \quad (10) \\ &= \frac{S_k^2}{q} q_k + \frac{S_T^2}{q} (q_T - q_k) \end{aligned}$$

Здесь S_k^2 — покусковая дисперсия; S_T^2 — дисперсия точечных проб; q_k — масса одного куска крупностью d_{max} ; q_T — масса точечной пробы; q — масса объединенной пробы.

Формула (10) показывает взаимную связь дискретного и непрерывного отбора. Определяющим фактором этой взаимной связи является масса точечной пробы, принимаемая исходя из технических возможностей отбора точечных проб.

Если $q_T = q_k$, то $S_T^2 = S_k^2$. Тогда $S_\alpha^2 = S_o^2$, т.е. погрешность отбора объединенной пробы полностью описывается формулами FSE (эвристической либо аналитической).

Если $q_T = n_k q_k$, то погрешность отбора объединенной пробы частично описывается формулами FSE и частично погрешностью неоднородности S_H^2 . Взаим-

ная зависимость S_o^2 и S_H^2 обуславливается соотношением покусковой дисперсии и дисперсии точечных проб, числа кусков d_{max} в точечной пробе и числа точечных проб.

В предельном случае, когда n_k велико, погрешность отбора объединенной пробы практически полностью определяется погрешностью неоднородности S_H^2 .

Пokusковой отбор точечных проб решает задачу совместимости дискретного и непрерывного отбора проб, а дискретный отбор проб является частным случаем непрерывного отбора проб.

Обсуждение результатов

Установлено, что величина минимальной массы пробы и погрешности опробования как для однородного, так и для неоднородного массивов совпадают при условии отбора в каждую точечную пробу одного куска. При этом расчетные значения минимальной массы и погрешности опробования могут быть в частном случае (однородный массив) получены при отборе необходимого числа кусков — точечных проб в непосредственной близости друг от друга. В общем же случае точки отбора точечных проб должны быть равномерно распределены по объему опробуемого массива [15].

Пokusковой отбор точечных проб рассматривается как теоретический вариант опробования. Теоретический вариант покускового отбора проб на практике не реализован по причине наличия в опробуемых массивах кусков широкого диапазона крупности [16, 17], так как существующие требования предписывают отбор в пробу кусков всего диапазона крупности. По этой причине становится первичной масса точечной пробы, которую возможно отобрать исходя из крупности куска и параметров пробоотбирающего инструмента, а погрешность отбора проб зависит в том числе от неоднородности опробуемого массива.

Тем не менее, покусковой отбор проб может быть реализован на практике. Покусковой отбор проб фактически применяется при выполнении так называемого горстевое опробования [18], в частности при отборе проб вручную с помощью молотка и совка. Покусковой отбор проб также выполняется при работе автоматических поточных анализаторов массовой доли на конвейерах или в пульповых продуктах. В этих случаях расчет минимальных масс и случайных погрешностей выполняется по одним и тем же формулам, независимо от того, однороден опробуемый массив или неоднороден.

Совместимость дискретного и непрерывного отбора дополнительно показана на примере расчета минимальной массы объединенной пробы.

Для однородного массива минимальная масса q_o равна

$$q_o = \frac{S_k^2}{S_{\text{доп}}^2} \cdot q_k = n_k \cdot q_k, \quad (11)$$

где S_k^2 — покусковая дисперсия; $S_{\text{доп}}^2$ — допустимая случайная погрешность; q_k — масса куска размером d_{max} ; n_k — число кусков размером d_{max} .

Для неоднородного массива минимальная масса q_n равна

$$q_n = \frac{S_T^2}{S_{\text{доп}}^2} \cdot q_T = N_T \cdot q_T, \quad (12)$$

где S_T^2 — дисперсия точечных проб; q_k — масса точечной пробы; N_T — число точечных проб.

При покусковом отборе $q_T = q_k$; $S_T^2 = S_k^2$ и $n_T = n_k$, т.е. минимальные массы совпадают. Погрешность отбора пробы определяется по одной формуле

$$S_o^2 = S_n^2 = \frac{S_k^2}{n_k}. \quad (13)$$

Переход от покускового отбора к отбору точечных проб, содержащих n_T ку-

сков, приводит к увеличению минимальной массы объединенной пробы для неоднородного массива:

$$q_n = q_o + q_k (n_T - 1) \cdot N_T. \quad (14)$$

Число точечных проб N_T определяют по формуле

$$N_T = \frac{4V_T^2}{P^2}, \quad (15)$$

где V_T — коэффициент вариации точечных проб; P — допустимая относительная случайная погрешность отбора проб.

