

ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ОБОБЩЕННОГО КРИТЕРИЯ ПРОЧНОСТИ КУЛОНА-МОРА ДЛЯ АНИЗОТРОПНЫХ ПОРОД В СИСТЕМЕ КООРДИНАТ ХЕЙГА-ВЕСТЕРГААРДА

М.М. Алиев¹, Е.А. Созонтова¹

¹ Альметьевский государственный технологический университет «Высшая школа нефти»,
Альметьевск, Республика Татарстан, Россия, e-mail: sozontovaea@agni-rt.ru

Аннотация: Рассмотрено влияние среднего главного напряжения на величину предельных напряжений, действующих на горную породу, обладающую анизотропией прочностных свойств. Анизотропия образуется в ходе многовековых оседаний горных пород, которые представляют собой чередующиеся многослойные уплотнения. Такие породы в основном находятся в условиях всестороннего неравномерного напряженного состояния и могут встречаться на различных глубинах литосферы. Для исследований использован линейный критерий Кулона–Мора, обобщенный для случая изменения прочностных свойств породы по направлениям. Учитывая, согласно этой теории, независимость предельных напряжений от влияния среднего главного напряжения, обобщенный критерий записан в системе координат Хейга–Вестергаарда. Проведены расчеты для конкретного вида анизотропной породы, исходные прочностные параметры которой заимствованы из литературных источников. По полученным данным построены графики зависимости величины главного напряжения от угла выбуривания образцов относительно оси полноразмерного керна. Также была произведена оценка влияния среднего главного напряжения на величину предельного напряжения. Из полученных расчетных данных следует, что с увеличением среднего главного напряжения на 10% и на 50% предел прочности горной породы, а именно главное (разрушающее) напряжение, возрастает на 3,97% и 15,41% соответственно.

Ключевые слова: слоистость, анизотропия, горные породы, геомеханическая модель, среднее главное напряжение, напряженное состояние, критерий прочности, критерий Кулона–Мора.

Для цитирования: Алиев М. М., Созонтова Е. А. Представление обобщенного критерия прочности Кулона–Мора для анизотропных пород в системе координат Хейга–Вестергаарда // Горный информационно-аналитический бюллетень. – 2025. – № 3. – С. 42–53. DOI: 10.25018/0236_1493_2025_3_0_42.

Representation of the generalized Mohr–Coulomb failure criterion of anisotropic rocks in the Haigh–Westergaard stress space

M.M. Aliev¹, E.A. Sozontova¹

¹ Almet'yevsk State Technological University «Petroleum Higher School»,
Almet'yevsk, Republic of Tatarstan, Russia, e-mail: sozontovaea@agni-rt.ru

Abstract: The study focuses on the influence of the intermediate principal stress on the value of limit stresses in rocks possessing anisotropic strength. Anisotropy develops in the course of the multi-century subsidence of rocks in the form of multi-stratified compactions. Such rocks mostly experience the triaxial nonuniform stress state and may occur at various lithospheric depths. The study used the linear Mohr–Coulomb criterion generalized for the case of variation in rock strength in different directions. Considering independence of limit stresses in this theory from the influence of the intermediate principal stress, the generalized criterion is written in the Haigh–Westergaard stress space. The calculations were performed for a specific type of an anisotropic rock, and its initial strength parameters were taken from the source literature. Using the obtained data, the graphs of the principal stress value as function of the angle of coring relative to the axis of a full-size core were plotted. Furthermore, the influence of the intermediate principal stress on the limit stress value was estimated. It follows from the calculation data that with the increase in the intermediate principal stresses by 10% and by 50%, the limit strength of rock, namely, the principal breaking stress grows by 3.97% and 15.41%, respectively.

Key words: stratification, anisotropy, rocks, geomechanical model, intermediate principal stress, stress state, failure criterion, Mohr–Coulomb criterion.

For citation: Aliev M. M., Sozontova E. A. Representation of the generalized Mohr–Coulomb failure criterion of anisotropic rocks in the Haigh–Westergaard stress space. *MIAB. Mining Inf. Anal. Bull.* 2025;(3):42-53. [In Russ]. DOI: 10.25018/0236_1493_2025_3_0_42.

Введение

Геоматериалы, включая горные породы и почву, в основном анизотропны, и их свойства меняются в зависимости от направления. В основном анизотропия характерна для метаморфических пород, обусловленных наличием минеральной слоистости, и осадочных пород, которые могут быть анизотропны в результате расслоения.

Для оценки предельных напряженных состояний многослойных пород начиная с середины прошлого века разработан ряд критериев прочности и разрушения. Каждый из таких критериев наряду с несомненным достоинством имеет недостатки, которые, прежде всего, связаны с определением характеристик прочности в условиях ограниченного количества образцов для испытания.

Многие геомеханические задачи, относящиеся к бурению, тесно связаны с возможностью проведения лабораторных исследований кернa. Исследования

керна позволяют получить эмпирическую зависимость прочности пород от параметров, измеряемых при геофизических исследованиях скважин.

Еще одним подходом для решения геомеханических задач, требующих в качестве исходных параметров наличие прочностных свойств горных пород, является использование критерия прочности и разрушения.

Одно из приоритетных направлений разработки критериев прочности многослойных пород связано со стремлением определения прочностных свойств таких пород из простых испытаний. При этом критерий должен способствовать оценке поведения породы в любых сложных напряженных состояниях.

При бурении одной из основных задач является обеспечение устойчивости стенок скважин. Если окружающие ствол породы обладают изотропией механических свойств, то такая задача решается с применением соответствующих крите-

риев прочности для подобных горных пород. При этом компоненты тензора напряжений, действующие вокруг ствола, в сочетании с прочностными свойствами горной породы позволяют найти плотность удерживающей жидкости (бурового раствора). Критерии прочности для изотропных пород в данном случае, как правило, содержат два параметра прочности. Определение этих параметров в лабораторных экспериментах не составляет трудности. Выявление реальных механических свойств горных пород с высокой точностью не всегда возможно и не всегда оправданно, с точки зрения планирования экспериментов. Однако неучет таких свойств, как ярко выраженная анизотропия, каждый раз приводит к искажению результатов при проектировании гидроразрыва пласта (ГРП) в слоистых сланцах и при обеспечении устойчивости стенок скважин, пробуренных в таких породах.

В случае, когда горная порода анизотропна, количество прочностных параметров увеличивается, так как свойства анизотропной породы зависят от направления приложенных внешних усилий.

Анизотропные породы, обладающие различными механическими свойствами в разных направлениях, требуют большого количества экспериментальных образцов для определения их свойств. Критерий Кулона–Мора и другие критерии, не учитывающие влияние среднего главного напряжения, целесообразно переписывать в координатной системе Хейга–Вестергаарда, которая включает в себя третий компонент напряжения. Для анизотропных пород обобщение, например, критерия Друкера–Прагера и Хилла–Мизеса, требует определения многочисленных параметров прочности по различным направлениям. Отсутствие необходимого количества кернового материала, извлеченного из скважин, и изготовление образцов близнецов в

таком случае практически не представляется возможным. Исходя из такого рассуждения, предложенный подход в настоящей работе представляется предпочтительным.

Методы

Для оценки влияния среднего главного напряжения можно использовать два разных варианта — экспериментальный и теоретический.

Первый вариант — это использование испытательной системы трехосного независимого нагружения (ИСТНН), представляющей собой уникальный исследовательский комплекс для изучения фильтрационных, прочностных и деформационных характеристик горной породы. Даная установка позволяет нагружать образцы в форме куба, что обеспечивает равномерное приложение нагрузок по всей площади образца в течение всего процесса деформации, включая стадию разрушения [1–3]. В работе [2] представлена методика экспериментального исследования деформационных, прочностных и фильтрационных свойств горных пород на ИСТНН. Она позволяет в образцах породы кубической формы с гранью 40 или 50 мм, изготовленных из керна коллектора месторождения, воссоздавать любые напряженные состояния, возникающие в призабойной зоне пласта при бурении, освоении и эксплуатации скважины, и изучать их влияние на фильтрационные свойства породы. Эти возможности имеются благодаря примененной в конструкции нагружающего узла оригинальной кинематической схеме, которая позволяет нажимным плитам сближаться в трех направлениях, не создавая препятствий друг другу.

Второй вариант представляет собой метод, предложенный в данной работе, результаты которого в совокупности соответствуют результатам эксперимента.

Для этого используется обобщенный закон Кулона–Мора, который распространяется на такие породы, с переводом его в систему координат Хейга–Вестергаарда.

В статье [4] предлагается модель разрушения и деформирования многослойных горных пород, а также представлены экспериментальные и теоретические данные о влиянии главных напряжений и их ориентации относительно напластования слоистости на прочность горных пород и расположения трещин. Рассмотрены два возможных механизма разрушения горных пород при истинной трехосной нагрузке: по плоскостям, в которых напряжения Мора–Кулона достигают критического сочетания с типичными для породы углами внутреннего трения и коэффициентами сцепления, и по плоскостям залегания слабости.

В исследовании [5] описан геомеханический подход к моделированию деформационных процессов в горных породах с учетом анизотропии упругопластических свойств и зависимости критического состояния от касательных и нормальных напряжений. Рассмотрены три этапа моделирования: выбор модели, экспериментальное определение параметров модели и расчет напряженно-деформированного состояния для конкретных условий месторождения. В работе [6] рассмотрен один из методов прогнозирования прочностных и деформационных характеристик трещиноватых горных массивов с применением численного моделирования. Исследована последовательность создания численной геомеханической модели горного массива, где массив моделируется в явном виде по схеме существующей трещиноватости в условиях месторождения апатит-нефелиновых руд, предложены схемы проведения виртуальных испытаний.

В работе [7] для устранения проблемы на основе анализа параметров проч-

ности на сдвиг массивов горных пород с различной ориентацией трещин предложены анизотропные весовые коэффициенты для модификации существующей модели. Представлена модифицированная модель, которая способна дать консервативную, но более точную оценку прочности массива горных пород на сдвиг, что важно для безопасных инженерных расчетов.

В работе [8] были проведены теоретические анализы прочности анизотропного массива горных пород на основе результатов экспериментов при различных всесторонних давлениях.

Некоторые исследователи разработали методы прогнозирования прочности для анизотропного массива горных пород, чтобы изобразить изменения прочности в зависимости от ориентации анизотропной структурной плоскости при различных ограничивающих напряжениях. Эти методы в основном модифицированы в работах [9–12].

В статье [13] рассмотрено влияние анизотропии на прочность нескольких метаморфических пород южного (Чинского) подмассива метаморфического массива Мендерес на юго-западе Турции, были выбраны и исследованы четыре различные метаморфические породы: расслоенный филлит, сланец, гнейс и мрамор (известковый сланец).