При выбранной массе точечной пробы коэффициент вариации точечных проб V_T неоднородного опробуемого массива определяется по среднему размаху массовых долей \bar{R} определяемого компонента в точечных пробах за контрольный период по формуле

$$V_T = \frac{S_T}{\bar{\alpha}} \cdot 100\% = \frac{\bar{R}}{4\bar{\alpha}} \cdot 100\%, \quad (16)$$

где $\bar{\alpha}$ — средняя массовая доля определяемого компонента в опробуемом массиве.

Необходимо отметить, что в качестве объекта исследований понятие единичного куска используется в теоретическом описании различных процессов обогащения: покускового разделения частиц способом рентгенорадиометрической сепарации, моделирования процесса сепарации, при разработке теории гравитационных процессов обогащения и магнитной сепарации.

Допустимая относительная случайная погрешность отбора проб в соответствии с ГОСТ 14180-80 для руд составляет 1,0%, а максимальный коэффициент вариации массовой доли равняется 35% [16]. Для повышения качества опробования допустимую случайную погрешность отбора проб для руд возможно снизить до 0,5%. Следовательно, максимальное число точечных проб для пар-

тии руды будет получено для точки отбора проб при коэффициенте вариации 35% и допустимой случайной погрешности отбора 0,5% и составит величину около 20 000. Отбор за контрольный период 20 000 точечных проб является универсальным для любого продукта на обогатительной фабрике. В современной практике опробования выполнить отбор большого числа точечных проб возможно [19].

Разница стоимости руд и концентратов цветных и благородных металлов, возникающая из-за несовпадения результатов опробования у производителя (продавца) и переработчика (покупателя), может составить до 90 млн руб. в год. За счет увеличения числа точечных проб на приведенных выше условиях разница стоимости руд и концентратов может быть снижена в 3–5 раз [20].

Выводы

1. Фундаментальная погрешность опробования является общей как для однородного, так и для неоднородного опробуемых массивов при покусковом отборе точечных проб, равномерно распределенных по объему этого массива. При этом условии случайные погрешности отбора проб одной и той же массы как от однородного, так и от неоднородного массивов совпадают.

2. При отборе проб от однородных массивов покусковой отбор точечных

проб эквивалентен отбору необходимой массы объединенной пробы в любой одной точке опробуемого массива. Число точечных проб, отбираемых за контрольный период от опробуемого массива на обогатительной фабрике, должно составлять не менее 20 000.

3. Фундаментальная погрешность опробования является общей основой для расчета минимальных масс и случайных погрешностей при горстевом отборе точечных проб, при использовании автоматических анализаторов массовых долей, при отборе проб от однородных (неперемешанных) массивов, при подготовке проб в лабораторных условиях и при отборе навесок для анализа в аналитических лабораториях.

4. При отборе точечных проб, содержащих более одного куска опробуемого материала, минимальная масса для заданной погрешности увеличивается пропорционально степени неоднородности массива, характеризуемой коэффициентом вариации точечных проб, определяемым по среднему размаху массовых долей в точечных пробах.

5. Годовой экономический эффект от применения высокочастотного комбинированного способа отбора проб за счет сокращения разницы стоимости товарной продукции может составить на медно-цинковых обогатительных фабриках до 50 млн руб., на золотоизвлекательных фабриках — до 90 млн руб.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Gy P. Sampling of particulate material: Theory and practice. Elsevier, Amsterdam, 1982, 431 p.
2. Dihalal D. S., Geelhoed B. A new multi-axial particle shape factor-application to particle sampling // *The Analyst*. 2011, vol. 136, no. 18, pp. 3783–3788. DOI: 10.1039/c1an15364a.
3. Geelhoed B. Is Gy's formula for the Fundamental Sampling Error accurate? Experimental evidence // *Minerals Engineering*. 2011, vol. 24, no. 2, pp. 169–173. DOI: 10.1016/j.mineng.2010.11.005.
4. Geelhoed B. Approaches in material sampling. Delft University Press, 2010, 152 p.
5. Napier-Munn T. J., Whiten W. J., Faramarzi F. Bias in manual sampling of rock particles // *Minerals Engineering*. 2020, vol. 153, article 106260. DOI: 10.1016/j.mineng.2020.106260.
6. Francois-Bongarcon D., Gy P. The most common error in applying 'Gy's Formula' in the theory of mineral sampling, and the history of the liberation factor // *The Journal of the South African Institute of Mining and Metallurgy*. 2002, vol. 102, no. 8, pp. 475–479.