В работе [14] были проведены испытания на сжатие и сдвиг массива трещиноватой горной породы, изучено поведение трещиноватого массива горных пород, определены деформационно-прочностные зависимости и параметры для количественной оценки влияния трещин на механические характеристики. Их результаты показали, что прочность на сжатие зависит от структуры материалов; также приведено подробное описание влияния ориентации соединений на зависимости напряжения от деформации во время экспериментов на сжатие.

В работе [15] упрощенная модель анизотропной породы предложена и применена для оценки устойчивости анизотропных несимметричных клиньев. Допускалась переменность сцепления породы по направлениям при постоянном угле внутреннего трения.

Был предложен вариант сдвигового разрушения анизотропной породы в виде модификации критерия Кулона–Мора, прочностные характеристики — сцепление и угол внутреннего трения — принимались непрерывными функциями направления [16].

В статье [17] исследованы геомеханические задачи на основе разработанных линейного и нелинейного критериев разрушения многослойных пород, обладающих анизотропией прочности свойств.

В работе [18] рассматривается теория пластичности анизотропной среды на основании принятой математической модели деформирования.

В исследовании [19] описан один из способов определения значительного эффекта в трещиноватом горном массиве с помощью метода конечных элементов, реализованного в программном комплексе Abaqus. Численные эксперименты в данной работе были проведены с моделями трещиноватого горного массива различных габаритов, что позволило количественно определить масштабный эффект прочности массива при двухосном сжатии.

Также известны различные схемы разрушения анизотропных пород, среди которых исследования Т. Ramamurthy [20, 21], обобщающие критерий разрушения Е. Ноек и Е.Т. Brown [22]. Существуют и другие модели разрушения анизотропных горных пород, информацию о которых можно найти в работе J. Ambrose [23].

Обсуждение результатов

В работах [16, 17] принято, что причиной разрушения породы является сдвиг по некоторой площадке с нормалью n , а закономерность Кулона–Мора имеет вид

$$\tau_n = \sigma_n k(\psi) + c(\psi), \quad (1)$$

где

$$\tau_n = 0,5(\sigma_x + \sigma_y) \sin^2 \psi - \tau_{xy} \cos^2 \psi.$$

$$\sigma_n = 0,5(\sigma_x + \sigma_y) + 0,5(\sigma_x - \sigma_y) \cos^2 \psi + \tau_{xy} \sin^2 \psi, \quad (2)$$

где τ_n и σ_n — касательное и нормальное напряжения на площадке сдвига; $c(\psi)$ и $k(\psi)$ — сцепление и тангенс угла внутреннего трения (являются функциями угла ψ между нормалью к площадке сдвига и осью x , совпадающей с направлением слоистости).

Также считается [16, 17], что при определенном сочетании компонентов напряжения на площадке сдвига выполняется следующее условие:

$$\frac{d}{d\psi} [\tau_n - \sigma_n k(\psi) - c(\psi)] = 0, \quad (3)$$

При совместном решении (1), (2) и (3) получено два уравнения для определения $\sigma_x - \sigma_y$ и $2\tau_{xy}$, которые после возведения в квадрат и суммирования с заменой

$$(\sigma_x + \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2 = (\sigma_1 - \sigma_3)^2$$

приводят к критерию прочности (разрушения) слоистой среды с ортогональной анизотропией.

$$\begin{aligned} & (\sigma_1 - \sigma_3)^2 \left[1 - 0,5k'(\psi) \cos^2 \rho(\psi) \right]^2 \sec^2 \rho(\psi) = \\ & = 4s^2(\psi) \left[1 - k'(\psi) \cos^2 \rho(\psi) (1 - 0,25k'(\psi)) \right] - s(\psi)s'(\psi)k'(\psi) \sin 2\rho(\psi) + [s'(\psi)]^2 \end{aligned} \quad (4)$$

где $s = c(\psi) + k(\psi)\sigma$; $k = k(\psi) = \operatorname{tg} \rho(\psi)$;

$$s' = s'(\psi) = c'(\psi) + k'(\psi)\sigma; \sigma = 0,5(\sigma_1 + \sigma_3),$$

σ_1, σ_3 — максимальное и минимальное значение главных нормальных напряжений; $\rho(\psi)$ — угол внутреннего трения (является функцией угла ψ между нормалью к площадке сдвига и осью x , совпадающей с направлением слоистости).

Оценка влияния среднего напряжения на несущую способность

Характеристики прочности слоистой породы при сдвиге в простейшем случае могут быть приняты подобно параметрам критерия Кулона–Мора — в виде сцепления и тангенса угла внутреннего трения. В случае ярко выраженной слоистости, когда порода сложена из чередующихся тонких слоев сдвиговыми характеристиками, могут быть приняты сцепление и тангенс угла внутреннего трения вдоль и поперек напластования. Такая порода обладает трансверсальной анизотропией.

Входящий в критерий (4) $(\sigma_1 - \sigma_3)$ и $(\sigma_1 + \sigma_3)$, согласно [24, стр. 22], определяются в следующем виде:

$$\sigma_1 - \sigma_3 = \sqrt{\frac{2}{3}} \eta \left[\cos \theta - \cos \left(\theta + \frac{2\pi}{3} \right) \right], \quad (5)$$

$$\sigma_1 + \sigma_3 = \frac{2}{\sqrt{3}} \xi + \sqrt{\frac{2}{3}} \eta \left[\cos \theta + \cos \left(\theta + \frac{2\pi}{3} \right) \right], \quad (6)$$

где

$$\eta = \frac{1}{\sqrt{3}} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_2)^2}; \quad \xi = \frac{1}{\sqrt{3}} (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3),$$

θ — угол вида напряженного состояния, который определяется следующим образом [24, стр. 22]:

$$\cos 3\theta = 3\sqrt{6} \frac{J_3(D_\sigma)}{\eta^3},$$

$J_3 D_\sigma = (\sigma_1 - \sigma_0)(\sigma_2 - \sigma_0)(\sigma_3 - \sigma_0)$ — третий инвариант девиатора напряжений, где

$$\sigma_0 = \frac{1}{\sqrt{3}} \xi.$$

Преобразовав критерий (4), подставляя в него формулы (5) и (6), получим критерий прочности для анизотропных пород в системе координат Хейга–Вестергаарда:

$$\begin{aligned} & \left(\sqrt{\frac{2}{3}} \eta \sqrt{3} \sin \left(\theta + \frac{\pi}{3} \right) \right)^2 (1 - 0,5k' \cos^2 \rho)^2 \sec^2 \rho - [4c + \operatorname{atg} \rho \sec^2 \rho]^2 \times \\ & \times [1 - k'(1 - 0,25k') \cos^2 \rho] - [c + 0,5 \operatorname{atg} \rho] \cdot [c' + 0,5ak'] k' \sin^2 + [c' + 0,5ak']^2 = 0 \end{aligned} \quad (7)$$

где

$$a = \frac{2}{\sqrt{3}}\xi + \sqrt{\frac{2}{3}}\eta \cos\left(\theta + \frac{\pi}{3}\right),$$

$$\rho = \rho(\psi), k' = k'(\psi), c' = c'(\psi),$$

$$c = c(\psi), \operatorname{tg} \rho = \operatorname{tg} \rho(\psi).$$

Считается, что характеристики прочности породы, входящие в (7), определены из экспериментов на испытательной машине, производящей принудительный сдвиг по различным направлениям. В самом простом виде достаточно определение четырех параметров:

$$c_0, c_{90}, \rho_0, \rho_{90},$$

где c_0, ρ_0 — сцепление и угол внутреннего трения в направлении напластования; c_{90}, ρ_{90} — эти же параметры поперек напластования.

Результаты

Для определения характеристик прочности были использованы следующие

параметры, полученные в ходе испытаний образцов керна на неограниченное сжатие под различными углами действия сжимающего напряжения относительно слоистости [23, с. 243], $c_0 = 7,1 \text{ МПа}$, $c_{90} = 1,9 \text{ МПа}$ и $\rho_0 = 0,5286$, $\rho_{90} = 0,29306$.

При более точных исходных данных критерий (7) может удовлетворительнее согласоваться с данными экспериментов.

В табл. 1 представлены зависимости между σ_1 и углом β при различных боковых давлениях, полученные в результате расчетов согласно модели.

На графике (рис. 1) представлены зависимости напряжения σ_1 от угла β при различных боковых давлениях для Мартинсбургских сланцев по теории J.C. Jaeger [23, с. 243] (пунктирные линии) и по критерию (7) (сплошные линии), где точками отмечены результаты экспериментальных данных [23, с. 243].

Таблица 1

Зависимость между максимальным значением главного нормального напряжения и углом выбуривания образца относительно оси полноразмерного керна при различных значениях минимального главного нормального напряжения
The relationship between the maximum value of main normal stress and angle of drilling out of sample relative to the axis of full-size core at different values of minimum main normal stress

σ_3 , psi	Данные	σ_1 , psi						
		β°						
		0°	15°	30°	45°	60°	75°	90°
0,508	эксперимент	28,478	18,176	10,869	5,733	3,176	7,551	19,245
	расчет	22,39	18,046	8,47	6,3	6,23	10,147	22,834
1,523	эксперимент	35,06	23,131	14,598	9,194	6,634	11,954	24,2
	расчет	25,9	20,7	10,5	8,1	8,08	12,3	25,9
5,076	эксперимент	48,798	31,026	21,277	15,19	12,227	18,768	38,768
	расчет	36,1	39,9	17,5	14,6	14,57	19,7	36,1
7,252	эксперимент	60,07	40,262	27,795	21,17	18,473	26,237	51,517
	расчет	42,4	25,6	21,8	18,6	18,5	24,2	42,2
14,504	эксперимент	87,954	94,485	46,318	36,974	33,465	42,859	77,775
	расчет	63,2	54,5	36,2	32	31,8	39,4	63,2
29,008	эксперимент	119,154	96,774	77,249	63,56	60,732	72,841	108,159
	расчет	104,8	92,316	64,92	58,4	58,28	69,73	105