7. Lotter N. O., Evans C. L., Engstom K. Sampling – A key tool in modern process mineralogy // *Minerals Engineering*. 2018, vol. 116, pp. 196–202. DOI: 10.1016/j.mineng.2017.07.013.
8. Казимиров М. П., Никитенко Е. М., Лукиных В. Е., Новикова Т. М. Применение технологических методов пробоподготовки для оценки большеобъемных золоторудных объектов на примере Наталкинского месторождения // *Золотодобыча*. – 2008. – № 119. – С. 16–21.
9. Engströrn K., Esbensen K. H. Evaluation of sampling systems in iron concentrating and pelletizing processes – Quantification of Total Sampling Error (TSE) vs. process variation // *Minerals Engineering*. 2018, vol. 116, pp. 203–208. DOI: 10.1016/j.mineng.2017.07.008.
10. Ramsey M. H., Ellison S. L. R., Rostron P. Measurement uncertainty arising from Sampling: A guide to methods and approaches. 2 nd edition, Eurachem, 2019, p. 109.
11. Svensmark B. Extensions to the Theory of Sampling 1. The extended Gy's formula, the segregation paradox and the fundamental Sampling uncertainty (FSU) // *Analytica Chimica Acta*. 2021, vol. 1187, article 339127. DOI: 10.1016/j.aca.2021.339127.
12. Sona M., Dube J.-S. Sampling particulate matter for analysis – Controlling uncertainty and bias using the theory of sampling // *Analytica Chimica Acta*. 2021, vol. 1185, article 338982. DOI: 10.1016/j.aca.2021.338982.
13. Карпенко Н. В. Опробование и контроль качества продуктов обогащения руд. – М.: Недра, 1987. – 216 с.
14. Куликов А. А., Куликова А. Б. Техничко-методические основы опробования горных пород на золото. – М.: Наука, 1988. – 112 с.
15. Бурдонов А. Е., Новиков Ю. В., Лукьянов Н. Д. Применение аппарата регрессионного анализа для обработки результатов, полученных при переработке руд методом центробежной концентрации // *Цветные металлы*. – 2024. – № 5. – С. 15–22. DOI: 10.17580/tsm.2024.05.01.
16. Захарова А. А., Войтеховский Ю. Л. Статистический прогноз параметров обогащения руд по наблюдениям в шлифах // *Обогащение руд*. – 2024. – № 2. – С. 27–31. DOI: 10.17580/or.2024.02.05.
17. Блехман Л. И. Закономерности осреднения нелинейных зависимостей от колеблющихся параметров: применение к задачам обогащения полезных ископаемых // *Обогащение руд*. – 2023. – № 5. – С. 22–28. DOI: 10.17580/or.2023.05.07.
18. Лепилова И. В. Применимость требований ГОСТ 14180-80 при отборе проб крупнокусковых продуктов на ленточных конвейерах / *Научные основы и практика переработки руд и техногенного сырья: Материалы XXIX Международной научно-технической конференции*. – Екатеринбург, 2024. – С. 106–112.
19. Ушеров А. И., Ишметьев Е. Н., Ляпин А. Г., Ямщиков А. В., Цыгалов А. М. Непрерывный контроль химического состава сульфидной медно-цинковой руды // *Заводская лаборатория*. – 2014. – № 4. – Т. 80. – С. 69–73.
20. Нурсейтов Б. Н. Экономика металлургического предприятия. – Караганда: Изд-во КарГУ, 2009. – 297 с. **ПАБ**

REFERENCES

1. Gy P. *Sampling of particulate material: Theory and practice*. Elsevier, Amsterdam, 1982, 431 p.
2. Dihal D. S., Geelhoed B. A new multi-axial particle shape factor-application to particle sampling. *The Analyst*. 2011, vol. 136, no. 18, pp. 3783–3788. DOI: 10.1039/c1an15364a.
3. Geelhoed B. Is Gy's formula for the Fundamental Sampling Error accurate? Experimental evidence. *Minerals Engineering*. 2011, vol. 24, no. 2, pp. 169–173. DOI: 10.1016/j.mineng.2010.11.005.
4. Geelhoed B. *Approaches in material sampling*. Delft University Press, 2010, 152 p.
5. Napier-Munn T. J., Whiten W. J., Faramarzi F. Bias in manual sampling of rock particles. *Minerals Engineering*. 2020, vol. 153, article 106260. DOI: 10.1016/j.mineng.2020.106260.
6. Francois-Bongarcron D., Gy P. The most common error in applying 'Gy's Formula' in the theory of mineral sampling, and the history of the liberation factor. *The Journal of the South African Institute of Mining and Metallurgy*. 2002, vol. 102, no. 8, pp. 475–479.
7. Lotter N. O., Evans C. L., Engstom K. Sampling – A key tool in modern process mineralogy. *Minerals Engineering*. 2018, vol. 116, pp. 196–202. DOI: 10.1016/j.mineng.2017.07.013.
8. Kazimirov M. P., Nikitenko E. M., Lukinykh V. E., Novikova T. M. Application of technological methods of sample preparation for evaluation of large-volume gold ore objects on the example of the Natalka deposit. *Zolotodobycha*. 2008, no. 119, pp. 16–21. [In Russ].