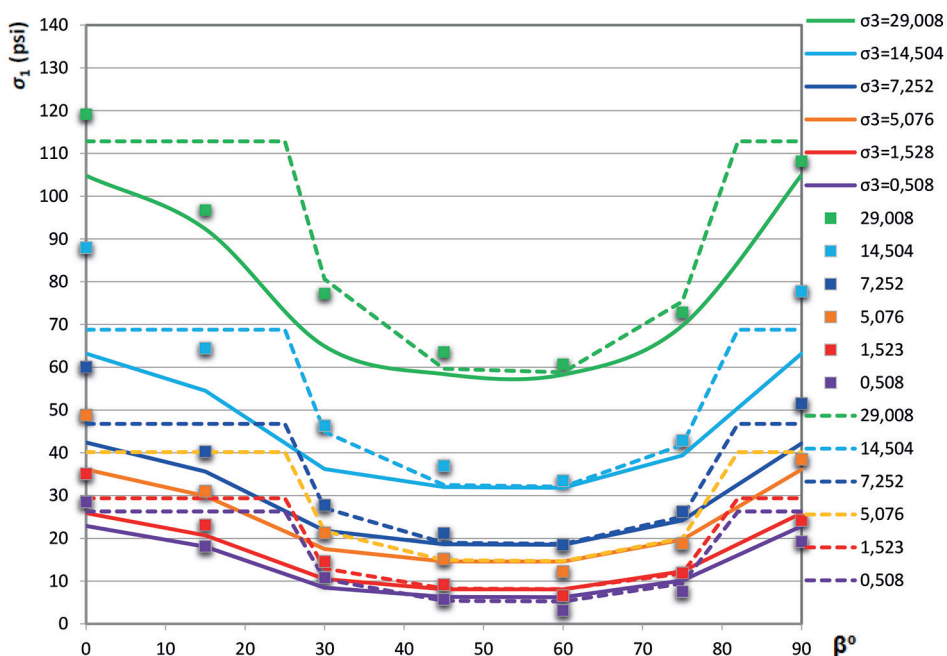


Рис. 1. График зависимости между максимальным значением главного нормального напряжения и углом выбуривания образца относительно оси полноразмерного керна при различных боковых давлениях
 Fig. 1. Graph of the relationship between the maximum value of the main normal stress and the angle of the sample drilling relative to the axis of the full-sized core at various lateral pressures

Исходя из полученных результатов, можно сделать вывод, что разница между экспериментом и расчетным значением варьируется в пределах от 2 до 15%.

Рассмотрим критерий (7) и оценим влияние среднего напряжения σ_2 , увеличивая его на 10 и 50% от расчетных значений σ_3 . Полученные значения пред-

Таблица 2

Зависимость между максимальным значением главного нормального напряжения и углом выбуривания образца относительно оси полноразмерного керна при различных средних боковых давлениях с учетом среднего напряжения
The relationship between the maximum value of the main normal stress and the angle of drilling out of the sample relative to the axis of the full-size core at various average lateral pressures, taking into account the average stress

σ_3 , psi	Данные расчета	σ_1 , psi						
		β°						
		0°	15°	30°	45°	60°	75°	90°
14,504	$\sigma_2 = \sigma_3$	63,2	54,5	36,2	32	31,8	39,4	63,2
	$\sigma_2 > \sigma_3$ на 10%	65,26	56,4	37,58	33,13	33,06	40,91	65,23
	$\sigma_2 > \sigma_3$ на 50%	73,04	63,3	42,3	37,2	37,12	46,07	73
29,008	$\sigma_2 = \sigma_3$	104,8	92,316	64,92	58,4	58,28	69,73	105
	$\sigma_2 > \sigma_3$ на 10%	108,98	96,03	67,7	60,9	60,8	72,67	109,02
	$\sigma_2 > \sigma_3$ на 50%	124,27	109,58	76,79	68,65	68,51	82,62	124,31

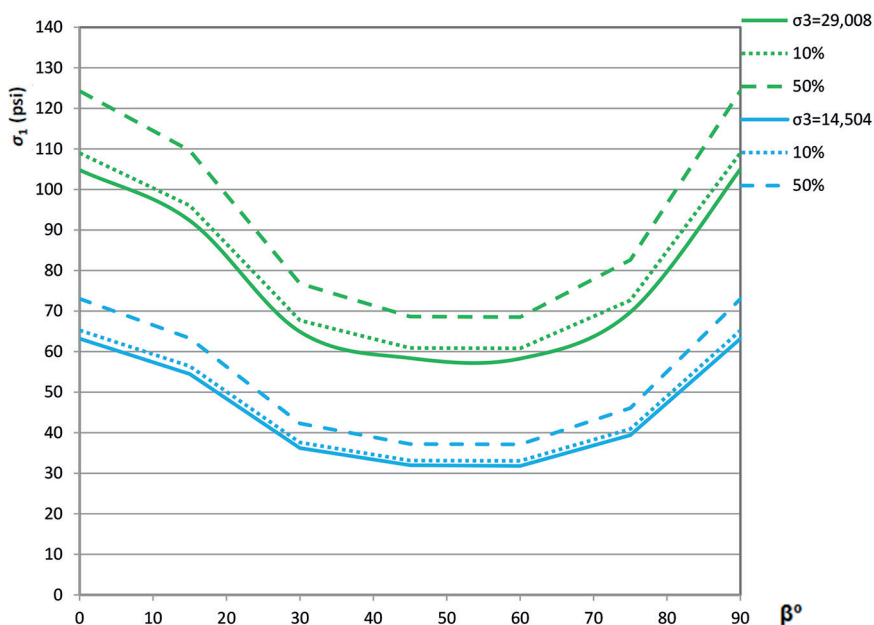


Рис. 2. График зависимости между максимальным значением главного нормального напряжения и углом выбуривания образца относительно оси полноразмерного ядра при различных боковых давлениях с учетом изменения среднего главного напряжения

Fig. 2. Graph of the relationship between the maximum value of the main normal stresses and the angle of drilling out of the sample relative to the axis of the full-sized core at various lateral pressures, taking into account the change in the average main stress

ставлены в табл. 2. На графике (рис. 2) представлены зависимости между максимальным значением главного нормального напряжения и углом выбуривания образца относительно оси полноразмерного ядра при различных боковых давлениях с учетом изменения среднего главного напряжения. Сплошная линия показывает результаты при условии, что минимальное и среднее главные напряжения равны между собой, пунктирная и точечная линии показывают изменения максимального главного напряжения с увеличением среднего напряжения на 10 и 50% соответственно.