9. Engströrn K., Esbensen K. H. Evaluation of sampling systems in iron concentrating and pelletizing processes – Quantification of Total Sampling Error (TSE) vs. process variation. *Minerals Engineering*. 2018, vol. 116, pp. 203–208. DOI: 10.1016/j.mineng.2017.07.008.

10. Ramsey M. H., Ellison S. L. R., Rostron P. *Measurement uncertainty arising from Sampling: A guide to methods and approaches*. 2 nd edition, Eurachem, 2019, p. 109.

11. Svensmark B. Extensions to the Theory of Sampling 1. The extended Gy's formula, the segregation paradox and the fundamental Sampling uncertainty (FSU). *Analytica Chimica Acta*. 2021, vol. 1187, article 339127. DOI: 10.1016/j.aca.2021.339127.

12. Sona M., Dube J.-S. Sampling particulate matter for analysis – Controlling uncertainty and bias using the theory of sampling. *Analytica Chimica Acta*. 2021, vol. 1185, article 338982. DOI: 10.1016/j.aca.2021.338982.

13. Karpenko N. V. *Oprobovanie i kontrol' kachestva produktov obogashcheniya rud* [Testing and quality control of oredressing products], Moscow, Nedra, 1987, 216 p.

14. Kulikov A. A., Kulikova A. B. *Tekhniko-metodicheskie osnovy oprobvaniya gornyx porod na zoloto* [Technical and methodological foundations of testing rocks for gold], Moscow, Nauka, 1988, 112 p.

15. Burdonov A. E., Novikov Yu. V., Lukyanov N. D. Application of the regression analysis apparatus for processing the results obtained during ore processing by the centrifugal concentration method. *Tsvetnye Metally*. 2024, no. 5, pp. 15–22. [In Russ]. DOI: 10.17580/tsm.2024.05.01.

16. Zakharova A. A., Voitekhovskiy Yu. L. Statistical forecast of ore enrichment parameters based on observations in grinds. *Obogashchenie Rud*. 2024, no. 2, pp. 27–31. [In Russ]. DOI: 10.17580/or.2024.02.05.

17. Blekhman L. I. Regularities of averaging nonlinear dependencies on fluctuating parameters: application to problems of mineral enrichment. *Obogashchenie Rud*. 2023, no. 5, pp. 22–28. [In Russ]. DOI: 10.17580/or.2023.05.07.

18. Lepilova I. V. Applicability of GOST 14180-80 requirements for sampling large-batch products on conveyorbelts. *Nauchnye osnovy i praktika pererabotki rud i tekhnogennogo syr'ya: Materialy XXIX Mezhdunarodnoy nauchno-tekhnicheskoy konferentsii* [Scientific foundations and practice of processing ores and man-made rawmaterials: Materials of the XXIX International Scientific and Technical Conference], Ekaterinburg, 2024, pp. 106–112. [In Russ].

19. Usharov A. I., Ishmetyev E. N., Lyapin A. G., Yamshchikov A. V., Tsyganov A. M. Continuous control of the chemical composition of sulfide copper-zinc ore. *Zavodskaya laboratoriya*. 2014, no. 4, vol. 80, pp. 69–73. [In Russ].

20. Nurseitov B. N. *Ekonomika metallurgicheskogo predpriyatiya* [Economics of a metallurgical enterprise], Karaganda, Izd-vo KarGU, 2009, 297 p.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

*Козин Владимир Зиновьевич*¹ – д-р техн. наук, профессор, зав. кафедрой, декан Горно-механического факультета, e-mail: gmf.dek@ursmu.ru,

*Комлев Алексей Сергеевич*¹ – канд. техн. наук, старший научный сотрудник, e-mail: tails2002@inbox.ru,
¹ Уральский государственный горный университет.

Для контактов: Комлев А.С., e-mail: tails2002@inbox.ru.

INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

V.Z. Kozin¹, Dr. Sci. (Eng.), Professor, Head of Chair, Dean of the Mining and Mechanics Faculty, e-mail: gmf.dek@ursmu.ru, A.S. Komlev¹, Cand. Sci. (Eng.), Senior Researcher, e-mail: tails2002@inbox.ru,

¹ Ural State Mining University, 620144, Ekaterinburg, Russia.

Corresponding author: A.S. Komlev, e-mail: tails2002@inbox.ru.

Получена редакцией 16.07.2024; получена после рецензии 05.11.2024; принята к печати 10.12.2024.

Received by the editors 16.07.2024; received after the review 05.11.2024; accepted for printing 10.12.2024.