Исходя из произведенных расчетов, можно сделать вывод, что при учете среднего напряжения σ_2 и увеличения его на 10 и 50% предел прочности горной породы σ_1 возрастает на 3,97 и 15,41% соответственно.

Выводы

На основе проведенного аналитического и математического анализа были получены следующие выводы.

1. Обобщенный закон Кулона–Мора, преобразованный в систему координат Хейга–Вестергаарда, согласно теории [16], распространяется для анизотропных пород, в результате учитывается влияние среднего главного напряжения, так как скважина постоянно находится в трехосном напряженном состоянии. Данные результаты можно применить при строительстве глубоких скважин, а также при определении критической депрессии в эксплуатируемых нефтяных скважинах, в случае их расположения в мультислойных сильно анизотропных породах.

2. Получены зависимости напряжения σ_1 от угла β при различных боковых

давлениях для Мартинсбургских сланцев. Согласно этим результатам расчета, можно сделать вывод, что разница между экспериментом и расчетным значением составляет около 8,5%.

3. Некоторые результаты, полученные в статье, будут использованы при выполнении научно-исследовательской работы по теме «Разработка способа экспериментально-теоретического определения прочностных свойств неоднород-

ных мультислойных пород», реализуемой в рамках Передовой инженерной нефтяной школы в Альметьевском государственном технологическом университете «Высшая школа нефти». Исследования, в том числе приведенные в статье, будут использованы не только в России, но и в зарубежных практиках, где в настоящий момент применяются более сложные теоретические и практические подходы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Климов Д. М., Карев В. И., Коваленко Ю. Ф. Роль напряжений в формировании эксплуатационных свойств скважин / Актуальные проблемы механики. Механика деформируемого твердого тела: сборник научных статей. — М.: Наука, 2009. — С. 470 — 476.
2. Карев В. И. Влияние напряженно-деформированного состояния горных пород на фильтрационный процесс и дебит скважин. Автореф. дис. ... докт. техн. наук, 01.02.04 — механика деформируемого твердого тела. — СПб., 2010. — 34 с.
3. Karev V. I., Klimov D. M., Kovalenko Y. F., Ustinov K. B. Modelling of mechanical and filtration processes near the well with regard to anisotropy // Journal of Physics: Conference Series. 2018, vol. 991, no. 1, article 012039. DOI: 10.1088/1742-6596/991/1/012039.
4. Karev V. I., Klimov D. M., Kovalenko Y. F., Ustinov K. B. Fracture model of anisotropic rocks under complex loading // Physical Mesomechanics. 2018, vol. 21, no. 3, pp. 216 — 222.
5. Карев В. И., Коваленко Ю. Ф., Устинов К. Б. Моделирование деформирования и разрушения анизотропных пород вблизи горизонтальных скважин // ФТПРПИ. — 2017. — № 3. — С. 12 — 21.
6. Вербило П. Э., Вильнер М. А. Изучение анизотропии прочности и масштабного эффекта трещиноватого массива горных пород // Горный информационно-аналитический бюллетень. — 2022. — № 6-2. — С. 47 — 59. DOI: 10.25018/0236_1493_2022_62_0_47.
7. Jiayi Shen, Zheng Shu, Ming Cai, Shigui Du A shear strength model for anisotropic blocky rock masses with persistent joints // International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences. 2020, vol. 134, article 104430. DOI: 10.1016/j.ijrmms.2020.104430.
8. Songfeng Guo, Shengwen Qi, Bowen Zheng, Lei Xue, Xueliang Wang, Ning Liang, Yu Zou, Fengjiao Tang, Muhammad Faisal Waqar, Weiluan Wen, Li Yongchao, Xin Yu The confinement-affected strength variety of anisotropic rock mass // Materials. 2022, vol. 15, article 8444. DOI: 10.3390/ma15238444.
9. Walsh J. B., Brace W. F. A fracture criterion for brittle anisotropic rocks // Journal of Geophysical Research. 1964, vol. 69, article 3449. DOI: 10.1029/JZ069i016p03449.
10. Wang Z., Qi C., Ban L., Yu H., Wang H., Fu Z. Modified Hoek–Brown failure criterion for anisotropic intact rock under high confining pressures // Bulletin of Engineering Geology and the Environment. 2022, vol. 81, article 333. DOI: 10.1007/s10064-022-02831-8.
11. Saroglou C., Qi S., Guo S., Wu F. ARMR, a new classification system for the rating of anisotropic rock masses // Bulletin of Engineering Geology and the Environment. 2019, vol. 78, pp. 3611 — 3626. DOI: 10.1007/s10064-018-1369-4.
12. Shi X., Yang X., Meng Y., Li G. Modified Hoek–Brown failure criterion for anisotropic rocks // Environmental Earth Sciences. 2016, vol. 75, article 995. DOI: 10.1007/s12665-016-5810-3.
13. Özbek A., Gül M., Karakan E., Alka Ö. Anisotropy effect on strengths of metamorphic rocks // Journal of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering. 2018, vol. 10, no. 1, pp. 164 — 175. DOI: 10.1016/j.jrmge.2017.09.006.
14. Verbilto P., Karasev M., Belyakov N., Iovlev G. Experimental and numerical research of jointed rock mass anisotropy in a three-dimensional stress field // Rudarsko Geolosko Naftni Zbornik. 2022, vol. 37, no. 2, pp. 109 — 122. DOI: 10.17794/rgn.2022.2.10.

15. Алиев М. М. Предельное равновесие анизотропного несимметричного сыпучего клина, нагруженного двухсторонним давлением // Строительная механика и расчет сооружений. — 1984. — № 4. — С. 27–29.
16. Алиев М. М., Гениев Г. А. Расчет несущей способности анизотропных оснований сооружений // Известия высших учебных заведений. Строительство. — 2001. — № 6. — С. 18–22.
17. Алиев М. М., Исмагилова З. Ф., Бурмистрова Н. Н. Геомеханические модели сдвигового разрушения многослойных горных пород // Горный информационно-аналитический бюллетень. — 2020. — № 8. — С. 52–61. DOI: 10.25018/0236-1493-2020-8-0-52-61.
18. Чанышев А. И. О пластичности анизотропных сред // Прикладная механика и техническая физика. — 1984. — № 2. — С. 149–151.
19. Протосеня А. Г., Вербилло П. Э. Изучение прочности на сжатие трещиноватого горного массива // Записки Горного института. — 2017. — Т. 223. — С. 51–57. DOI: 10.18454/PMI.2017.1.51.
20. Ramamurthy T. Strength, modulus responses of anisotropic rocks / Compressive rock engineering, vol. 1. Pergamon Press, Oxford, 1993, pp. 313–329.
21. Ramamurthy T. Shear strength response of some geological materials in triaxial compression // International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences. 2001, vol. 38, no. 5, pp. 683–697. DOI: 10.1016/S1365-1609(01)00035-1.
22. Hoek E., Brown E. T. The Hoek–Brown failure criterion — a 1988 update / Proceedings of the 15th Canadian Rock Mechanics Symposium, Toronto, 1988, pp. 31–38.
23. Ambrose J. Failure of anisotropic shales under triaxial stress conditions. A thesis submitted in fulfilment of the requirements for the degree of Doctor of Philosophy and the Diploma of Imperial College, Imperial College London Department of Earth Science and Engineering, June 2014, 265 p.
24. Малинин Н. Н. Прикладная теория пластичности и ползучести: учебник для студентов вузов. — 2-е изд., перераб. и доп. — М.: Машиностроение, 1975. — 400 с. **MIAB**

REFERENCES

1. Klimov D. M., Karev V. I., Kovalenko Yu. F. The role of stresses in the formation of operational properties of wells. *Aktual'nye problemy mekhaniki. Mekhanika deformiruemogo tverdogo tela: sbornik nauchnykh statey* [Actual problems of mechanics. Mechanics of a deformable solid body. Collection of scientific articles], Moscow, Nauka, 2009, pp. 470–476. [In Russ].
2. Karev V. I. *Vliyanie napryazhenno-deformirovannogo sostoyaniya gornyx porod na fil'tratsionnyy protsess i debit skvazhin* [Influence of the stress-strain state of rocks on the filtration process and well flow rate], Doctor's thesis, Saint-Petersburg, 2010, 34 p.
3. Karev V. I., Klimov D. M., Kovalenko Y. F., Ustinov K. B. Modelling of mechanical and filtration processes near the well with regard to anisotropy. *Journal of Physics: Conference Series*. 2018, vol. 991, no. 1, article 012039. DOI: 10.1088/1742-6596/991/1/012039.
4. Karev V. I., Klimov D. M., Kovalenko Y. F., Ustinov K. B. Fracture model of anisotropic rocks under complex loading. *Physical Mesomechanics*. 2018, vol. 21, no. 3, pp. 216–222.
5. Karev V. I., Kovalenko Yu. F., Ustinov K. B. Modeling of deformation and destruction of anisotropic rocks near horizontal wells. *Fiziko-tekhnicheskie problemy razrabotki poleznykh iskopaemykh*. 2017, no. 3, pp. 12–21. [In Russ].
6. Vербилло P. E., Vilner M. A. Study of the jointed rock mass uniaxial compression strength anisotropy and scale effect. *MIAB. Mining Inf. Anal. Bull.* 2022, no. 6-2, pp. 47–59. [In Russ]. DOI: 10.25018/0236_1493_2022_62_0_47.
7. Jiayi Shen, Zheng Shu, Ming Cai, Shigui Du A shear strength model for anisotropic blocky rock masses with persistent joints. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*. 2020, vol. 134, article 104430. DOI: 10.1016/j.ijrmms.2020.104430.
8. Songfeng Guo, Shengwen Qi, Bowen Zheng, Lei Xue, Xueliang Wang, Ning Liang, Yu Zou, Fengjiao Tang, Muhammad Faisal Waqar, Weiluan Wen, Li Yongchao, Xin Yu The confinement-affected strength variety of anisotropic rock mass. *Materials*. 2022, vol. 15, article 8444. DOI: 10.3390/ma15238444.
9. Walsh J. B., Brace W. F. A fracture criterion for brittle anisotropic rocks. *Journal of Geophysical Research*. 1964, vol. 69, article 3449. DOI: 10.1029/JZ069i016p03449.
10. Wang Z., Qi C., Ban L., Yu H., Wang H., Fu Z. Modified Hoek–Brown failure criterion for anisotropic intact rock under high confining pressures. *Bulletin of Engineering Geology and the Environment*. 2022, vol. 81, article 333. DOI: 10.1007/s10064-022-02831-8.

11. Saroglou C., Qi S., Guo S., Wu F. ARMR, a new classification system for the rating of anisotropic rock masses. *Bulletin of Engineering Geology and the Environment*. 2019, vol. 78, pp. 3611 – 3626. DOI: 10.1007/s10064-018-1369-4.

12. Shi X., Yang X., Meng Y., Li G. Modified Hoek–Brown failure criterion for anisotropic rocks. *Environmental Earth Sciences*. 2016, vol. 75, article 995. DOI: 10.1007/s12665-016-5810-3.

13. Özbek A., Gül M., Karakan E., Alka Ö. Anisotropy effect on strengths of metamorphic rocks. *Journal of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering*. 2018, vol. 10, no. 1, pp. 164–175. DOI: 10.1016/j.jrmge.2017.09.006.

14. Verbilo P., Karasev M., Belyakov N., Iovlev G. Experimental and numerical research of jointed rock mass anisotropy in a three-dimensional stress field. *Rudarsko Geolosko Naftni Zbornik*. 2022, vol. 37, no. 2, pp. 109 – 122. DOI: 10.17794/rgn.2022.2.10.

15. Aliev M. M. Limit equilibrium of an anisotropic asymmetric loose wedge loaded with double-sided pressure. *Structural mechanics and analysis of constructions*. 1984, no. 4, pp. 27 – 29. [In Russ].

16. Aliev M. M., Geniev G. A. Calculation of the bearing capacity of anisotropic foundations of structures. *News of higher educational institutions. Construction*. 2001, no. 6, pp. 18 – 22. [In Russ].

17. Aliev M. M., Ismagilova Z. F., Burmistrova N. N. Geomechanical models of shear fracture of multi-layer rocks. *MIAB. Mining Inf. Anal. Bull.* 2020, no. 8, pp. 52 – 61. [In Russ]. DOI: 10.25018/0236-1493-2020-8-0-52-61.

18. Chanyshv A. I. On the plasticity of anisotropic media. *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*. 1984, no. 2, pp. 149 – 151. [In Russ].

19. Protosenya A. G., Verbilo P. E. Study of the compressive strength of a fractured rock mass. *Journal of Mining Institute*. 2017, vol. 223, pp. 51 – 57. [In Russ]. DOI: 10.18454/PMI.2017.1.51.

20. Ramamurthy T. Strength, modulus responses of anisotropic rocks. *Compressive rock engineering*, vol. 1. Pergamon Press, Oxford, 1993, pp. 313 – 329.

21. Ramamurthy T. Shear strength response of some geological materials in triaxial compression. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*. 2001, vol. 38, no. 5, pp. 683 – 697. DOI: 10.1016/S1365-1609(01)00035-1.

22. Hoek E., Brown E. T. The Hoek–Brown failure criterion – a 1988 update. *Proceedings of the 15th Canadian Rock Mechanics Symposium*, Toronto, 1988, pp. 31 – 38.

23. Ambrose J. *Failure of anisotropic shales under triaxial stress conditions*. A thesis submitted in fulfilment of the requirements for the degree of Doctor of Philosophy and the Diploma of Imperial College, Imperial College London Department of Earth Science and Engineering, June 2014, 265 p.

24. Malinin N. N. *Prikladnaya teoriya plastichnosti i polzuchesti: uchebnik dlya studentov vuzov*. 2-e izd., pererab. i dop [Applied theory of plasticity and creep: a textbook for university students. 2nd ed., revised. and additional], Moscow, Mashinostroenie, 1975, 400 p.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

Алиев Мехрали Мирзали оглы¹ – д-р техн. наук,
профессор, зав. кафедрой, e-mail: mmaliev@rambler.ru,
Созонтова Екатерина Андреевна¹ – старший преподаватель,
e-mail: sozontovaea@agni-rt.ru,

¹ Альметьевский государственный технологический университет «Высшая школа нефти».

Для контактов: Созонтова Е.А., e-mail: sozontovaea@agni-rt.ru.

INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

M.M. Aliev¹, Dr. Sci. (Eng.), Professor,
Head of Chair, e-mail: mmaliev@rambler.ru,
E.A. Sozontova¹, Senior Lecturer, e-mail: sozontovaea@agni-rt.ru,

¹ Almet'yevsk State Technological University «Petroleum Higher School»,
Almet'yevsk, 423450, Republic of Tatarstan, Russia.

Corresponding author: E.A. Sozontova, e-mail: sozontovaea@agni-rt.ru.

Получена редакцией 18.04.2023; получена после рецензии 15.08.2024; принята к печати 10.02.2025.

Received by the editors 18.04.2023; received after the review 15.08.2024; accepted for printing 10.02.2025.